

# 基于多级三角形面积函数的傅里叶形状描述子

徐国清, 穆志纯<sup>✉</sup>

北京科技大学自动化学院, 北京 100083

<sup>✉</sup> 通信作者, E-mail: mu@ies.ustb.edu.cn

**摘 要** 提出了一种用于形状检索的基于多级三角形面积函数的傅里叶描述子. 对形状轮廓上任一点, 多级三角形面积函数通过轮廓的非等弧长分割计算得出, 可以很好地描述形状的整体特征和局部细节特征. 形状特征向量由多级三角形面积函数的低频傅里叶变换系数构成. 在标准的 MPEG-7 形状图像库上对该方法进行了图像检索实验, 并与已有的分别基于中心距离函数、面积函数、最远点距离函数、角度半径复函数、拱高半径复函数的傅里叶描述子以及混合傅里叶描述子进行了检索性能比较. 实验结果表明, 所提出的方法在相同查全率时具有最高的查准率, 且具有较低的计算复杂度, 证明该方法的有效性.

**关键词** 基于内容的检索; 图像检索; 几何学; 形状描述; 傅里叶变换

**分类号** TP391.4

## Fourier shape descriptor based on multi-level triangular area functions

XU Guo-qing, MU Zhi-chun<sup>✉</sup>

School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

<sup>✉</sup> Corresponding author, E-mail: mu@ies.ustb.edu.cn

**ABSTRACT** A novel Fourier descriptor based on multi-level triangular area functions (MTA) was proposed for shape retrieval. For each point on the shape contour, MTA values were derived from unequal-arc-length partitions of the shape contour. The MTA can finely capture the global features and local contour variations of the contour and their low-frequency Fourier coefficients were regarded as the feature vector for shape description. The image retrieval performance of the proposed method was evaluated on the standard MPEG-7 shape database and compared with those of Fourier descriptors derived from the centroid distance function, area function, farthest point distance function, angular radius function, arc-height radius complex function, and the combined Fourier descriptor. Experimental results demonstrate that the proposed method reaches the highest precision at the same recall value and has low complexity among these descriptors, showing its effectiveness.

**KEY WORDS** content based retrieval; image retrieval; geometry; shape description; Fourier transforms

基于内容的图像检索是近些年来模式识别和信息检索领域的一个热点问题<sup>[1-2]</sup>. 它使用图像的低层内容特征对图像进行自动的索引和检索, 例如颜色、形状和纹理. 形状作为图像的主要视觉特征之一, 在目标检测和识别中具有重要作用<sup>[3]</sup>, 人们通常仅从目标的形状特征就能识别出目标<sup>[4]</sup>. 因此, 形状的描述, 即如何有效地抽取目标的形状特征一

直是它的研究热点<sup>[5]</sup>.

已有的形状描述方法大致分为两类, 即基于形状区域的和基于形状轮廓的<sup>[6]</sup>. 基于形状区域的形状描述方法使用图像中整个目标的区域来提取形状的特征, 而基于形状轮廓的描述方法则仅利用目标轮廓. 基于轮廓的形状描述方法易于实施, 因此研究者提出了许多基于轮廓的形状描述方法, 例如曲

收稿日期: 2012-08-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61170116, 61005009, 60973064)

率尺度空间法、傅里叶描述子、自回归模型和结构的方法<sup>[7]</sup>. 其中傅里叶描述子 (Fourier descriptor, FD) 是一种经典的形状描述方法, 它具有较低的计算复杂度和由粗到细的描述能力, 兼顾了检索效率和准确率, 因而一直是研究者关注的热点.

