

# 基于 H 型钢残余应力主动控制的矫直工艺设计

管 奔<sup>✉</sup>, 殷 勇, 秦 勤, 吴迪平, 张 超

北京科技大学机械工程学院, 北京 100083

<sup>✉</sup>通信作者, E-mail: niuben57@163.com

**摘要** 针对 H 型钢辊式矫直过程残余应力的主动控制, 基于工程弹塑性理论建立一种矫直过程应力演变的分析模型; 采用离散解析实现对模型的快速数值求解; 继而基于该分析模型建立一套能够实现残余应力主动控制的工艺参数主动设计方法; 运用该方法对典型规格 H 型钢矫直工艺参数进行工艺设计。建立的分析模型运算结果与有限元结果吻合且计算成本得到有效控制, 模型能够实现有限时间内整个矫直工艺参数域内残余应力演变结果的分析; 工艺设计方法能够得到一定目标参数和约束条件下的残余应力主动控制工艺参数。

**关键词** H 型钢; 矫直; 残余应力; 主动控制; 工艺设计

**分类号** TG333.2

Process design based on active residual stress control of H-beams during a straightening process

GUAN Ben<sup>✉</sup>, ZANG Yong, QIN Qin, WU Di-ping, ZHANG Chao

School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

<sup>✉</sup> Corresponding author, E-mail: niuben57@163.com

**ABSTRACT** Aiming at the active residual stress control of H-beams during a roller straightening process, an analysis model of stress evolution during the straightening process is constructed based on the elastic-plastic theory. A numerical solution method to quickly deal with the analysis model is investigated by discrete analysis. Then, an active design method of process parameters that can realize active residual stress control is established according to the analysis model. By using this method, process parameters are designed for typical specification H-beam straightening. Calculated results using the analysis model match those by a finite element method well and the analysis model makes the computational cost saved. The analysis model can achieve the result analysis of residual stress evolution within the feasible region in limited time. The process design method can get the process parameters of active control under specific target parameters and constraint conditions.

**KEY WORDS** H-beams; straightening; residual stress; active control; process design

多辊矫直过程作为 H 型钢塑性成形的最终精整工序, 对产品的品质保障起着重要的作用<sup>[1-2]</sup>。生产实践表明, 多辊矫直不但能够使 H 型钢的几何缺陷得到矫正, 而且能够明显改善其残余应力状态, 提高其使用过程中的承载能力。经典力学理论也证明了弹塑性弯曲对截面应力状态的广泛影响<sup>[3-5]</sup>。然而由于矫直过

程中应力继承和遗传演变规律的复杂性, 使得一直未能有高效、简洁的力学模型对其演变过程进行快速的预测分析, 因而矫直过程对残余应力的影响一直是基于既定工艺的被动变化, 始终无法实现残余应力的主动工艺控制。目前广泛采用的工艺方案设计方法多是基于梁的弯曲理论<sup>[6-9]</sup>, 该方法单独分析矫直过程中

收稿日期: 2015-02-04

基金项目: 北京市自然科学基金资助项目(3154036); 国家高技术研究发展计划(863)资助项目(2013AA031302); 中央高校基本科研业务费(FRF-TP-15-022A2)

型材几何缺陷的演变过程,不考虑残余应力的演变及其影响,因此无法对工艺方案的残余应力控制能力进行有效评定。有限单元法能够对矫直过程中型材的力学状态进行较为准确的仿真分析<sup>[10-15]</sup>,但其计算耗时过长,模型不够高效,因此虽然能够作为已有工艺参数残余应力控制效果的被动评价手段,却难以作为工艺参数主动设计方法的基础。

综上所述,为实现 H 型钢矫直过程残余应力的主动控制,首先需要建立能够考虑残余应力演变的高效分析模型,实现在较短时间内分析预测大量工艺方案的能力;其次,需要得到基于大量分析结果的工艺参数优选设计方法,最终获得工艺参数。笔者即从这两个方面进行相关研究,并得到一套工艺参数主动设计方法。

## 1 矫直过程的数值分析模型

### 1.1 分析模型的建立

为了尽量简化分析条件并提高模型的分析效率,基于 H 型钢矫直过程的力学特点,本文在矫直模型的建立过程中认为 H 型钢符合平截面假设和理想弹塑性假设。设 H 型钢的屈服极限为  $\sigma_s$ ,截面弹塑性弯曲状态用弯曲曲率  $\alpha$  与截面弹性极限弯曲曲率  $\alpha_t$  之比  $C = \alpha/\alpha_t$  表示,其截面参数如图 1 所示。

