

# 热轧机有限元与神经网络集成建模

胡长斌\* 童朝南 彭开香

北京科技大学钢铁流程先进控制教育部重点实验室, 北京 100083

\* 通信作者, E-mail: changbinlove@163.com

**摘要** 以某钢厂 1580 热连轧生产数据为基础, 提出一种有限元与神经网络集成建模的方法. 该方法首先对轧制过程的塑性变形进行有限元建模, 然后结合有限元数值分析方法和智能技术的优点, 实现有限元和神经网络的集成建模. 集成模型中的神经网络模型为有限元模型提供参数调整的依据, 并且在神经网络训练过程中使用改进的混沌粒子群优化算法对神经网络进行优化. 通过与现场实际生产数据进行比较, 验证了该模型的有效性.

**关键词** 热轧机; 轧制; 塑性变形; 有限元分析; 神经网络

**分类号** TG 335.5

## Integrated model of a hot rolling mill based finite element analysis and neural networks

HU Changbin\*, TONG Chaonian PENG Kaixiang

Key Laboratory of the Ministry of Education of China for Advanced Control of Iron and Steel Process University of Science and Technology Beijing Beijing 100083, China

\* Corresponding author E-mail: changbinlove@163.com

**ABSTRACT** According to production data of a 1580 rolling mill an integrated method combining finite element analysis and neural networks was presented for hot rolling. In the method plastic deformation during the rolling process was firstly modeled by a finite element method and then a neural network provided parameter adjustment for the finite element model so the integrated model had the advantages of neural network and finite element methods. At the same time intelligent chaos particle swarm optimization (CPSO) was used to optimize weights and thresholds of the network. A comparison between simulation results and actual production data proved the validity of the integrated model.

**KEY WORDS** hot rolling mills; rolling; plastic deformation; finite element analysis; neural networks

由于板带热轧过程实质上是高度非线性的三维大变形热弹塑性问题<sup>[1-2]</sup>, 通常使用有限元法和有限差分法<sup>[3-4]</sup>等分析热轧过程中金属温度场和流变应力, 而如何表达金属塑性变形过程中的非线性数学模型为其关键点. 现在已经提出的描述金属流变应力的经验公式和物理公式并不能完整地体现力-变形间的非线性特性, 而神经网络等智能技术由于出色的非线性映射特性而被广泛应用到工业实际当中, 成功地预测了超过试验范围的金属流变应力<sup>[5-7]</sup>.

本文以某钢厂 1580 精轧机组 F1 机架生产数据为基础, 以混沌粒子群优化的神经网络为载体构建影响因素与轧制力间的非线性关系, 并建立神经网络

与有限元的集成模型. 利用该模型分析轧件、轧辊的热力耦合特性和轧制区的应力场分布, 预测轧辊的变形挠度和轧件凸度, 并完成对轧钢过程中复杂非线性问题的动态参数设定. 通过仿真数据与实际检测数据的比较, 验证了该仿真模型的有效性.

### 1 混沌粒子群优化神经网络

BP 神经网络是一种利用误差反向传播算法训练的多层前馈网络, 也是目前应用最为广泛的一种有监督学习功能的神经网络. 它系统地解决了多层网络中隐含单元连接权的学习问题, 能充分体现输入输出间的高度非线性映射关系, 而无须事前揭示描述这种映射关系的数学方程. 本文在粒子群算法

的基础上引入混沌思想优化神经网络,混沌运动在一定范围内具有随机性、遍历性、规律性及对初始条件的敏感性等特点<sup>[8-10]</sup>,有利于增强变量种群搜索的遍历性和多样性,提高粒子群算法摆脱局部极值点的能力,同时能够促使神经网络学习速度的提升.为了克服混沌算法在搜索空间大时效果不明显的缺点,依据混沌算法搜索进程,加入“变尺度”特性,即不断缩小混沌优化变量的搜索空间以及改变“二次搜索”的调节系数,以期产生更优的最优个体.混沌粒子群(chaos particle swarm optimization CPSO)优化网络的误差曲线如图 1 所示.

