

液压溢流阀的失稳分析和实验研究

马威,马飞[✉],周志鸿,耿晓光

北京科技大学机械工程学院,北京 100083

✉ 通信作者, E-mail: yeke@ustb.edu.cn

摘要 分析了液压回路中溢流阀的结构特点,考虑液压油压缩性、管道弹性和阀芯碰撞阀座时的能量损失,建立了溢流阀量纲一形式的数学模型,并进行了 Lyapunov 指数分析,目的是研究溢流阀的失稳机理和颤振行为。应用非光滑动态系统理论和 MATLAB 软件绘制单参数和双参数分岔图,理论解释了阀芯离开阀座时的擦边分岔。结果表明,溢流阀入口流量和预设压力直接决定着阀的振荡特性,并且存在着 Hopf 分岔、擦边分岔、周期和混沌等现象。搭建了测试平台,得到弹簧预压缩量 $x_0 = 5\text{ mm}$ 情况下的阀芯位移分岔图,对数学模型进行了验证。

关键词 溢流阀; 失稳; 混沌; 分岔; 非光滑系统; Lyapunov 指数

分类号 TH137.5

Instability analysis and experimental study of a hydraulic relief valve

MA Wei, MA Fei[✉], ZHOU Zhi-hong, GENG Xiao-guang

School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

✉ Corresponding author, E-mail: yeke@ustb.edu.cn

ABSTRACT The structure characteristic of a pressure relief valve embedded within a hydraulic circuit was analyzed. A nondimensional mathematical model was constructed by considering fluid compressibility, tube elasticity and energy loss when the valve poppet impacts its seat. Lyapunov exponent analyses were carried out. The aim is to capture the instability mechanism and chatter behavior of the relief valve. The non-smooth dynamical system theory and software MATLAB were used to draw one-parameter and two-parameter bifurcation diagrams. Grazing bifurcation which occurs at the poppet departure from the seat was explained. The results show that the flow rate into the valve and the setting pressure directly determine oscillation characters, and Hopf bifurcation, grazing bifurcation, periodic and chaotic phenomena appear. The measured bifurcation diagram at the spring pre-compression value $x_0 = 5\text{ mm}$ was presented. The mathematical model of the relief valve was verified on a test platform.

KEY WORDS relief valves; instability; chaos; bifurcation; non-smooth systems; Lyapunov exponent

直动式溢流阀在工业上有广泛的应用,用来防止系统压力过载。然而溢流阀有不稳定和发生自激振荡的现象(见 Misra 等^[1]和 Chabane 等^[2]研究成果)。这种阀的非稳定性现象被称为“颤振”。

在溢流阀颤振相关的实验研究工作中, Misra 等^[1]为了验证模型的正确性,考察了油管对溢流阀自激振荡的影响,并首次考虑了油液的压缩性。杨忠炯等^[3]建立了溢流阀在强振动环境下的动力学仿真模型,发

现当系统稳定时,系统会衰减振动至稳定,但当干扰幅值超过临界值时,系统会进入极限环的吸引域,产生周期性振动。通过增加阀口直径、弹簧刚度和减小阀芯半锥角,可增强溢流阀的抗干扰能力。Moussou 等^[4]专注于研究阀本身(不考虑管道影响),发现增大供油压力会加剧阀的不稳定性,尤其在阀芯只有很小位移的时候。他的观点是,系统的不稳定本质上有两种原因:一种是阀和油箱组成“阀模型”,作为独立系统可能导致

不稳定;另一种是“管道模型”,阀和管道会相互作用.对于典型的短管(管长与内径的比值 ≤ 20)来说,振荡频率为管道的1/4波共振频率.Chabane等^[2]研究了背压对阀颤振的影响,发现背压显著影响阀的稳定性.