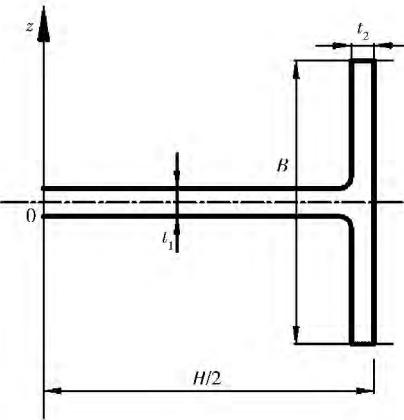


图 1 H 型钢截面参数示意图

Fig. 1 Schematic diagram of H-beam section parameters

H 型钢矫直过程的力学本质即为连续的  $n$  次弹塑性弯曲。为了能够跟踪截面残余应力的演变过程,需要模型能够在连续弹塑性弯曲过程中实现对截面应力状态的遗传和继承。将 H 型钢分为翼缘和腹板两部分,设第  $n$  次弯曲后截面翼缘残余应力为  $\sigma_{yc}^{(n)}$ ,腹板残余应力为  $\sigma_{fc}^{(n)}$ ,第  $n+1$  次弯曲过程产生的弯曲应力为  $\sigma_w^{(n+1)}$ 。根据弯曲过程变形的几何协调性和残余应力的叠加性,若不考虑材料的屈服条件,翼缘和腹板  $n+1$  次弯曲的理论弯曲应力  $\sigma_y^{(n+1)}$  和  $\sigma_f^{(n+1)}$  的基本方程应是

$$\sigma_y^{(n+1)} = \sigma_{yc}^{(n)} + \sigma_w^{(n+1)}, \quad (1)$$

$$\sigma_f^{(n+1)} = \sigma_{fc}^{(n)} + \sigma_w^{(n+1)}. \quad (2)$$

在弹性变形状态下满足下式:

$$\sigma_w^{(n+1)} = -\frac{2(z-h)}{B} C_{n+1} \sigma_s. \quad (3)$$

式中  $z$  为沿 H 型钢翼缘高度方向的坐标(如图 1 所示), $B$  为 H 型钢翼缘高度, $h$  为初始残余应力场造成的截面弯曲中性轴的偏移量, $C_{n+1}$  为第  $n+1$  次弯曲的弯曲参数。

实际的翼缘及腹板的应力分布  $\sigma_y^{(n+1)}$  及  $\sigma_f^{(n+1)}$  不但需要进行材料屈服条件的判定,而且需要满足 H 型钢截面整体静力平衡方程,即下式:

$$2t_2 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \sigma_y^{(n+1)} dz + (H - 2t_2) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \sigma_f^{(n+1)} dz = 0. \quad (4)$$

由式(1)~(4)联立为方程组,同时对式(3)进行屈服条件判定,即可得到中性轴偏移量  $h$ 、 $\sigma_y^{(n+1)}$  和  $\sigma_f^{(n+1)}$ 。进一步地,可以分别求得翼缘、腹板及 H 型钢截面整体弯矩  $\bar{M}_y^{(n+1)}$ 、 $\bar{M}_f^{(n+1)}$  和  $\bar{M}^{(n+1)}$ (如式(5)~(7))及 H 型钢截面整体回弹应力  $\sigma^{\lambda(n+1)}$ (如式(8)),式中  $M_t$  为 H 型钢弹性极限弯矩:

$$\bar{M}_y^{(n+1)} = 2t_2 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \sigma_y^{(n+1)} (z-h) d(z-h). \quad (5)$$

$$\bar{M}_f^{(n+1)} = (H - 2t_2) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \sigma_f^{(n+1)} (z-h) d(z-h). \quad (6)$$

$$\bar{M}^{(n+1)} = \bar{M}_y^{(n+1)} + \bar{M}_f^{(n+1)}. \quad (7)$$

$$\sigma^{\lambda(n+1)} = -\frac{\bar{M}^{(n+1)}}{M_t} \frac{2z}{B} \sigma_s. \quad (8)$$

由于截面回弹后的残余应力是加载应力与回弹应力的线性叠加,因此由截面整体回弹应力  $\sigma^{\lambda(n+1)}$  可得翼缘及腹板回弹后的残余应力  $\sigma_{yc}^{(n+1)}$  和  $\sigma_{fc}^{(n+1)}$ :

$$\sigma_{yc}^{(n+1)} = \sigma_y^{(n+1)} + \sigma^{\lambda(n+1)}. \quad (9)$$

$$\sigma_{fc}^{(n+1)} = \sigma_f^{(n+1)} + \sigma^{\lambda(n+1)}. \quad (10)$$

### 1.2 截面离散分析方法的建立

依据以上分析模型,运用截面离散化计算的方法对 H 型钢的第  $n+1$  次弹塑性弯曲过程进行数值解析。具体数值求解步骤如下:

(1) 截面初始应力分布的离散化。对 H 型钢截面连续分布的应力进行离散,将 H 型钢翼缘自  $-B/2$  至  $+B/2$  范围等分为  $N_1$  个区段点,腹板自  $-t_1/2$  至  $+t_1/2$  范围等分为  $N_2$  个区段点,计算分析中用区段点计算应力值  $\sigma_{\Delta}^{(n+1)}$  代替区段范围内连续分布的截面应力。