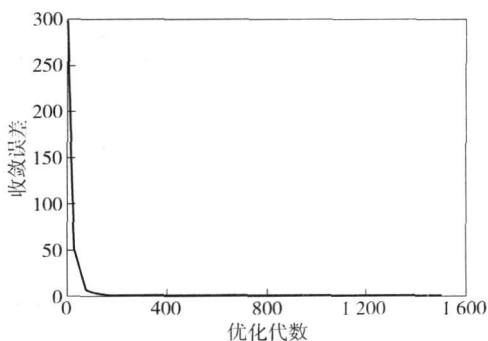


图 1 CPSO 优化网络误差曲线

Fig 1 Error curve of the CPSO neural network

混沌粒子群算法优化神经网络,并建立预测轧制力模型的步骤如下:

**步骤 1** 确定神经网络的结构为三层,输入层的神经元个数等于影响轧制力因素的数目.隐含层神经元数可根据不同的训练样本集来确定.输出层只有一个神经元,代表输出的轧制力.

**步骤 2** 确定 PSO 粒子的搜索空间维数,其维数等于 BP 网络的权值和阈值个数之和.

**步骤 3** 粒子群算法的实现. PSO 初始化粒子(随机解),根据下(1)进行迭代计算:

$$\begin{cases} v_i(k+1) = \phi(k)v_i(k) + \lambda_1\beta_{1i}(k)[p_{ib} - t_i(k)] + \lambda_2\beta_{2i}(k)[g_b - t_i(k)] \\ t_i(k+1) = t_i(k) + v_i(k+1) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $p_{ib}$  和  $g_b$  分别代表从初始到当前代数搜索产生的个体最优值和全局最优值,  $v_i(k)$  为迭代  $k$  次时粒子  $i$  的速度,  $t_i(k)$  为迭代  $k$  次时粒子  $i$  的空间位置,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  为  $[0, 1]$  区间内均匀分布的随机数,  $\phi(k)$  为惯性函数,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为加速常数.

**步骤 4** 对适应度值最大部分个体(全局最优值)作变尺度混沌优化运算,初始化混沌参数.

**步骤 5** 将混沌变量  $x = g_b$  (粒子群算法搜索的全局最优值)映射到优化变量的取值区间:

$$m_{x_i}(k) = a_i(k') + x_i(k)(b_i(k') - a_i(k')) \quad (2)$$

将判断适应度函数  $f(m_{x_i}(k))$  是否小于  $f^*$ , 如果满足条件则  $f^*$  和  $x_i^*$  分别被  $f(m_{x_i}(k))$  和  $x_i(k)$  替代, 否则用 Logistic 方程进行迭代产生混沌变量序列.

$$x_i(k) = 4x_i(k)(1 - x_i(k)) \quad (3)$$

**步骤 6** 重复步骤 5, 直到一定步数内  $f^*$  保持稳定后, 按下式缩小混沌变量的搜索范围:

$$a(k'+1) = m_{x_i}^* - \gamma(b_i(k') - a_i(k')),$$

$$b(k'+1) = m_{x_i}^* + \gamma(b_i(k') - a_i(k')).$$

若  $a_i(k'+1) < a_i(k')$ , 则  $a_i(k'+1) = a_i(k')$ ;

若  $b_i(k'+1) > b_i(k')$ , 则  $b_i(k'+1) = b_i(k')$ ;

$$x_i^* = \frac{m_{x_i}^* - a_i(k'+1)}{b_i(k'+1) - a_i(k'+1)} \quad (4)$$

$m_{x_i}^*$  为当前最优解, 调节系数  $\gamma \in (0, 0.5)$ .