傅里叶描述子方法首先将二维形状轮廓表示成一维的轮廓线函数, 又称形状签名, 用轮廓线函数的傅里叶变换系数构成形状特征向量. 由于一个形状轮廓可以产生多个不同的轮廓线函数, 因此该方法涉及多个形状签名, 例如常用的中心距离函数 (centroid distance, CD)、复坐标函数 (complex coordinates, CC)、面积函数 (area function, AF)<sup>[7]</sup> 以及新提出的最远点距离函数 (farthest point distance, FPD)<sup>[8]</sup>、拱高半径复函数 (arc-height radius complex function, AHRC)<sup>[9]</sup>、周横截三角形面积函数 (perimeter area function, PAF)<sup>[10]</sup>. 而且不同形状签名所产生的傅里叶描述子具有不同的形状描述能力, 在基于形状的图像检索中也表现出不同的检索性能. Zhang 和 Lu<sup>[7]</sup> 通过充分的实验比较了多种不同轮廓线函数的检索性能; 结果显示, 与复坐标函数、曲率函数、累加角度函数和弦长函数相比, 基于中心距离和面积函数的傅里叶描述子具有更优的检索性能. 这主要得益于中心距离和面积函数可以很好地描述形状的整体特征. 但是, 这两种函数在描述形状的局部特征方面具有一定的不足<sup>[9]</sup>.

为了提高傅里叶描述子对形状特征的描述能力, 近些年来研究者提出了一些新的形状签名, 并取得了有价值的研究结果. 为了描述形状轮廓的角点信息, El-ghazal 等<sup>[8]</sup> 提出了一种最远点距离函数来产生傅里叶描述子. 对轮廓线上的任一点, 在轮廓线上找出距离其最远的点, 这两个点到形状中心点的距离之和定义为最远点距离函数在该点的取值. 该函数在 MPEG-7 形状库上取得了比 Zernike 矩和曲率尺度空间法更好的检索性能. 但是, 从产生过程可以看出, 该函数仍然受到中心距离函数的影响. 为了使得傅里叶描述子能同时描述形状的全局特征和局部细节, Wang<sup>[9-10]</sup> 提出了拱高半径复函数和混合傅里叶描述方法. 拱高半径复函数利用中心距离和带正负号的拱高来分别描述形状的全局特征和局部细节, 其傅里叶变换系数构成描述形状的特征向量. 混合傅里叶描述方法使用带符号的周横截三角形面积函数和中心距离函数导出的傅里叶系数共同构成特征向量. 这两种方法均利用不同特性的轮廓线函数来克服单一函数的不足, 在一定程度上提高了形状检索的性能.

一般地, 形状的全局特征对边界噪声具有较高

的鲁棒性, 但不能很好地反映出形状边界细节信息; 形状的局部特征可以较好地描述边界的细节, 但易受到噪声的影响<sup>[11]</sup>. 事实上, 形状的全局特征和局部细节在形状描述中具有同等重要的作用. 一个好的形状描述子应当同时包含形状的全局特征和局部细节信息.

本文使用多级三角形面积函数进行形状描述, 其傅里叶变换系数构成形状特征向量. 多级三角形面积函数通过形状轮廓的非等间隔划分构成形状的多级描述, 从而使用一种特征函数同时描述形状的全局特征和局部细节信息. 在 MPEG-7 标准形状图像库上的检索实验表明, 与基于中心距离、三角形面积、最远点距离、角度半径、拱高半径复函数以及混合的傅里叶描述子相比, 该方法在同一查全率下具有最高的查准率, 表明基于多级三角形面积函数的傅里叶形状描述子的有效性.

## 1 多级三角形面积函数

将闭合的目标轮廓线沿逆时针方向表示为有序点集, 即  $C = \{p_i = (x_i, y_i), i = 0, 1, \dots, N-1\}$ , 其中  $x_i$  和  $y_i$  分别是点  $p_i$  的横、纵坐标,  $N$  是轮廓线上的点的个数,  $p_0$  是轮廓线的起始点. 由于目标轮廓是闭合的, 有序点集可看作是周期的信号. 定义轮廓线周长  $L$  等于轮廓线上点的个数.