(2) 截面弯曲加载应力计算。设定中性轴偏移量  $h$  的搜索范围  $[x_1, x_2]$  与极小误差范围  $\varepsilon$  以及搜索次数  $n$ ,给定某一中性轴初始偏移量  $h_c$ ,由  $h_c$  及本次弯曲曲率  $C_{n+1}$  根据式(3)计算各区段点弯曲应力  $\sigma_{w\Delta}^{(n+1)}$ ,将其分别与翼缘及腹板前次弯曲残余应力  $\sigma_{yc\Delta}^{(n)}$  和  $\sigma_{fc\Delta}^{(n)}$  迭加,即可得对应计算区段点的应力值:

$$\sigma_{\Delta}^{(n+1)} = \sigma_{w\Delta}^{(n+1)} + \sigma_{c\Delta}^{(n)}$$

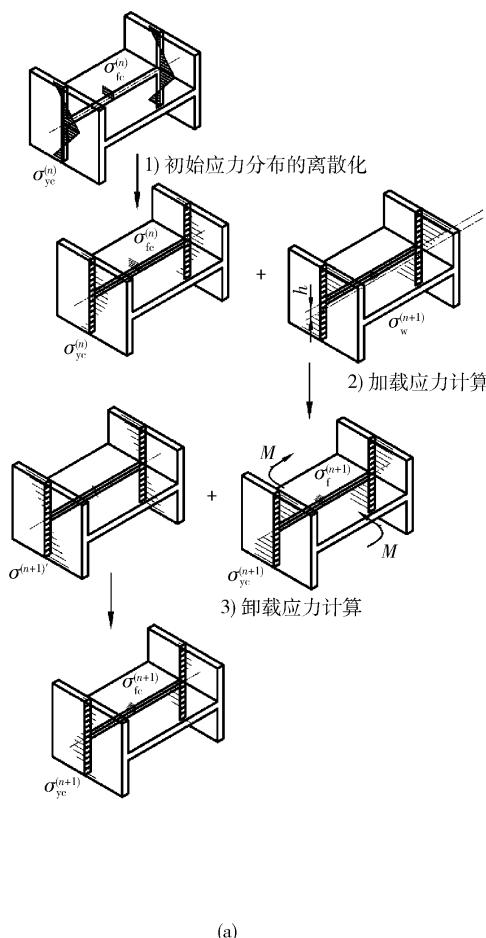
然后对  $\sigma_{\Delta}^{(n+1)}$  进行判定: 设 H 型钢屈服极限为  $\sigma_s$ , 如果  $|\sigma_{\Delta}^{(n+1)}| \geq \sigma_s$ , 则赋值  $\sigma_{\Delta}^{(n+1)} = \pm \sigma_s$ . 如果  $|\sigma_{\Delta}^{(n+1)}| < \sigma_s$ , 则赋值  $\sigma_{\Delta}^{(n+1)} = \sigma_{w\Delta}^{(n+1)} + \sigma_{c\Delta}^{(n)}$ , 即得到离散化的翼缘及腹板应力分布函数  $\sigma_{y\Delta}$  及  $\sigma_{f\Delta}$ , 判定其是否满足下式:

$$cha = \left| (H - 2t_2) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{f\Delta} dz + 2t_2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{y\Delta} dz \right| < \varepsilon. \quad (11)$$

或循环次数达到  $n$ , 满足以上两条中的任意判定条件则  $h_c$  赋值给  $h$ ,  $\sigma_{y\Delta}$  和  $\sigma_{f\Delta}$  即为截面加载应力. 若不满足, 则根据不同搜索方法继续赋值  $h_c$ , 循环以上操作.

(3) 截面弯曲卸载残余应力. 分别利用式(5)~式(8)求得弯矩和回弹应力后, 再用式(9)和式(10)计算获得本区段点的残余应力, 即

$$\sigma_{\Delta}^{(n+1)} = -\frac{\bar{M}^{(n+1)}}{M_i} \frac{2z}{B} \sigma_s, \quad (12)$$



(a)

$\sigma_{c\Delta}^{(n+1)} = \sigma_{\Delta}^{(n+1)} + \sigma_{\Delta}^{(n+1)}.$  (13)

H 型钢的矫直过程即是根据截面的弯曲次数反复运行该求解过程. 该数值解析过程的示意图如图 2 (a) 所示, 逻辑框如图 2 (b) 所示.

### 1.3 模型的有效性分析

为了评估以上计算模型的有效性, 我们运用 MS. MARC 有限元软件对矫直过程进行模拟分析. 设 H 型钢的屈服极限  $\sigma_s$  为 235 MPa, 将 H 型钢冷却后的残余应力作为初始应力引入到模型中, 采用六辊四次弯曲的工艺方案, 四次弯曲的曲率  $C_w$  分别为 3、-2、1.5 及 -1.11. 构造的有限元模型如图 3 所示. 采用两种计算模型获得的 H 型钢矫后翼缘的应力状态如图 4 (a) 所示, 以矫直过程中翼缘残余应力的平均值  $\bar{\sigma}_{ye}$  及其均方差  $S_{ye}$  作为与本文模型的对比参数(参数定义见 2.1 节), 其演变规律如图 4 (b) 所示. 可以看出, 两种方法在应力分布计算和参数演变规律方面都较为一致, 证明本模型计算过程的有效性. 有限元模型的运