**步骤 7** 用下式确定的新的混沌变量  $y_i(k)$  重复步骤 5, 直至  $f^*$  稳定后, 转入以下步骤:

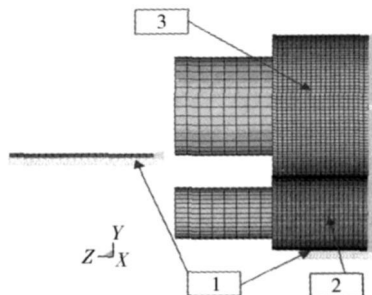
$$y_i(k) = (1 - \alpha)x_i^* + \alpha x_i(k) \quad (5)$$

**步骤 8** 每减小一次  $\alpha$  值, 重复一次步骤 6 和步骤 7 的操作. 若干次后结束优化计算. 解得最优变量  $m_{x_i}^*$  和最优解  $f^*$ .

## 2 精轧板带的有限元模拟与分析

### 2.1 有限元几何与热力学模型参数

结合某钢厂 1580 轧机参数和实际生产数据, 利用 ANSYS/LS-DYNA 软件对精轧机组第 1 机架进行有限元热力耦合建模分析(图 2). 轧机工艺参数: 工作辊直径 800 mm, 工作辊长度 1580 mm, 支撑辊直径 1550 mm, 支撑辊长度 1580 mm, 轧件的宽度 1116 mm, 轧件的初始温度 1293 K, 环境温度为 303 K, 轧制变形过程中塑性功转化为热的有效系数为 0.9, 轧辊旋转线速度  $1.02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 轧件的入口速度为  $0.92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 其他基本材料参数如表 1 所示.



1—轧件; 2—工作辊; 3—支撑辊

图 2 有限元模型边界示意图

Fig 2 Finite element model and constraint boundaries

表 1 材料参数表

Table 1 Material parameters

材料	密度 / ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	弹性 模量 /GPa	泊松比	比热容 / [ $\text{J}\cdot(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})^{-1}$ ]	导热系数 / [ $\text{W}\cdot(\text{m}\cdot\text{K})^{-1}$ ]	对流换热系数 / [ $\text{W}\cdot(\text{m}^2\cdot\text{K})^{-1}$ ]	辐射 黑度	热膨胀系数 / $10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$	接触换热系数 / [ $\text{W}\cdot(\text{m}^2\cdot\text{K})^{-1}$ ]
轧件	7850	210	0.3	680	30	8.3	0.8	1.2	
轧辊	7850	140	0.32	420	55	5	0.8	1.2	15 000

## 2.2 三维温度场热传导方程

对于各向同性固体内部的导热过程,且导热系数  $\lambda$  值随温度的改变可忽略时,  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda =$  常数,可得到圆柱坐标 ( $r, \varphi, z$ ) 时的基本导热微分方程如下形式<sup>[11]</sup>:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[ r \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \lambda r \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] + \left[ \frac{\partial}{\partial z} \right] \left[ \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right] + q \quad (6)$$

稳态导热时,  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ , 热轧三维热传导数学模型

可由式 (6) 推导出:

$$-q = \lambda \left[ \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right] \quad (7)$$

式中:  $\lambda$  为轧辊材料的导热系数,  $\text{W}\cdot(\text{m}\cdot\text{K})^{-1}$ ;  $q$  为热源发热率,  $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ .

## 2.3 边界条件的确定

在轧制过程中,轧件有两种传热方式,一是轧件内部的导热;二是轧件表面与周围介质的热交换,即辐射、对流和热传导<sup>[2]</sup>. 由于本文建立的是 1/4 轧件和轧辊模型,应对有限元模型建立相应的位移约束和热力学边界条件.

### 2.3.1 位移约束

轧件厚度方向对称面的位移约束,即  $U_{xz} = 0$ ; 轧件宽度方向对称面的位移约束,即  $U_{xy} = 0$ .