对于轮廓线的任一点  $p_i$ , 从该点开始沿逆时针方向依次在轮廓线上找到  $K$  个点, 并且满足第  $k$  个点与  $p_i$  之间的弧长为  $(2^{k+1} - 2^{k-1}) \times L / 2^{K+2}$ , 其中  $i = 0, 1, \dots, N-1, k = 1, 2, \dots, K$ . 然后沿相反方向再依次定位  $K$  个点, 并且满足相同的弧长条件. 这样总共定位  $2K$  个点, 并且可以构成  $K$  对点, 每对点与  $p_i$  之间的弧长相等, 这三点可形成一个三角形. 图 1 给出了一个  $K = 6$  时在轮廓上一点  $p_i$  所构成的六个三角形的例子. 图中距离  $p_i$  弧长相等的点用相同颜色的星号标出.

对于这  $K$  个三角形, 使用海伦公式分别计算它们的面积. 第  $k$  个三角形面积  $S_{ik}$  即为

$$l_{ik1} = \sqrt{(x_i - x_{ik1})^2 + (y_i - y_{ik1})^2}, \quad (1)$$

$$l_{ik2} = \sqrt{(x_i - x_{ik2})^2 + (y_i - y_{ik2})^2}, \quad (2)$$

$$l_{ik3} = \sqrt{(x_{ik1} - x_{ik2})^2 + (y_{ik1} - y_{ik2})^2}, \quad (3)$$

$$l_{ik} = \frac{1}{2}(l_{ik1} + l_{ik2} + l_{ik3}), \quad (4)$$

$$S_{ik} = \sqrt{l_{ik}(l_{ik} - l_{ik1})(l_{ik} - l_{ik2})(l_{ik} - l_{ik3})}. \quad (5)$$

式中,  $x_i, y_i, x_{ik1}, x_{ik2}, y_{ik1}$  和  $y_{ik2}$  是第  $k$  个三角形三个顶点坐标,  $k = 1, 2, \dots, K$ .

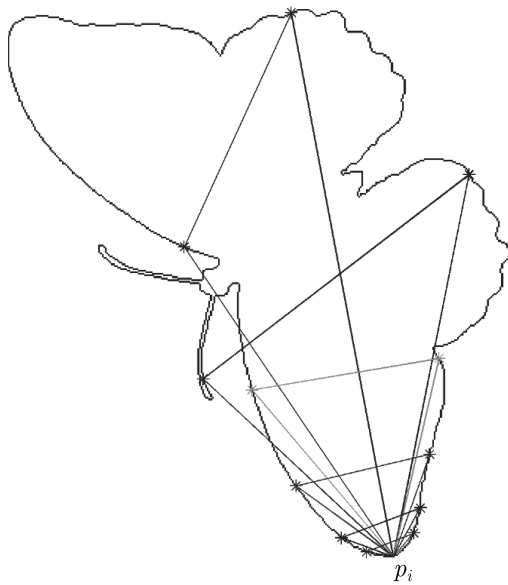


图 1  $K=6$  时形成的三角形示例

Fig.1 Demonstration of triangles generated when  $K=6$

对于轮廓线上的每一个点  $p_i, i=0, 1, \dots, N-1$ , 均可以从轮廓的起始点  $p_0$  出发, 走过长度为 1 的弧到达该点, 并且每点所对应的弧长 1 是唯一的, 且每点均可通过上述步骤构造出  $K$  个三角形. 因此  $S_{ik}$  可以看作弧长的函数, 其中  $i=0, 1, \dots, N-1, k=1, 2, \dots, K$ . 按照三角形顶点之间的弧长大小, 可以将  $S_{ik}$  分成  $K$  个函数, 即  $S_i=\{S_{0k}, S_{1k}, \dots, S_{(N-1)k}\}, k=1, 2, \dots, K$ , 称之为多级三角形面积函数 (multi-level triangular area functions, MTA). 与周横截三角形面积函数不同, 多级三角形面积函数不受中心距离函数的影响.