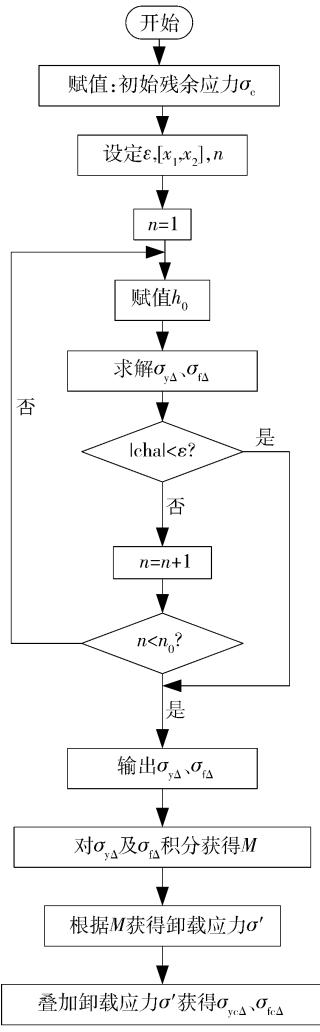


图 2 数值差分计算过程. (a) 示意图; (b) 程序逻辑框图

Fig. 2 Calculation process of numerical difference: (a) schematic diagram; (b) logic block diagram

算时间高达 20 h, 本模型的运算时间则低于 1 s. 由于本模型极低的运算成本和分布式计算多次弯曲的特点, 使我们能够在较短的运算时间内得到整个工艺参数可行域内 H 型钢残余应力的所有演变状态, 这也令基于该模型的矫直过程残余应力主动控制设计成为可能.

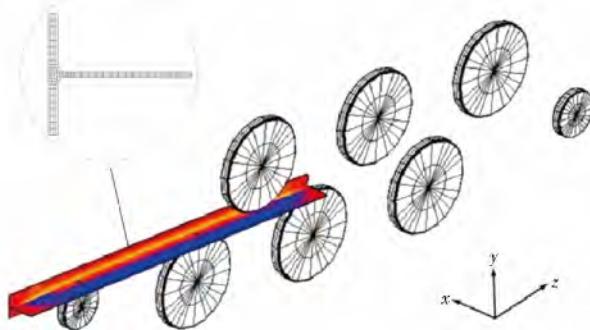


图 3 有限元模拟 H 型钢矫直过程模型

Fig. 3 Finite element model of the H-beam straightening process

## 2 矫直工艺参数主动设计研究

### 2.1 控制参数选择

进行残余应力的主动控制首先需要确定控制的目标参数. H 型钢矫后残余应力主要从两个方面影响其使用性能: 首先, 由于冷却温差造成的 H 型钢翼缘整体的拉应力状态和腹板整体的压力状态会造成其在切割、打孔等后续加工过程中严重的二次变形甚至开裂解体; 其次, 翼缘部分残余应力分布的平均性则会影响 H 型钢的屈曲承载能力.

基于此, 我们定义翼缘平均残余应力  $\bar{\sigma}_{yc}$ 、腹板平均残余应力  $\bar{\sigma}_{fc}$  及翼缘残余应力均方差  $S_{yc}$  共 3 个残余应力的控制目标参数, 其中前 2 个参数控制 H 型钢的二次变形问题, 后一个参数则控制 H 型钢的屈曲承载能力. 各参数的定义及计算公式如下:

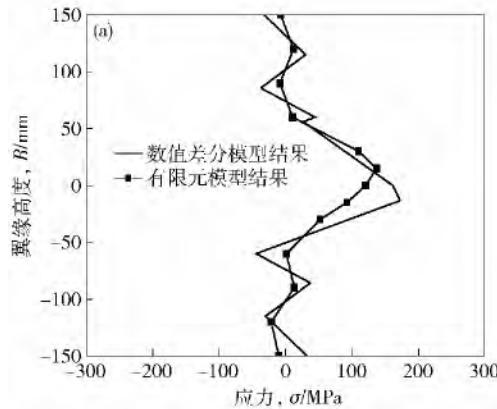


图 4 有限元模型与差分模型的运算结果对比. (a) 矫后翼缘残余应力分布

Fig. 4 Comparison of finite element results and numerical difference model results: (a) residual stress distribution of the flange after straightening; (b) evolution of residual stress parameters

$$\bar{\sigma}_{yc} = \frac{1}{B} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \sigma_{yc} dz = \frac{1}{N_1} \sum_{i=0}^{N_1} \sigma_{yc,i} ,$$

$$\bar{\sigma}_{fc} = \frac{1}{t_1} \int_{-\frac{t_1}{2}}^{\frac{t_1}{2}} \sigma_{fc} dz = \frac{1}{N_2} \sum_{i=0}^{N_2} \sigma_{fc,i} ,$$

$$S_{yc} = \sqrt{\frac{1}{N_1} \sum_{i=0}^{N_1} (\sigma_{yc,i} - \bar{\sigma}_{yc})^2} .$$

最后, 工艺参数的设计还需要附加矫直过程中几何缺陷的 2 个控制目标参数, 他们分别是 H 型钢的残余曲率  $C_c$  和整体残余曲率范围  $\{C_c\}$ . 工艺参数的主动设计即应基于对以上 5 个目标参数的控制进行.