### 2.3.2 热力学边界条件

轧件在空冷过程中的换热过程,包括热辐射和热对流. 不论对流和辐射传热过程的具体特性如何,其能量传输速率方程都可用下述形式表示:

$$q = h(T_s - T_\infty) \quad (8)$$

式中,  $q$  为对流 (辐射) 热流密度,  $h$  为对流 (辐射) 换热系数,  $T_s$  为轧件表面温度,  $T_\infty$  为环境温度.

换热系数数学表达式为

$$h = \varepsilon \sigma (T_s - T_\infty) (T_s^2 + T_\infty^2) \quad (9)$$

式中,  $h$  为换热系数,  $\varepsilon$  为材料热辐射率,  $\sigma$  为波尔兹曼常数.

接触传热可描述为

$$q_t = -\lambda (\partial T / \partial y) = \alpha (T - T_g) \quad (10)$$

式中,  $q_t$  为热流密度,  $\lambda$  为接触热传导系数,  $\alpha$  为换热系数,  $T, T_g$  为轧件与轧辊表面接触温度.

由于模型对称面不发生热辐射和热对流现象,所以对模型对称面进行了热流约束条件: X-Y 对称面热流约束条件  $q_{xy} = 0$ ; X-Z 对称面热流约束条件  $q_{xz} = 0$ .

由于在热轧过程中,有很多因素影响轧制时的摩擦因数,许多解析研究和实验测试都很难给出理论计算公式. 本文采用 Coulomb 摩擦模型,选取工作辊与支撑辊之间的摩擦因数为 0.2,工作辊与轧件之间的摩擦因数为 0.3.

## 3 变形抗力的数学模型

变形抗力是一个非常活跃的物理量,同时是轧制力计算公式中的一个重要的物理参数. 变形抗力是金属在一定变形程度、变形温度和变形速度条件下的屈服极限. 根据 von Mises 能量塑性条件,  $K = 1.155 \sigma_s^{[12]}$ .  $K$  为平面变形状态下的屈服极限称为平面变形抗力,  $\sigma_s$  为在单向应力状态下的屈服极限,称单向变形抗力.

志田茂提出的变形抗力公式如下.

实验条件为:碳质量分数 0.01% ~ 1.16%, 变形温度 973 ~ 1473 K, 变形速度 0.1 ~ 100  $\text{s}^{-1}$ , 变形程度  $u < 0.7$ .

当  $t \geq t_t$  时,

$$\begin{cases} \sigma_s = 0.28 \exp \left[ \frac{0.5}{T} - \frac{0.01}{C+0.05} \right] \left[ \frac{u}{10} \right]^m \cdot \\ \left[ 1.3 \left[ \frac{e}{0.2} \right]^n - 0.3 \left[ \frac{e}{0.2} \right] \right] \\ m = (0.019C + 0.126)T + (0.075C - 0.050) \end{cases} \quad (11)$$

当  $t < t_t$  时,

$$\begin{cases} \sigma_s = 0.28 g \exp \left[ \frac{0.5}{T_d} - \frac{0.01}{C+0.05} \right] \left[ \frac{u}{10} \right]^m \cdot \\ \left[ 1.3 \left[ \frac{e}{0.2} \right]^n - 0.3 \left[ \frac{e}{0.2} \right] \right] \\ m = (0.081C - 0.154)T + \\ (0.207 - 0.019C) + \frac{0.027}{C+0.320} \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $g = 30.0(C + 0.90) \left( T - 0.95 \frac{C + 0.49}{C + 0.42} \right)^2 + \frac{C + 0.06}{C + 0.09} n = 0.41 - 0.007C$ ,  $t_i = 950 \frac{C + 0.41}{C + 0.32} - 273$ ,  $T = \frac{t + 273}{1000}$ ,  $T_d = \frac{t_i + 273}{1000}$ ,  $e$  为变形程度,  $C$  为碳当量,  $C = C(\%) + \frac{Mn(\%)}{6}$ .