从理论建模和分析的观点出发,有大量的研究成果.张怀亮^[5]等建立了溢流阀的Simulink仿真模型,分析了基础振动及结构参数对溢流阀动态特性的影响规律,发现调定压力波动幅值随基础振动的振幅增大而线性增大.刘银水^[6]等针对海水液压介质的特点,设计了一种直动式水压溢流阀,在仿真分析的基础上,得到阀的主要结构参数即介质、运动质量、阻尼以及管路容积对阀动态响应特性的影响.吴珊等^[7]采用现代控制方法获得溢流阀的状态方程,并结合工程控制理论获得传递函数模型,采用Routh稳定性判据对阀的稳定性做出判定并做了相对稳定性分析,通过仿真分析获得该阀的动态特性曲线以及上升时间等动态特性参数,同时对阀在脉动流量输入条件下的动态性能进行了仿真.Dasgupta和Karmakar^[8]研究了系统参数对瞬态响应的敏感性,发现弹簧预压缩量和阻尼几何结构影响最大.张天霄等^[9]应用振动理论对液压冲击情况下的液压溢流阀进行了振动分析,建立了溢流阀的振动模型,研究了溢流阀的固有频率和瞬态响应问题,并进行了仿真实验.

得益于计算流体力学(CFD)方法的发展,一些研究成果采用了先进的计算流体力学解算器.陈青等^[10]应用软件Fluent,对三级同心溢流阀模型的多种工况进行了仿真计算和可视化研究,给出锥阀阀腔内的速度场和压力场分布图.Srikanth和Bhasker^[11]对回路紧急切断阀进行了移动网格化的二维流量分析,Song等^[12]对模型加入流固耦合(FSI)仿真.Viel^[13]提出液压元件瞬态模拟的软件AMESim和CFD联合仿真的方法,但没有实验和分析验证.Yonezawa等^[14]用流固耦合方法分析了控制阀的自激振荡.CFD提供了确定不易测量的参数值的方法,例如阻尼系数和流体诱发振动时的附加质量,见文献[15].

本文利用非光滑动态系统理论^[16],分析溢流阀的颤振失稳现象,并通过动态测试,验证固定预紧力下的流量影响.

1 数学模型

图1描述了系统结构^[17].液压油由动力部分提供,包括齿轮泵和附加安全阀用于保护系统.动力部分提供给系统流量 Q_{pump} .然而,由于液压油的压缩性和管道的弹性,进入溢流阀的流量和从泵流出的并不同.为了模拟压缩效应,增加了一个假设的腔室,其体积等于系统中的油液体积.这个腔室代表着系统的刚度.

腔室的质量守恒公式如下:

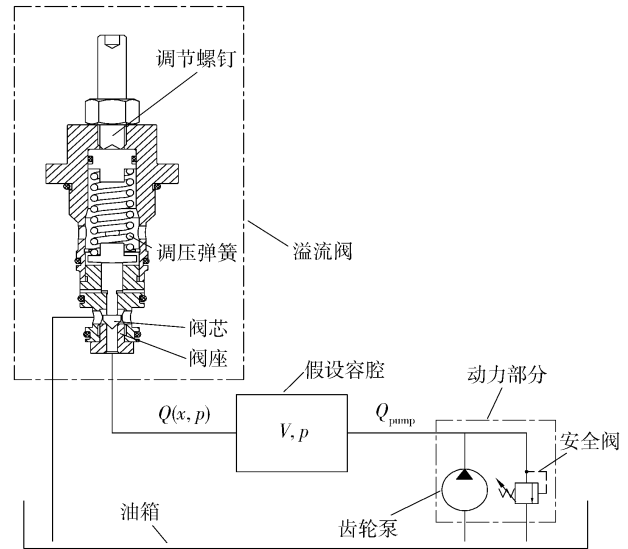


图1 液压系统结构图

Fig. 1 Schematic diagram of a hydraulic system

$$\frac{d}{dt}(\rho V) = \rho [Q_{\text{pump}} - Q(x, p)]. \quad (1)$$

式中, V 为系统油液总体积, ρ 为液压油密度, p 为进入溢流阀的压力, Q_{pump} 为泵出口流量, $Q(x, p)$ 为通过溢流阀的流量, $Q(x, p)$ 为阀芯位移 x 和压力 p 的函数:

$$Q(x, p) = A(x) C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p}. \quad (2)$$