### 2.2 主动设计方案研究

工艺方案的制订遵循以下两条基本准则.

(1) 各次弯曲曲率递减; 该原则基于矫直过程对几何缺陷矫正的基本要求, 且经过多种工艺方案试算表明该原则有利于残余应力参数的优化.

(2)  $\bar{\sigma}_{yc}$ 、 $\bar{\sigma}_{fc}$  及  $\{C_c\}$  由前 2 次弯曲参数控制. 该原则基于对各种工艺方案的试算, 试算结果表明这 3 个参数主要受前 2 次大曲率弯曲参数的影响, 第 2 次以后的弯曲过程对此 3 个控制参数的影响极小(如图 4 (b) 所示).

基于以上两条基本原则, 工艺方案的设计思路应当是:

设矫直过程中的弯曲次数有  $i$  次, 首先设定  $\{C_c\}$  及  $\bar{\sigma}_{yc}$ 、 $\bar{\sigma}_{fc}$  的最终控制目标和  $S_{yc}$  的初步控制目标, 以此为约束条件获得 1、2 次弯曲的工艺参数; 继而设定第 3 至  $i-1$  次弯曲对  $S_{yc}$  的控制目标, 以此为约束条件获得第 3 至  $i-1$  次弯曲的工艺参数; 利用矫直过程的最后一次(第  $i$  次)弯曲消除 H 型钢的残余曲率  $C_{ci-1}$ , 以消除  $C_{ci-1}$  为约束条件获得第  $i$  次弯曲的工艺参数. 具体工艺设计流程如图 5 所示.

### 2.3 主动控制工艺算例分析

以某钢厂生产的 700 mm × 300 mm 规格热轧 H 型钢为例, 其屈服极限  $\sigma_s = 235$  MPa. 通过现场测试获得

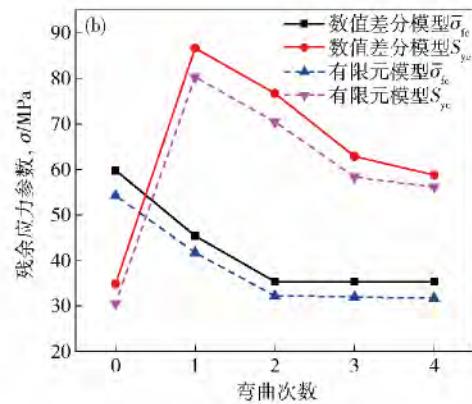


图 4 有限元模型与差分模型的运算结果对比. (b) 残余应力参数的演变

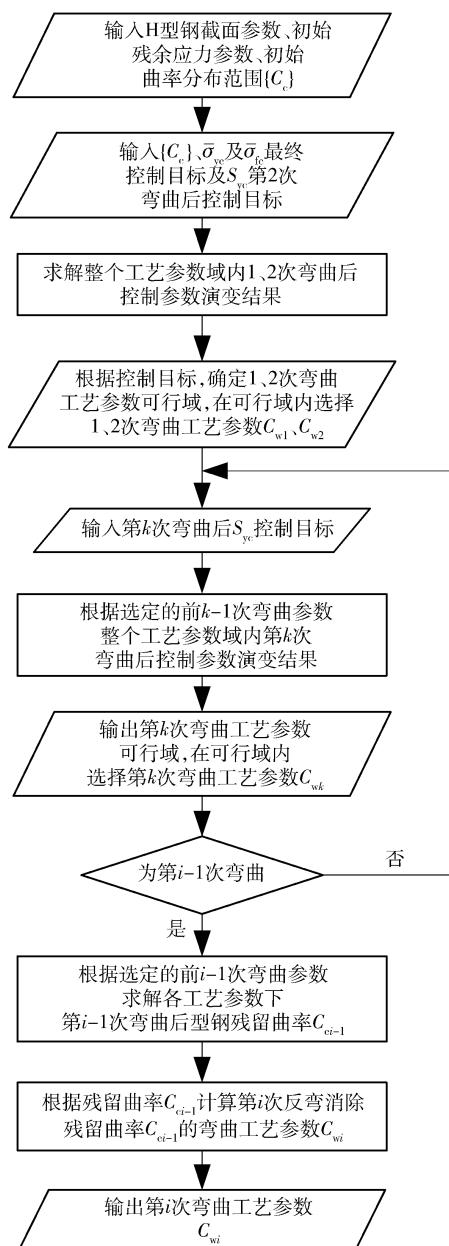


图5 主动工艺设计过程流程图

Fig.5 Flow chart of process active design

其初始曲率的状态为  $\{C_e\} = \pm 1$ , 初始残余应力的数据简化表征如图 6 所示. 矫直过程采用六辊四次弯曲, 有  $C_{w1}$ 、 $C_{w2}$ 、 $C_{w3}$  和  $C_{w4}$  共 4 个弯曲工艺参数.