### 4 有限元与神经网络的集成建模

有限元与神经网络的集成建模流程如图 3 所示. 首先定义初始轧制参数, 按照有限元的计算流程对精轧机组中的单机架进行仿真. 随后对有限元模型计算所得轧制力值与实测值进行比较, 当满足误差条件时, 输出轧制力作为本次仿真的预测输出. 如果误差条件未满足, 将有限元计算所得的、影响轧制力的关键因素值作为已训练好的神经网络输入, 由神经网络计算输出轧制力误差值. 同时将轧件的变形温度、变形程度和变形速率作为变形抗力公式的自变量, 求出轧件的变形抗力值. 然后根据神经网络的输出和计算的变形抗力值, 重新优化调整有限元模型的初始参数, 进行新一轮计算, 直到满足收敛条件为止. 在有限元建模过程中, 虽然对现场生产数据进行了处理, 并且提取出了用于有限元建模的实际物理参数, 但数据间强烈的非线性特性却很

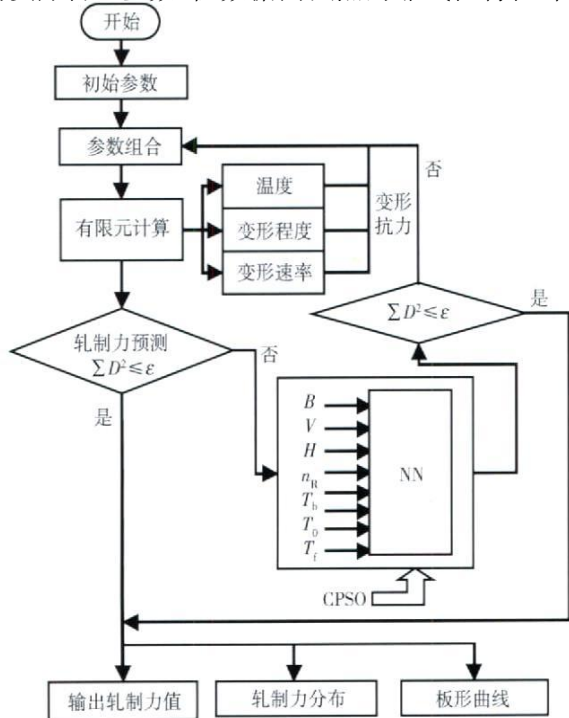


图 3 有限元模型与神经网络的集成建模流程

Fig. 3 Flow chart of integrated modelling based on finite element methods and neural networks

难把握, 这就是造成有限元建模偏差的根本原因. 神经网络良好的非线性特征, 则有效地帮助了有限元参数的动态调整. 图中  $B$  为轧件的板宽,  $V$  为机架的轧制速度,  $H$  为轧件的入口厚度,  $n_R$  为轧件的压下量,  $T_b$  为后张力,  $T_0$  和  $T_f$  分别代表轧件的入口温度和出口温度.

### 5 1580mm 热轧机计算结果分析比较

现场数据的采样频率为 0.01 s 本仿真过程是在 Dell PowerEdge 6850 16核高性能工作站上进行的. 工作站的基本配置: Intel 至强 CPU, 8.00 GB 内存.

图 4 和图 5 分别是轧件和轧辊的温度场云图. 取轧件中的三个观测点作为温度变化的测试点, 从轧件接触温度云图和观测点温度变化曲线 (图 6) 中可以清晰看出: 轧制之前轧辊的温度较低, 由于轧制过程中轧件与轧辊接触存在动态热平衡过程, 导致轧辊的表面温度迅速上升, 轧件表面温度下降, 使轧件和轧辊的热力学性能在瞬间发生改变. 因此在轧钢实际生产过程中, 轧制的前期阶段由于轧辊温度较低以及轧辊温度不均衡等因素导致轧件成材率较低. 轧件在变形区内由于塑性变形的作用, 使机械能向热能转化, 从而轧件 1/4 厚度处的节点温度上升. 轧件轧制完毕部分, 不仅表面与周围环境进行热交换作用, 而且轧件和轧辊接触表面的相对摩擦运动产生的摩擦热和轧件内部热量的传导, 致使轧件表面的温度开始慢慢回升, 出现“返红”现象.