假设阀芯部分开启,阀芯和阀座之间的通流面积由图2中的垂直距离 h 简化得到

$$A(x) = h\pi d = h\pi(D - h\cos\alpha).$$

其中通流直径 d 和阀座孔径 D 由图2定义, α 为半锥角,通过 $h = x\sin\alpha$ 替代,最终得到

$$A(x) = x\sin\alpha\pi(D - x\sin\alpha\cos\alpha) = x\sin\alpha\pi D \left(1 - \frac{x}{D}\sin\alpha\cos\alpha\right). \quad (3)$$

根据图2中的阀结构,并假设油液是正压的,也就是它的密度只取决于压力,式(1)的左侧可写成:

$$\frac{d}{dt}(\rho V) = V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV}{dt} = V \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt} = V \frac{\rho}{E} \frac{dp}{dt}.$$

阀芯的动力学用牛顿第二定律描述,结合碰撞恢复系数 r 用来描述碰撞之后的能量损失,最后系统行为用常微分方程表示如下:

$$\dot{x} = v,$$

$$\dot{v} = \frac{pA}{m} - \frac{\xi}{m}v - \frac{s}{m}(x + x_0),$$

$$\dot{p} = \frac{E}{V} \left[Q_{\text{pump}} - A(x) C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p} \right]. \quad (4)$$

$$v^+ = R(v^-) = -rv^- \quad p^+ = p^-. \quad (5)$$

式中: x 和 v 分别为阀芯的位移和速度; ξ 为阻尼系数; s 为弹簧刚度; m 为移动部分质量; x_0 为弹簧预压缩量; A 为系统压力作用于阀芯底部的面积; p 为进入溢流阀

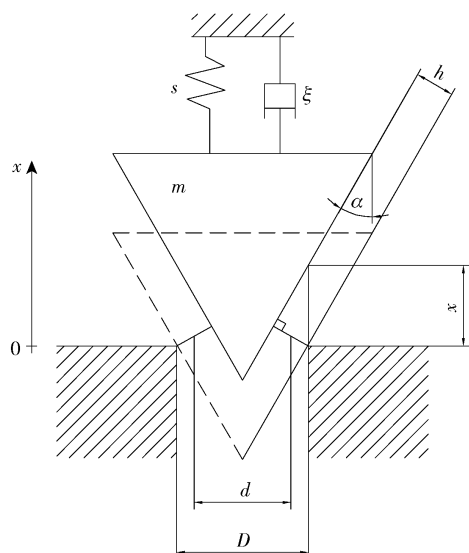
图2 阀结构中通流面积 $A(x)$ 和位移 x 之间的关系

Fig. 2 Geometry of the valve for calculating the relationship between the orifice area $A(x)$ and displacement x

的压力; E 为考虑油液压缩性和油管弹性之后的系统折算弹性模量; Q_{pump} 为泵出口压力; V 为系统全部油液体积; C_d 为阀入口处的流量系数, 虽然它取决于雷诺数, 但在后面的数值分析和研究中, 将它简化为常量; $A(x)$ 为阀芯部分开启时的有效通流面积; ρ 为液压油密度. 式(3)中表达的 $A(x)$ 非常复杂, 将它线性化并写成 $A(x) = c_1 x$, 其中 $c_1 = \sin \alpha \pi D$ 为线性系数, 描述了通流面积和阀芯位移之间的线性关系, 因为实验中阀芯位移极小, 可以认为线性化非常精确地描述了实际情况.

式(5)表示一次碰撞, v^- 为碰撞前的速度, v^+ 为碰撞后的速度, r 为碰撞恢复系数.

1.1 量纲一的形式

为了方便评估系统, 将式(4)转化为量纲一的形式. 引入量纲一的变量 $y_i(\tau)$ ($i=1, 2, 3$), 其中

$$\tau = \frac{t}{t_{\text{ref}}}, \quad y_1 = \frac{x}{x_{\text{ref}}}, \quad y_2 = \frac{v}{v_{\text{ref}}}, \quad y_3 = \frac{p}{p_{\text{ref}}},$$

$$t_{\text{ref}} = \sqrt{\frac{m}{s}}, \quad p_{\text{ref}} = p_0, \quad x_{\text{ref}} = \frac{Ap_0}{s}.$$