图像中形状发生平移和旋转时, 形状轮廓线上的任一点对应的多级三角形面积不发生改变, 因此多级三角形面积函数对平移和旋转这两种仿射形变具有不变性. 为了使多级三角形面积函数在形状发生缩放、错切等仿射形变时仍保持不变性, 引入文献 [12] 中的轮廓归一化方法. 轮廓归一化方法在提取多级三角形面积函数之前计算出轮廓坐标的协方差矩阵, 利用所得的协方差矩阵对轮廓坐标进行变换, 将变换后的形状轮廓作为形状轮廓坐标的标准形式. 该轮廓归一化方法可消除不同轮廓之间的缩放和错切变换<sup>[12]</sup>. 因此在轮廓标准形式基础上提取的多级三角形面积函数满足仿射形变不变性. 由于形状轮廓是闭合的, 轮廓线的起始点位置可以发生改变, 此时多级三角形面积函数也随之改变, 这给形状的匹配带来困难. 为了消除轮廓线的起始点位置的影响, 对多级三角形面积函数进行傅里叶变换.

一个好的形状描述子应当同时包含形状的全局特征和局部细节信息, 这两部分信息对于形状描述和识别具有同样重要的作用. 多级三角形面积函数是在形状轮廓的不等弧长分割基础上产生的, 不同级别的面积函数描述了相距不同弧长的点所构成的三角形面积. 函数的级越小, 对应的三角形顶点间的弧长越小, 倾向于描述形状的局部信息, 而相距较大弧长的点构成的三角形倾向于描述形状的全局信息, 对应函数的级较大.

图 2 中 a 和 b 两形状是 MPEG-7 图像库中的属于同一类形状的两个样本, 两形状的轮廓存在比仿射形变更复杂的不规则形变, 整体上相似而在局部细节上存在较大差别. 计算参数  $K=6$  时轮廓 a 和 b 的多级三角形面积函数, 可得到 6 级三角形面积函数, 该形状签名归一化后如图 3 所示.

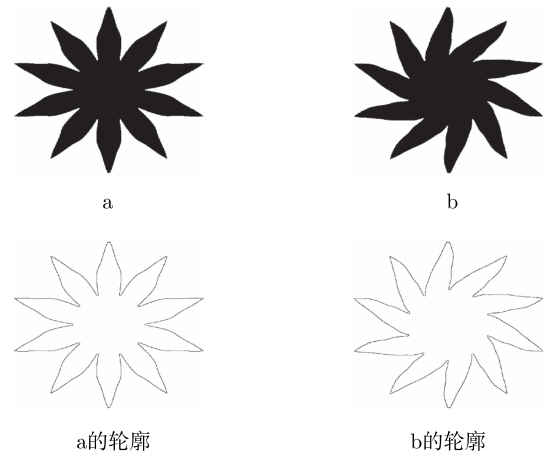


图 2 MPEG-7 形状库中同一种形状的两个样本

Fig.2 Two samples of one category in the MPEG-7 shape database

从图 3 中可以看出, 两形状的第 1 级和第 2 级三角形面积函数的曲线差异较大, 很好地反映出形状 a 和 b 的局部细节差异; 第 3 级函数的曲线较前两级差异性减小; 第 4~6 级所对应的函数曲线变得非常接近, 表明两形状的整体特征的相似性. 因此多级三角形面积函数可以很好地反映出两形状的局部细节特征和全局特征, 能够由粗到细地描述形状特征, 且能表示出存在复杂不规则形变的两形状的差异性和相似性, 具有较强的形状描述能力.

从上述分析也可以看出, 多级三角形函数的描述能力受到参数  $K$  的影响. 当  $K$  较小时, 函数的级数较少, 对形状的整体特征描述较强, 描述不够细致; 当  $K$  较大时, 可以对轮廓线的划分较细, 可以较好地反映形状的细节特征. 但是,  $K$  过大会减少各级函数之间的差异性, 增加计算复杂度.