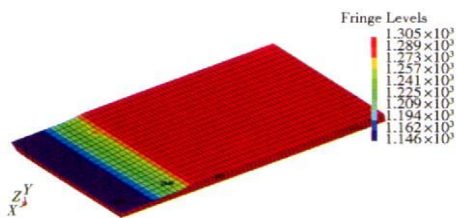


图 4 轧件接触的温度云图 (单位: K)

Fig. 4 Temperature contour of a workpiece (unit: K)

图 7 为轧件的轧制应力等值线图. 实际生产中带材板形不良是内部应力沿轧件宽度方向上分布不均匀所致. 同时, 轧件内部应力不足以抵抗轧件平直度的改变, 所以产生局部翘曲. 从图中的应力等值线可以看到在变形区的应力等值线是十分均匀的. 以此证明, 通过有限元和神经网络的非线性集成模型, 能够较好地调整热、力学的各个参数, 使各参数所对应的物理现象较好的表征出来, 从而进一步说明参数设置的有效性.

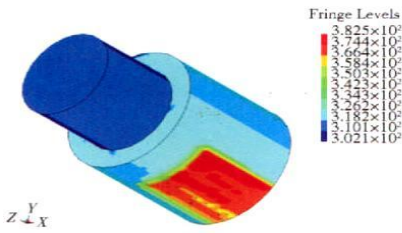


图 5 轧辊接触处的温度云图 (单位: K)

Fig 5 Temperature contour of a work roll (unit: K)

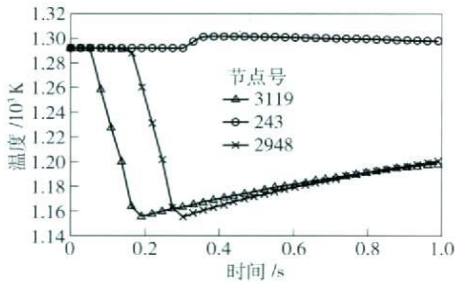


图 6 观测点温度变化曲线

Fig 6 Temperature variation at observation points

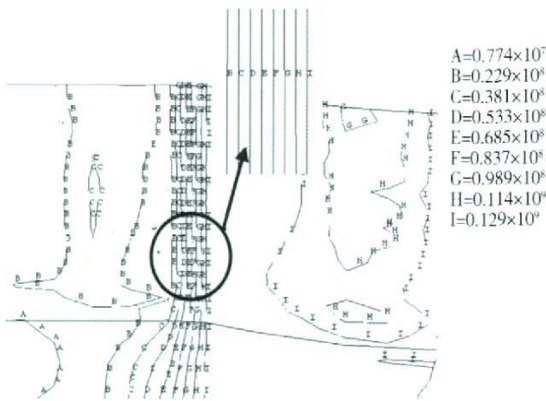


图 7 轧件 von Mises 应力云图 (单位: Pa)

Fig 7 von Mises stress contour of a workpiece (unit: Pa)

一般通称的轧制压力或实测的轧制总压力,是轧制单位压力、单位摩擦力的垂直分量之和<sup>[2]</sup>。由于在仿真模型中,轧件与轧辊接触产生接触力,轧制力用接触力的垂直分量之和表示,其方向与实测轧制力的方向相同。在图 8(a)中,轧制力曲线震荡剧烈,其原因是轧制系统的振动导致输出结果不平滑,这也真实地反映了轧制过程中板材的厚度和板形指标会受到系统振动的影响。图 8(b)为平均轧制力曲线图。仿真结果表明,仿真值与实测值的误差为 4.55%,说明仿真结果较符合实际要求。