式(4)可写成量纲一的形式:

$$\begin{cases} f(1) = y_1' = y_2, \\ f(2) = y_2' = -\kappa y_2 - (y_1 + \delta) + y_3, \\ f(3) = y_3' = \beta(q - y_1 \sqrt{y_3}). \end{cases} \quad (6)$$

$$y_2^+ = -r y_2^-, \quad y_3^+ = y_3^-. \quad (7)$$

式中量纲一的参数为: 量纲一的阻尼系数 $\kappa = \frac{\xi}{\sqrt{ms}}$; 量

纲一的刚度参数 $\beta = \frac{E}{V} \frac{C_d c_1 A}{\rho} \sqrt{\frac{2p_0 m}{\rho s}}$; 量纲一的预压缩

$$\text{参数 } \delta = \frac{s x_p}{A p_0}; \text{ 量纲一的流量 } q = \frac{Q_{\text{pump}}}{C_d c_1 \frac{A p_0}{s} \sqrt{2 \frac{p_0}{\rho}}}$$

表1 为实验室测得的溢流阀物理参数, 用于计算量纲一的参数, 当开启压力 $p_{\text{open}} = 1 \text{ MPa}$, 得到 $\kappa = 2.46$, $\beta = 7.53$, $\delta = 22.67$. 量纲一的阻尼系数很难评估, 所以它是一个近似值.

表1 溢流阀物理参数

Table 1 Physical parameters of the relief valve

量名称	含义	数值
s	弹簧刚度	$26.7 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
m	阀芯质量	0.0617 kg
ξ	阻尼系数	$100 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$
p_0	大气压力	$1 \times 10^5 \text{ Pa}$
A	阀座通流面积	$1.39 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
E	油液弹性模量	$0.435 \times 10^9 \text{ Pa}$
V	油液体积	$7 \times 10^{-5} \text{ m}^3$
C_d	流量系数	0.86
ρ	油液密度	$870 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
c_1	线性系数	0.0112 m
ν	运动黏度	$2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
D	阀座孔径	0.0133 m

1.2 Lyapunov 指数分析

Lyapunov 指数表征了系统在相空间中相邻轨道间收敛或发散的指数率^[18]. Lyapunov 指数定义为

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda_i(t)}{t}, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

对动力学系统的解矩阵进行 QR 分解后得到对角阵 R , λ_i 即为 R 中的对角线元素, 从而得到 Lyapunov 指数的特征值.

给出三维情况下 Lyapunov 指数的一些性质.

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{负}, \text{负}, \text{负})$: 稳定定点;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{零}, \text{负}, \text{负})$: 稳定极限环;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{零}, \text{零}, \text{负})$: 稳定二维环面;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{正}, \text{正}, \text{零})$: 不稳定极限环;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{正}, \text{零}, \text{零})$: 不稳定二维环面;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{正}, \text{零}, \text{负})$: 奇怪吸引子.

Lyapunov 指数取值的集合, 即 Lyapunov 指数谱决定了系统在相空间轨线的性质. 当 $\lambda > 0$ 时, 表示长时间系统在相空间中相邻轨线沿该方向平均发散, 反之收敛. 最大 Lyapunov 指数 λ 决定相邻轨线是 ($\lambda < 0$) 否 ($\lambda > 0$) 能靠拢形成稳定轨道或稳定点; 最小 Lyapunov 指数则表示相空间中所有轨线能 ($\lambda < 0$) 否

($\lambda > 0$) 收缩形成稳定吸引子. 根据 Lyapunov 指数的性质可知道, 只要有一个 Lyapunov 指数为正, 就可以判断该系统处于混沌振荡状态.

系统 (6) 的线性变分方程为

$$\dot{Y}(t) = J(t) Y(t), Y(0) = I_3. \quad (8)$$

$Y \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, I_3 是 3×3 的单位矩阵, $J(t)$ 是系统的 Jacobi 矩阵

$$J(t) = \begin{bmatrix} \frac{f(1)}{\partial y_1} & \frac{f(1)}{\partial y_2} & \frac{f(1)}{\partial y_3} \\ \frac{f(2)}{\partial y_1} & \frac{f(2)}{\partial y_2} & \frac{f(2)}{\partial y_3} \\ \frac{f(3)}{\partial y_1} & \frac{f(3)}{\partial y_2} & \frac{f(3)}{\partial y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -\kappa & 1 \\ -\beta\sqrt{y_3} & 0 & -\frac{\beta y_1}{2\sqrt{y_3}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