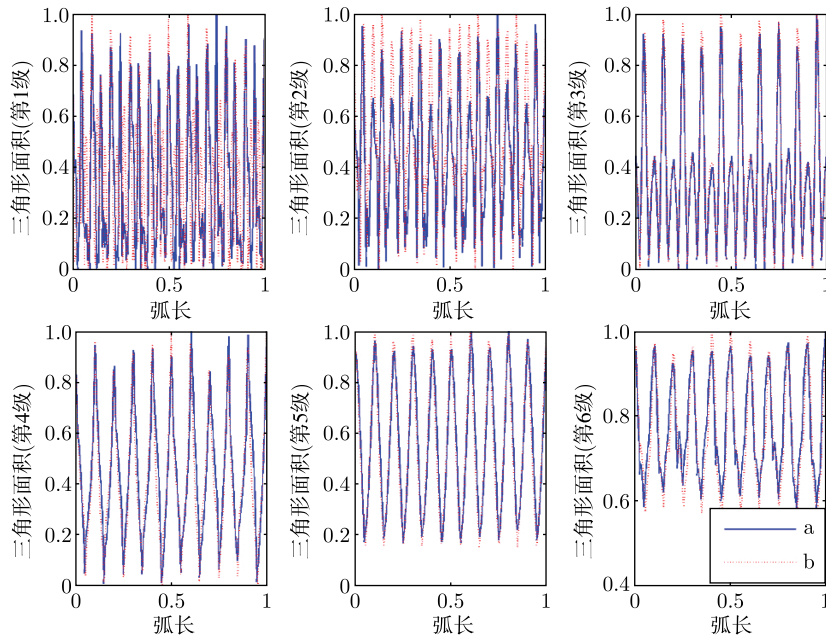


图 3 K=6 时样本 a 和 b 的多级三角形面积函数

Fig.3 Multi-level triangular area functions of the two samples at K=6

## 2 基于多级三角形面积函数的傅里叶形状描述子

由于轮廓线函数存在对轮廓线始点位置的依赖性, 因此不能直接用于形状识别. 通过对其作快速傅里叶变换, 使用低频系数来描述形状特征, 这同时也可以消除噪声的干扰, 且描述子更紧致<sup>[9]</sup>.

对于多级三角形面积函数  $S_i = \{S_{0k}, S_{1k}, \dots, S_{(N-1)k}\}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ ,  $N$  是轮廓线上的点的个数. 对该函数直接使用一般的离散傅里叶变换的时间复杂度较高, 为了提高傅里叶算法计算效率, 使用快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT), 将原始轮廓点采样为  $M$  个, 满足  $M=2^T$ , 其中  $T$  为整数. 采样后的轮廓对应的多级三角形面积函数  $S_i = \{S_{0k}, S_{1k}, \dots, S_{(M-1)k}\}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ . 对其进行快速傅里叶变换, 得到傅里叶变换系数如下:

$$Z_{mk} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} S_{ik} e^{-j2\pi(m-1)i/M}. \quad (6)$$

式中,  $Z_{mk}$  为第  $k$  级三角形面积函数变换后的系数,  $k=1, 2, \dots, K$ ,  $m$  为频域变量.