依据图 5 所示的设计流程, 本算例工艺设计的具体实施步骤如下:

(1) 设定  $\{C_e\}$ 、 $\bar{\sigma}_{ye}$ 、 $\bar{\sigma}_{fe}$  和  $S_{ye}$  控制目标, 确定  $C_{w1}$  及  $C_{w2}$ .

设 H 型钢最终控制目标为  $\{C_e\} \leq 0.05$ ,  $\bar{\sigma}_{ye} \leq 40$  MPa,  $\bar{\sigma}_{fe} \geq -80$  MPa, 经历 1、2 次弯曲后  $S_{ye}$  的初步控制目标为  $S_{ye} \leq 85$  MPa.

结合前述基本准则, 可得到工艺参数可行域的 3 组约束条件.

约束条件 1: 根据递减弯曲原则, 第  $i$  次弯曲曲率

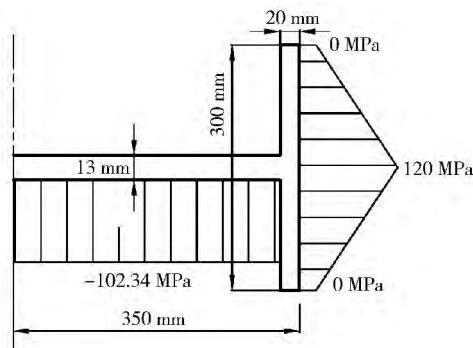


图6 算例初始残余应力表征

Fig.6 Numerical representation of initial residual stress in an example

应小于第  $i-1$  次弯曲曲率; 则我们设定 1、2 次弯曲曲率的比例参数  $\alpha = [0, 1]$ ,  $C_{w2} = -\alpha C_{w1}$ , 以  $C_{w1}$  与  $\alpha$  为自变量对  $\{C_e\}$  进行分析, 从而保证  $C_{w2} < C_{w1}$ .

约束条件 2: 为保证第  $i$  次弯曲后递减弯曲的工艺过程能够继续进行, 第  $i$  次弯曲后 H 型钢各截面残留曲率  $C_{ci}$  均应保持具有同方向的残留曲率. 即对于第 1、2 次弯曲过程, 若  $C_{w1} > 0$ ,  $C_{w2} < 0$  则 H 型钢中所有截面两次弯曲后都应保证  $C_{ci} \leq 0$ . 可知若定义正向最大初始曲率为  $+C_{0max}$ , 则若  $+C_{0max}$  经历二次弯曲后能够保证  $C_{ci} \leq 0$ , 则所有截面可保证均为负方向的残留曲率. 由此可见约束条件中只有  $+C_{0max}$ 、 $C_{w1}$  和  $C_{w2}$  三个独立变量, 其中  $+C_{0max}$  已知, 则  $C_{w2}$  是基于  $C_{w1}$  的函数, 从而能够得到以  $C_{w1}$  与  $\alpha$  表示的约束条件表达式, 具体推导过程在此不再赘述.

约束条件 3: 前述各参量的控制目标.

首先利用本文的矫直模型获得  $[C_{w1}, \alpha]$  整个工艺参数域内各控制参数的演变结果曲面, 如图 7 所示.