由于 $Y(0)$ 是非奇异的, 所以对于 $t \geq 0$, $Y(t)$ 也是非奇异的. $Y(t)$ 可 QR 因数分解, 记为 $Y(t) = Q(t)R(t)$, 上三角矩阵 $R(t)$ 的对角元素都是正的. 将该 QR 分解式带入方程 (8), 有

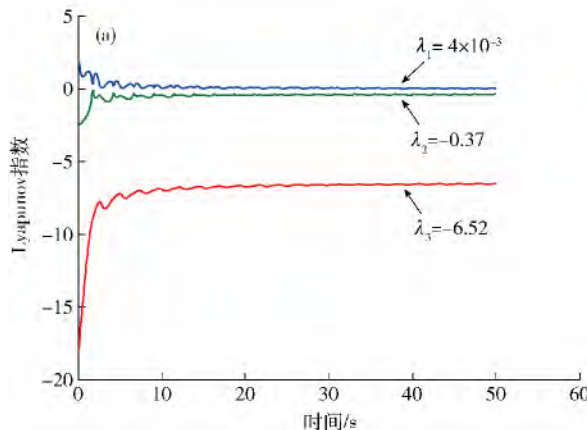
$$\begin{aligned} \dot{Q}(t)R(t) + Q(t)\dot{R}(t) &= J(t)Q(t)R(t), \\ Q(0)R(0) &= I_3. \end{aligned} \quad (10)$$

将式 (10) 左乘 Q^T , 右乘 R^{-1} , 有

$$\begin{aligned} Q^T(t)\dot{Q}(t) + \dot{R}(t)R^{-1}(t) &= Q^T(t)J(t)Q(t), \\ Q(0) &= I_3, R(0) = I_3. \end{aligned} \quad (11)$$

由于 $Q^T(t)Q(t) = I_3$, 矩阵 $K(t) = Q^T(t)\dot{Q}(t)$ 是斜对称矩阵, 并且由于矩阵 $R(t)$ 是上三角矩阵, 所以 $\dot{R}(t)R^{-1}(t)$ 也是上三角矩阵. 因此定义

$$K_{ij}(t) = \begin{cases} (Q^T(t)J(t)Q(t))_{ij}, & i > j; \\ 0, & i = j; \\ -(Q^T(t)J(t)Q(t))_{ji}, & i < j. \end{cases} \quad (12)$$



从 $K(t) = Q^T(t)\dot{Q}(t)$ 中可以得到

$$\dot{Q}(t) = Q(t)K(t), Q(0) = I_3. \quad (13)$$

方程 (12) 和方程 (13) 就确定了关于矩阵 $Q(t)$ 的微分方程. 由于 $Q^T(t)J(t)Q(t)$ 是斜对称的, 由方程 (11) 得到

$$\dot{R}_i(t) = \frac{\dot{R}_{ii}(t)}{R_{ii}(t)} = (Q^T(t)J(t)Q(t))_{ii} R_i(t) = 0. \quad (14)$$

这里 $R_i(t) = \ln(R_{ii}(t))$, Lyapunov 指数的时间演化式为 $\lambda_i(t) = R_i(t)/t$, 所以得到 Lyapunov 指数为

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{R_i(t)}{t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_i(t), \quad i = 1, 2, 3. \quad (15)$$

利用 QR 分解算法和 MATLAB 软件计算得到如图 3 所示的 Lyapunov 指数谱, $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. 可以看到, $q = 12.55$ 时, Lyapunov 指数在形态上发生“突变”, 在章节 2.1 中分析可知, 此时发生擦边分岔.

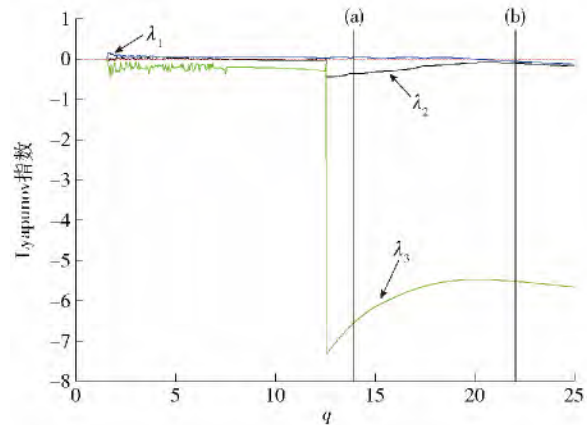


图 3 Lyapunov 指数谱

Fig. 3 Lyapunov exponent spectrum

在图 3 中分别取 $q = 14$ 和 $q = 22$ 得到如图 4 所示的时间序列上的 Lyapunov 指数曲线.