轧件与轧辊间的节点接触力按 x、y 和 z 三个方向进行分解,如图 9 所示。接触力三向分量分布是由轧件三维弹塑性模型计算所得。图 9(a)中由于 x

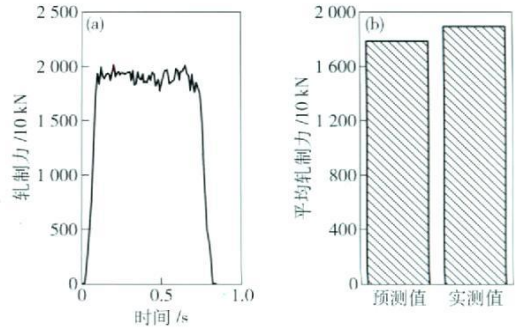


图 8 预测轧制力曲线 (a)和轧制力平均值 (b)

Fig 8 Predicted curve (a) and mean values (b) of rolling force

向为轧件的传送方向,接触区的单元分布在轧制区的前滑区和后滑区,且前滑区轧件的速度大于轧辊的线速度,而后滑区轧件的速度小于轧辊的线速度。所以, x 向分量与前、后滑区 x 向的应力方向相反。图 9(b)为节点接触力的 y 向分量分布图, y 向分量之和等于预测的轧制压力。图 9(d)为接触单元三向合力的分布图,由于 x、z 向接触力值远小于 y 向的垂直分量,所以三向合力(图 9(d))近似等于 y 向的垂直分量(图 9(b)),故轧制力可以用轧件轧辊接触对间压下方方向的合力表示。轧制力在带钢中部基本呈现均匀分布的态势,而在带钢边部,轧制力略微上扬后迅速回落,其原因是受边部发生宽展变形的影响。由于带钢中部的单元基本不发生宽展变形,相应的轧制力基本成均匀分布的趋势。轧件的宽展集中体现在距离边部 20% 的区域,金属在带钢边部的横向流动导致了轧制力在这一区域的急剧下降。图 9 显示 x、y 和 z 三向分量不同程度地受到了轧件边部宽展变形的影响。图 10 为计算凸度与实测凸度的比较图。由于轧辊的弹性变形,轧辊的变形凸度在某种程度上可以表示为轧件的板形凸度。计算结果表明,该集成模型具有较好的计算精度。

## 6 结论

(1) 引入“变尺度”混沌搜索策略对粒子群算法的搜索能力进行改进,保证了优化函数最优值的搜索速度和精度。将改进的混沌粒子群优化算法作为神经网络的优化载体,提升神经网络学习速度,同时利用神经网络模型建立影响轧制力的关键因素与轧制力的非线性映射关系,以此作为有限元计算和参数设定的关键模型。