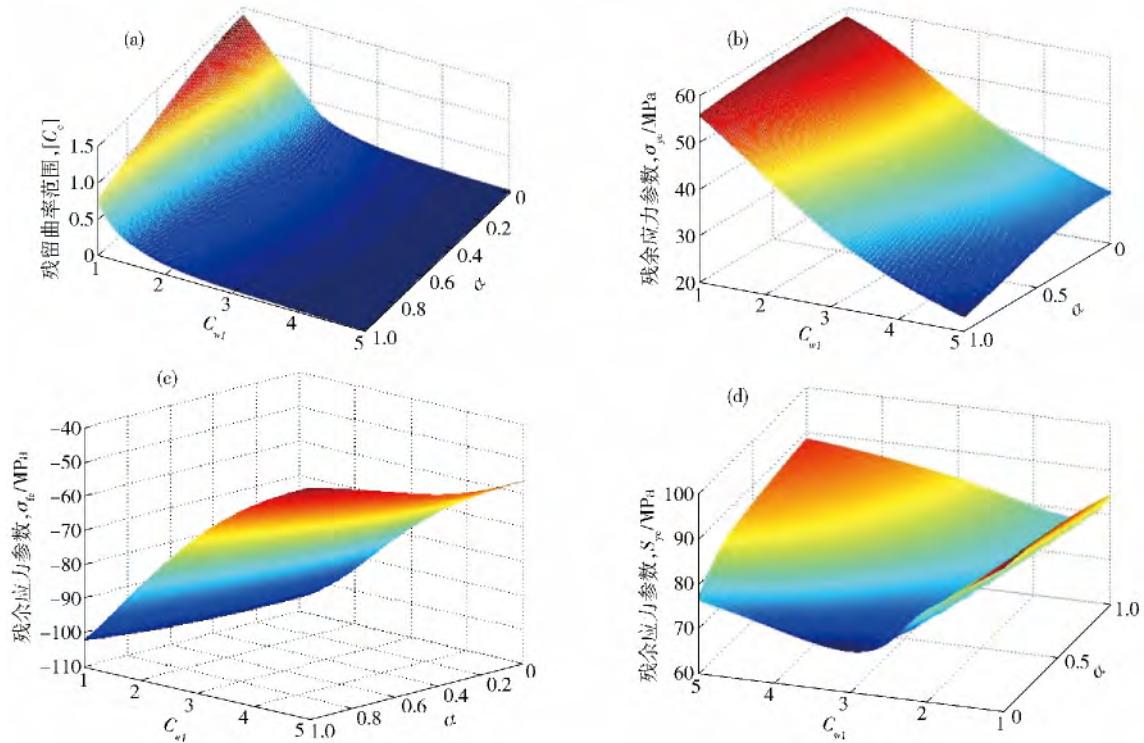
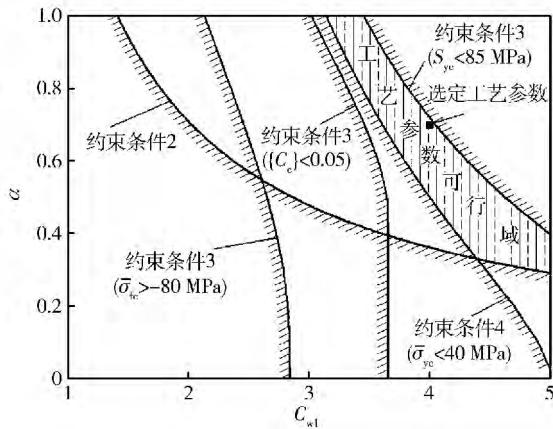
根据约束条件可以确定符合约束条件的可行域范围如下图 8 所示. 为保证 H 型钢第 1 次的充分弯曲且又不至于因过大弯曲而造成断面畸变, 因此在可行域内选择  $C_{w1} = 4$ ; 为保证第 2 次弯曲后弯曲单元矫直工艺参数具有较宽的调整范围, 在满足约束条件 3 的条件下选择可行域内的最大值  $\alpha = 0.7$ , 即最远离约束条件 2 的参数, 可得  $C_{w2} = -2.8$ .

(2) 设定  $S_{ye}$  第 3 次弯曲控制目标, 确定  $C_{w3}$ .

设  $S_{ye}$  第 3 次弯曲的控制目标为  $S_{ye} \leq 65$  MPa. 经模型计算得满足约束条件 2 的  $C_{w3}$  区间为  $[1.4, 2.8]$ , 在该区间内  $S_{ye}$  的演变情况如图 9 所示. 同样为保证后续弯曲参数的选取范围, 选取约束条件 3 的上限作为选定参数, 即  $C_{w3} = 1.9$ .

(3) 以消除残留曲率为条件, 确定  $C_{w4}$ .

通过模型对  $C_{w4}$  进行求解, 令其满足条件: 对 H 型钢中具有负方向最大初始曲率  $C_{0max} = -1$  的截面矫后残留曲率  $C_{c4} = 0$ , 可得  $C_{w4} = -1.2$ . 在此弯曲过程中

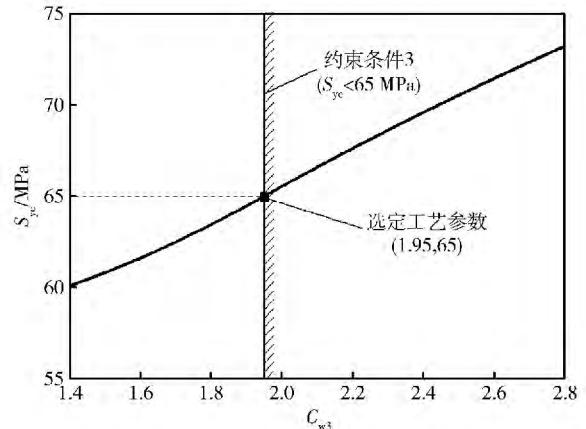
图 7  $C_{w1}-\alpha$  工艺参数域内控制参数曲面. (a)  $\{C_e\}$ ; (b)  $\bar{\sigma}_{ye}$ ; (c)  $\bar{\sigma}_{fe}$ ; (d)  $S_{ye}$ Fig. 7 Surface of control parameter in region of process parameters  $C_{w1}-\alpha$ : (a)  $\{C_e\}$ ; (b)  $\bar{\sigma}_{ye}$ ; (c)  $\bar{\sigma}_{fe}$ ; (d)  $S_{ye}$ 图 8  $C_{w1}-\alpha$  的工艺参数可行域Fig. 8 Feasible region of process parameters  $C_{w1}-\alpha$ 

$S_{ye}$  还会进一步的减小,但由于本次弯曲的塑性程度已经很小,因此对各残余应力参数的影响已经不大.