当轮廓线的起始点位置可以发生改变时, 相当于多级三角形面积函数发生了平移, 对应的傅里叶变换系数幅度值不变, 相位发生相应变化. 因此仅使用傅里叶系数的幅值作为形状特征, 以消除起始点位置对傅里叶形状描述子的影响. 同时, 为使描述子更加紧致并增强对噪声的鲁棒性, 使用前

$D(D < M)$  个系数构造特征向量  $\{|Z_{01}|, |Z_{11}|, \dots, |Z_{(D-1)1}|, |Z_{02}|, |Z_{12}|, \dots, |Z_{(D-1)2}|, \dots, |Z_{0K}|, |Z_{1K}|, \dots, |Z_{(D-1)K}|\}$ , 这即为基于多级三角形面积函数的傅里叶形状描述子 (multi-level triangular area Fourier descriptor, MTAFD). 由于归一化后的多级三角形面积函数满足仿射 (平移、旋转、缩放和错切) 不变性, 所以基于多级三角形面积函数的傅里叶形状描述子也具有这些特性, 且不受轮廓线的起始点位置的影响. 两个形状的相似性可以由它们相应的傅里叶描述子之间的欧氏距离决定.

## 3 实验结果和讨论

为了检验所提方法在图像检索中的性能, 采用标准的 MPEG-7 形状图像库<sup>[13]</sup> 进行检索实验, 并与其他傅里叶描述子进行比较.

### 3.1 MPEG-7 形状测试集

MPEG-7 图像库包括 70 类形状图像, 如图 4 所示, 每类有 20 个形状样本, 共计 1400 幅图像. 该库形状类型较多, 类内样本差异比较大, 涵盖了旋转、缩放、平移、缺失、伸长、噪声等多种变化, 因此常用于测试图像检索性能或多种变化下形状描述子的鲁棒性.

### 3.2 其他傅里叶形状描述子

为了对比基于多级三角形面积函数的傅里叶形状描述子与其他形状描述子的性能, 选择文献中经典及新近提出的傅里叶描述子在同一数据库上进行对比实验. 基于中心距离函数和面积函数的傅里



叶描述子已被验证是优于复坐标函数、弦长函数和曲率函数的描述子<sup>[7]</sup>. 基于最远点距离函数和拱高半径复函数的傅里叶描述子以及基于周横截三角形面积函数和中心距离函数 (PAF+CD) 的混合方法是近年来被提出的. 本文对比的七种傅里叶描述子包括基于中心距离函数、面积函数、最远点距离函数<sup>[8]</sup>、角度半径复函数 (angular radius function, ARF)<sup>[14]</sup>、拱高半径复函数<sup>[9]</sup> 和多级三角形面积的傅里叶描述子以及混合傅里叶描述子 PAF+CD<sup>[10]</sup>.



图 4 MPEG-7 形状图像库

Fig.4 MPEG-7 shape database

### 3.3 性能评价方法

为了评估形状描述方法的检索性能, 文献中常用查全率/查准率 (recall and precision pair) 对检索进行性能评估. 查准率  $P$  和查全率  $R$  的定义为

$$P = r/m_1, R = r/m_2. \quad (7)$$

式中,  $m_1$  是一次检索中返回的形状图像的个数,  $r$  是一次检索中返回的形状图像中与查询形状相似的个数,  $m_2$  是形状图像库中与查询形状相似的形状总个数. 查准率是表征了查询的精度, 查全率反映了查询的鲁棒性. 一般随着查全率的增加查准率会随之降低. 一个好的形状描述子在较高的查全率下应仍具有较高的查准率.

### 3.4 实验平台和参数设置

实验平台采用一台 CPU 为奔腾 3.07 GHz 的计算机, 编程工具为 Matlab (版本 7.9). 对图像库中的所有图像, 提取形状的轮廓线后, 重新采样为 256 个点, 并分别计算七种轮廓线函数及其快速傅里叶变换. 多级三角形面积函数参数  $K=6$ , 每级傅里叶描述子的长度  $D$  取为 8, 即多级傅里叶描述子总长为 48. 每个用于比较的轮廓线函数对应的傅里叶描述子长度取为 32, 文献 [7-10] 已验证在这个长度下傅里叶形状描述子具有良好的检索

性能.