(2) 根据实际生产情况,构建了弹塑性有限元与神经网络的集成模型,对热轧带钢的形变过程进行模拟仿真。通过对精轧机组单机架的仿真,分析



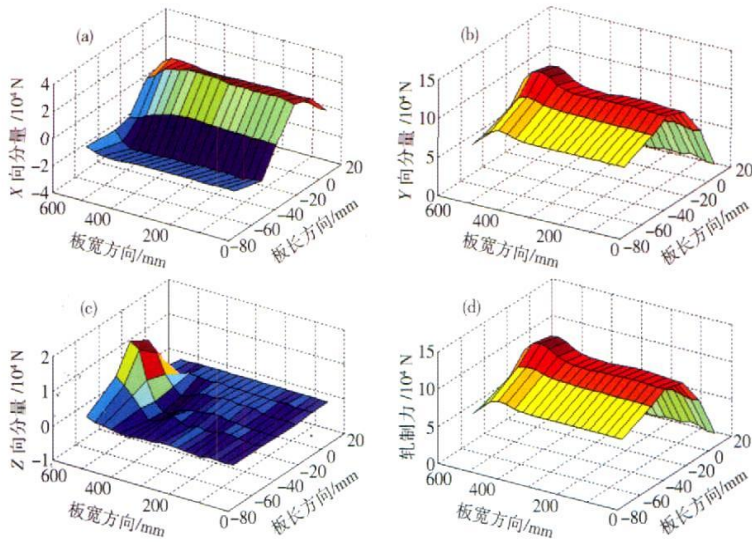


图 9 轧制区轧制力分布

Fig 9 Rolling force distributions in the deformation zone

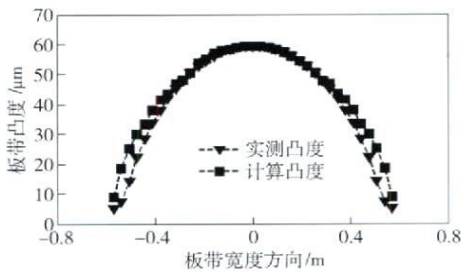


图 10 板带凸度的比较

Fig 10 Comparison between the measured crown with predicted crown of workpieces

了热轧板带过程的热力耦合特性,准确预测轧制力值及板形曲线.

参 考 文 献

[1] Zhou W H, Zang X L. 3-D thermomechanical coupled FE simulation of temperature distribution during hot rolling of strip. *J Iron Steel Res Int* 2001, 13(3): 24  
(周维海, 臧新良. 板带热轧过程中温度场的三维热力耦合有限元模型. 钢铁研究学报, 2001, 13(3): 24)

[2] Sun Y K. Models and Control of Hot Rolling Mill. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2002  
(孙一康. 带钢热连轧的模型与控制. 北京: 冶金工业出版社, 2002)

[3] Too J J M. On numerical modelling of hot rolling of metals. *Int J Numer Methods Eng* 1990, 30(8): 1699

[4] Malik A S, Grandhi R V. A computational method to predict strip profile in rolling mills. *J Mater Process Technol* 2008, 206(1): 263

[5] Jang Y S, Ko D C, Kim B M. Application of the finite element method to predict microstructure evolution in the hot forging of

steel. *J Mater Process Technol* 2000, 101(1): 85

[6] Semajzadeh S. Prediction of the thermo-mechanical behavior during hot upsetting using neural networks. *Mater Sci Eng A* 2008, 472(1): 140

[7] Kapoor R, Pal D, Chakravarty J K. Use of artificial neural networks to predict the deformation behavior of Zr<sub>2.5</sub>Nb<sub>0.5</sub>Cu. *J Mater Process Technol* 2005, 169(2): 199

[8] Zhang X L, Wen S H, Li H N, et al. Chaotic particle swarm optimization algorithm based on Tent mapping. *China Mech Eng* 2008, 19(17): 2108  
(张学良, 温淑花, 李海楠, 等. 基于 Tent 映射的混沌粒子群优化算法及其应用. 中国机械工程, 2008, 19(17): 2108)

[9] Wang Y, Liu J L, Sun Y K. Hybrid genetic algorithm based on mutative scale chaos optimization strategy. *Control Decis* 2002, 17(6): 958  
(王焱, 刘景录, 孙一康. 基于变尺度混沌优化策略的混合遗传算法. 控制与决策, 2002, 17(6): 958)

[10] Fei C G, Han Z Z. An improved chaotic optimization algorithm. *Control Theory Appl* 2006, 23(3): 471  
(费春国, 韩正之. 一种改进的混沌优化算法. 控制理论与应用, 2006, 23(3): 471)

[11] Chen L, Li X Q. The three-dimensional thermomechanical coupled simulation analysis of hot rolling process of the aluminum alloy strip. *Mach Des Manuf* 2007(9): 106  
(陈林, 李晓谦. 板带热轧三维有限元热力耦合仿真分析. 机械设计与制造, 2007(9): 106)

[12] Li H J, Xu J Z, Wang G D. High precision rolling force prediction model for hot strip continuous rolling process. *J Northeast Univ Nat Sci* 2009, 30(5): 669  
(李海军, 徐建忠, 王国栋. 热轧带钢精轧过程高精度轧制力预测模型. 东北大学学报: 自然科学版, 2009, 30(5): 669)