最终,我们采用主动设计方法得到的 H 型钢矫直工艺参数为  $C_{w1} = 4$ ,  $C_{w2} = -2.8$ ,  $C_{w3} = 1.9$ ,  $C_{w4} = -1.2$ , 矫后 H 型钢能够满足  $\{C_e\} \leq 0.05$ ,  $\bar{\sigma}_{ye} \leq 40$  MPa,  $\bar{\sigma}_{fe} \geq -80$  MPa 及  $S_{ye} \leq 65$  MPa 的设计目标, 实现矫直过程残余应力的主动工艺控制.

### 3 结论

(1) 针对 H 型钢矫直过程残余应力主动控制的需求, 建立高效、简洁的矫直过程应力演变分析模型,

图 9  $C_{w3}$  的工艺参数可行域Fig. 9 Feasible region of process parameter  $C_{w3}$ 

模型运算结果与有限元运算结果接近且能够实现有限时间内整个矫直工艺参数域内的残余应力演变结果分析.

(2) 建立主动控制工艺的设计方法, 通过试算和分析提出递减弯曲及基于弯曲次数的矫直过程分布设计的基本原则, 确定分布设计的控制目标及约束条件, 形成主动设计的完整流程.

(3) 以  $700 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$  规格热轧 H 型钢的矫直过程为例, 运用该主动设计方法设计一套完整的矫直工艺参数, 实现了 H 型钢矫直过程残余应力的主动控制.

## 参 考 文 献

- [1] Cui F. *Straightening and Straightening Machine*. 2nd Ed. Beijing: Metallurgy Industry Press, 2002  
(崔甫. 矫直原理与矫直机械. 2版. 北京: 冶金工业出版社, 2002)
- [2] Cui L H, Zang Y, Zhang B, et al. The investigation in H-beam precision straightening technology. *Mach Des Manuf*, 2008, 4(4): 176  
(崔丽红, 臧勇, 章博, 等. H型钢精确矫直技术的研究分析. 机械设计与制造, 2008, 4(4): 176)
- [3] Yu T X, Zhang L C. *Plastic Bending Theory and Its Application*. Beijing: Science Press, 1992  
(余同希, 章亮炽. 塑性弯曲理论及其应用. 北京: 科学出版社, 1992)
- [4] Yonetani S. *The Engender Theory and Countermeasure of Residual Stress*. Beijing: China Machine Press, 1983  
(米谷茂. 残余应力的产生与对策. 北京: 机械工业出版社, 1983)
- [5] Xu B Y, Liu X S. *Applied Elastic-Plastic Mechanics*. Beijing: Tsinghua University Press, 1995  
(徐秉业, 刘信声. 应用弹塑性力学. 北京: 清华大学出版社, 1995)
- [6] Wu B J, Chan L C, Lee T C, et al. A study on the precision modeling of the bars produced in two cross-rolls straightening. *J Mater Process Technol*, 2000, 99(1-3): 202
- [7] Zang Y, Wang H G, Cui F L. Elastic-plasticity analyses of bending deflection on section roller straightening. *J Mech Eng*, 2005, 41(11): 47  
(臧勇, 王会刚, 崔福龙. 型钢辊式矫直压弯挠度的弹塑性解析. 机械工程学报, 2005, 41(11): 47)
- [8] Zhou C L, Wang G D, Xie D G, et al. Effect of entrance/exit leveler roller' intermesh to plate flatness. *J Taiyuan Univ Sci Technol*, 2009, 30(1): 48  
(周存龙, 王国栋, 谢东钢, 等. 辊式矫直过程中板带弯曲挠度的确定. 太原科技大学学报, 2009, 30(1): 48)
- [9] Li Z F, Zang Y, Wang H G. Relation between bending deflection of H-beam and energetic parameters of nine-roller straightening. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2004, 26(5): 942  
(李忠富, 臧勇, 王会刚. 型钢九辊矫直力能参数与压弯挠度关系解析. 北京科技大学学报, 2004, 26(5): 942)
- [10] Widmark M, Melander A, Meurling F. Low cycle constant amplitude fully reversed strain controlled testing of low carbon and stainless sheet steels for simulation of straightening operations. *Int J Fatigue*, 2000, 22(4): 307
- [11] Paech M. Roller straightening process and peripherals. *Wire*, 2001, 55(2): 76
- [12] Huh H, Heo J H, Lee H W. Optimization of a roller leveling process for Al7001T9 pipes with finite element analysis and Taguchi model. *Int J Mach Tool Manuf*, 2003, 43: 345
- [13] Schleinzer G, Fischer F D. Residual stress formation during the roller straightening of railway rails. *Int J Mechan Sci*, 2001, 43: 2281
- [14] Biempica C B, del Coz Díaz J J, Nieto P J G, et al. Nonlinear analysis of residual stresses in a rail manufacturing process by FEM. *Appl Math Modelling*, 2009, 33: 34
- [15] Yin M, Wang B Y. Deflection calculation and numerical simulation of elevator rails in straightening process. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2010, 32(9): 1221  
(尹敏, 王宝雨. 电梯导轨矫直压弯挠度理论计算与数值模拟. 北京科技大学学报, 2010, 32(9): 1221)