### 3.5 实验结果

对 MPEG-7 图像库中的每一个形状作为一个查询图, 计算它与所有形状相似性, 然后按照相似性大小进行排序, 共进行 1400 次检索. 检索中返回的形状图像个数  $m_1$  的变化对应不同水平的查全率和查准率, 对于每一个查询图, 统计出查全率从 10%~100% 所对应的查准率. 将 1400 幅图像对应同一查全率的查准率进行平均, 可得查准率 - 查全率曲线, 如图 5 所示.

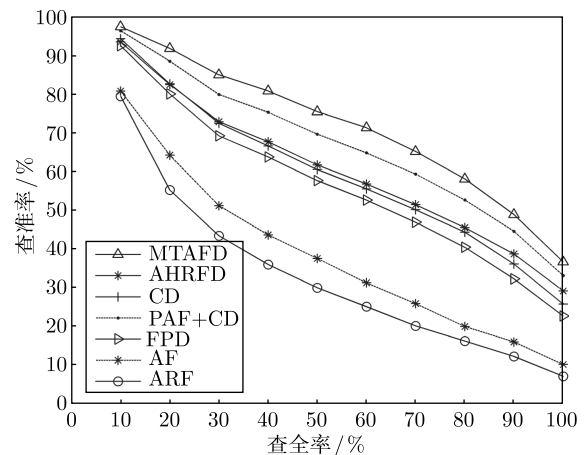


图 5 七种描述方法在 MPEG-7 形状图像库中查准率 - 查全率曲线

Fig.5 Precision-recall curves using seven methods on the MPEG-7 database

从图中可以看出, MTAFD 在 MPEG-7 图像库上取得了很好的检索性能, 在相同查全率条件下, MTAFD 具有最高的查准率. 例如, 当查全率为 50% 时, MTAFD 的查准率比经典的 CD 函数高出 14%, 说明与单纯的整体特征相比, 形状细节特征的融入可以显著提高傅里叶描述子的描述能力. 与排名第 2、第 3 的 PAF+CD 和基于拱高半径复函数的傅里叶描述子 (arc-height radius Fourier descriptor, AHRFD) 方法相比, MTAFD 在查全率为 50% 时查准率分别高出约 5% 和 13%, 这表明 MTAFD 不但包含了形状的细节和全局特征, 能由粗到细的描述形状特征, 对于形状的仿射形变、缺失、噪声等多种复杂变化也有较强的鲁棒性. 从而证明了多级三角形面积函数的有效性.

为了比较 MTAFD 与其他傅里叶形状描述子的计算复杂度, 在同一实验平台下分别统计了不同描述子完成轮廓线函数提取、轮廓线函数的傅里叶变换以及形状匹配所需的时间. 将 MPEG-7 图像库中 1400 幅图像全部完成上述过程作为一组实验, 每个描述子均进行 20 组实验, 每个阶段

所需时间为 20 组实验的平均值. 七个描述子在各阶段所需的处理时间如表 1 所示. 从表中可以看出, 七种傅里叶描述子完成匹配所需的时间差异很小. 在三个阶段中, 傅里叶变换所需时间最短, 如 MTAFD 进行傅里叶变换不到其匹配阶段所用时间的 2%. 这得益于快速傅里叶变换的使用. 七种傅里叶描述子完成轮廓线函数提取时间差别较明显, 如 MTAFD 完成轮廓线函数提取需 2.927 ms, 远小于 AHRFD、AF、PAF+CD 以及 FPD 所需的时间. 这主要是由于 FPD 每个点所对应的最远点不同, 增加了提取最远点函数的计算量. AHRFD 在计算拱高半径复函数时, 轮廓线上每个点的拱高都通过计算该点的半径及相应长度的弧线来确定, 且拱高符号的判断也增加了 AHRFD 的计算复杂度, PAF 的计算中也存在类似的情况. MTAFD 在计算多级三角形面积时, 所需参数少且原理相对简单, 因而计算复杂度较小.