当 $q = 14$ 时, Lyapunov 指数的计算结果如图 4(a)

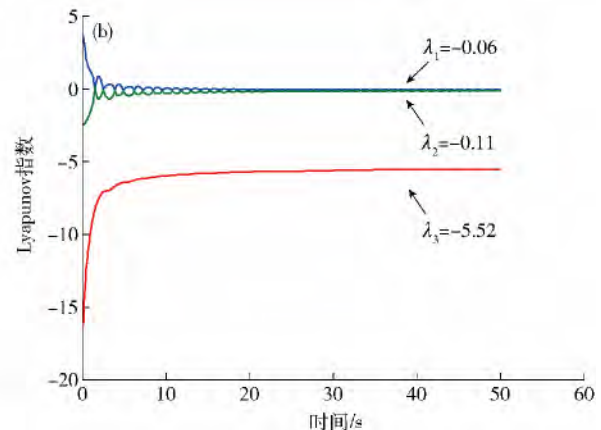


图 4 时间序列上的 Lyapunov 指数. (a) $q = 14$; (b) $q = 22$

Fig. 4 Lyapunov exponent time histories: (a) $q = 14$; (b) $q = 22$

所示, Lyapunov 指数最后收敛到 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (0, \text{负}, \text{负})$ 形式, 根据 Lyapunov 指数性质可知, 此时系统处于稳定极限环状态。

当 $q = 22$ 时, Lyapunov 指数的计算结果如图 4(b) 所示, Lyapunov 指数谱最后收敛到 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\text{负}, \text{负}, \text{负})$ 形式, 此时系统收敛于稳定平衡点。

2 分岔图

量纲一的流量 q 是最容易改变的参数, 因此首先

绘制以 q 作为自由参数的单参数分岔图。其次溢流阀的预设压力也容易改变, 量纲一的预压缩参数 δ 决定着阀的开启压力, 因此通过同时改变 q 和 δ 来得到双参数分岔图, 揭示溢流阀的震荡特性。

2.1 单参数分岔图

为了绘制分岔图, 以 q 作为自由参数, 对于每一个 q 值以一系列不同的初始条件运行仿真, 记录瞬变消失后的点。选择平面 $y_2 = 0$ 作为三维相空间的二维 Poincare 截面。结果如图 5 所示。