表 1 七种描述子在轮廓线函数提取、傅里叶变换及匹配阶段平均所需时间

Table 1 Average processing time required in the feature function extraction stage, Fourier transform stage and matching stage for seven descriptors ms

描述子	轮廓线函数提取时间	傅里叶变换时间	匹配时间
MTAFD	2.927	0.020	1.736
AHRFD	15.200	0.036	1.713
CD	0.010	0.003	1.680
PAF+CD	15.162	0.007	1.714
FPD	30.497	0.003	1.733
AF	27.933	0.005	1.703
ARF	1.660	0.017	1.721

由此可以看出, 与其他傅里叶描述子相比, MTAFD 进行形状描述和匹配所需的计算时间较少, 在复杂度上具有明显的优势.

## 4 结论

提出了一种用于形状检索的基于多级三角形面积函数的傅里叶描述子. 它产生于轮廓的非等弧长分割, 可以很好地描述形状的整体特征和局部细节特征, 且具有仿射不变性. 在标准的 MPEG-7 形状图像库上进行的形状图像检索实验结果表明, 与中心距离函数、面积函数、最远点距离函数、角度半径复函数、拱高半径复函数以及混合傅里叶描述子相比, 基于多级三角形面积函数的傅里叶描述子取得了最优的检索性能, 且在计算复杂度上具有较明显的优势.

## 参考文献

- [1] Datta R, Joshi D, Li J, et al. Image retrieval: ideas, influences, and trends of the new age. *ACM Comput Surv*, 2008, 40(2): 1
- [2] Huang W, Gao Y, Chan K L. A review of region-based image retrieval. *J Signal Process Syst*, 2010, 59(2): 143
- [3] Wang C Z, Yang Y D, Feng Y L, et al. Identification and detection of deep-sea obstacles and terrains based on image processing. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2011, 33(7): 777  
(王财政, 杨耀东, 冯雅丽, 等. 基于图像处理的深海底障碍物和地形识别及检测. 北京科技大学学报, 2011, 33(7): 777)
- [4] Adamek T, O'Connor N E. A multiscale representation method for nonrigid shapes with a single closed contour. *IEEE Trans Circuits Syst Video Technol*, 2004, 14(5): 742
- [5] Wang B. A Fourier shape descriptor based on multi-level chord length function. *Chin J Comput*, 2010, 33(12): 2387  
(王斌. 一种基于多级弦长函数的傅立叶形状描述子. 计算机学报, 2010, 33(12): 2387)
- [6] Zhang D, Lu G. Review of shape representation and description techniques. *Pattern Recognit*, 2004, 37(1): 1
- [7] Zhang D, Lu G. Study and evaluation of different Fourier methods for image retrieval. *Image Vis Comput*, 2005, 23(1): 33
- [8] El-ghazal A, Basir O, Belkasim S. Farthest point distance: a new shape signature for Fourier descriptors. *Signal Process: Image Commun*, 2009, 24(7): 572
- [9] Wang B. Shape description using arc-height radius complex function. *Acta Electron Sin*, 2011, 39(4): 831  
(王斌. 一种用于形状描述的拱高半径复函数. 电子学报, 2011, 39(4): 831)
- [10] Wang B. Shape retrieval using combined Fourier features. *Opt Commun*, 2011, 284(14): 3504
- [11] Alajlan N, Rube I E, Kamel M S, et al. Shape retrieval using triangle-area representation and dynamic space warping. *Pattern Recognit*, 2007, 40(7):1911
- [12] Bandera A, Marfil R, Antúnez E. Affine-invariant contours recognition using an incremental hybrid learning approach. *Pattern Recognit Lett*, 2009, 30(14): 1310
- [13] Latecki L J, Lakamper R, Eckhardt T. Shape descriptors for non-rigid shapes with a single closed contour // *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. South Carolina, 2000: 424
- [14] Kunttu I, Lepistö L. Shape-based retrieval of industrial surface defects using angular radius Fourier descriptor. *IET Image Process*, 2007, 1(2): 231