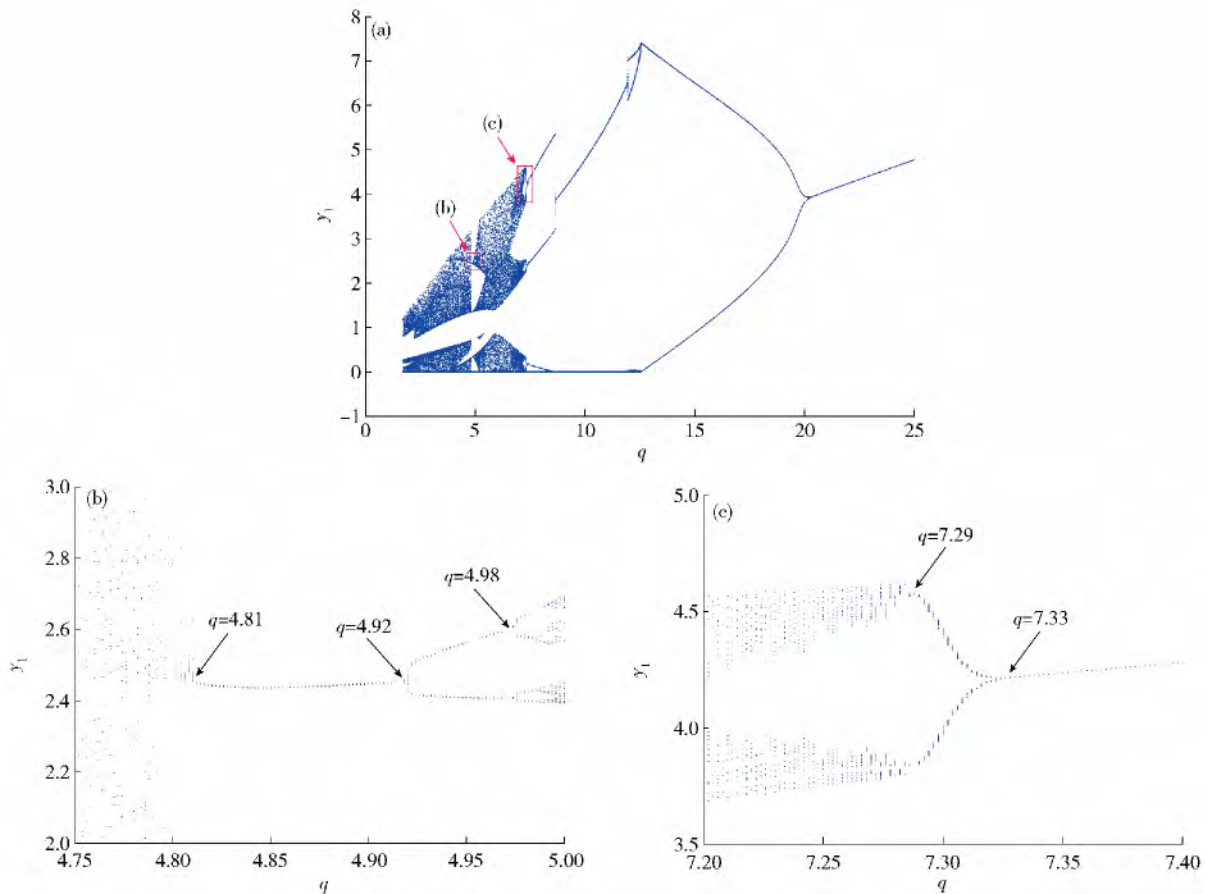


图 5 分岔图 $\kappa = 2.46$ $\beta = 7.53$ $\delta = 22.67$ 。(a) 总图 (b, c) 局部放大图

Fig. 5 Bifurcation diagram for $\kappa = 2.46$ $\beta = 7.53$ and $\delta = 22.67$: (a) complete diagram, (b, c) details with enlarged scale

考虑将 q 从 0 增大为 25。

增大 q , 系统处于混沌状态, 直到 $4.81 < q < 4.92$ 时, 出现周期 2 碰撞解。典型的轨迹如图 6(a) 所示。

当 $4.92 < q < 4.98$ 时, 出现周期 4 碰撞解。典型的轨迹如图 6(b) 所示。

继续增大 q , 系统处于混沌状态, 直到 $7.29 < q < 7.33$ 时, 出现周期 4 碰撞解。典型的轨迹如图 6(c) 所示。

当 $7.33 < q < 8.65$ 时, 出现周期 2 碰撞解。典型的轨迹如图 6(d) 所示。

当 $8.65 < q < 11.94$ 时, 出现碰撞极限环。典型的轨迹如图 6(e) 所示。

当 $11.94 < q < 12.55$ 时, 出现周期 2 碰撞解。典型的轨迹如图 6(f) 所示。

当 $q = 12.55$ 时, 擦边分岔出现, 随后是一个稳定极限环, 这意味着振动的振幅增大, 直到离开碰撞点 $y_1 = 0$, 此时阀芯的位移为零。在擦边点, 只有零速碰撞出现, 用于决定碰撞后速度的重置映射是恒等映射本身, 即碰撞前后速度都为零。稳定极限环的典型轨迹如图 6(g) 所示。

当 $q = 20$ 时, 出现了一个超临界 Hopf 分岔, 然后随着分岔参数的增大, 振幅迅速减小。这种减小可以用以下事实解释: 对于这些 q 值, 最大 Lyapunov 指数 λ_1 为负但是相当接近于 0, 例如, 如图 4(b) 所示, 当

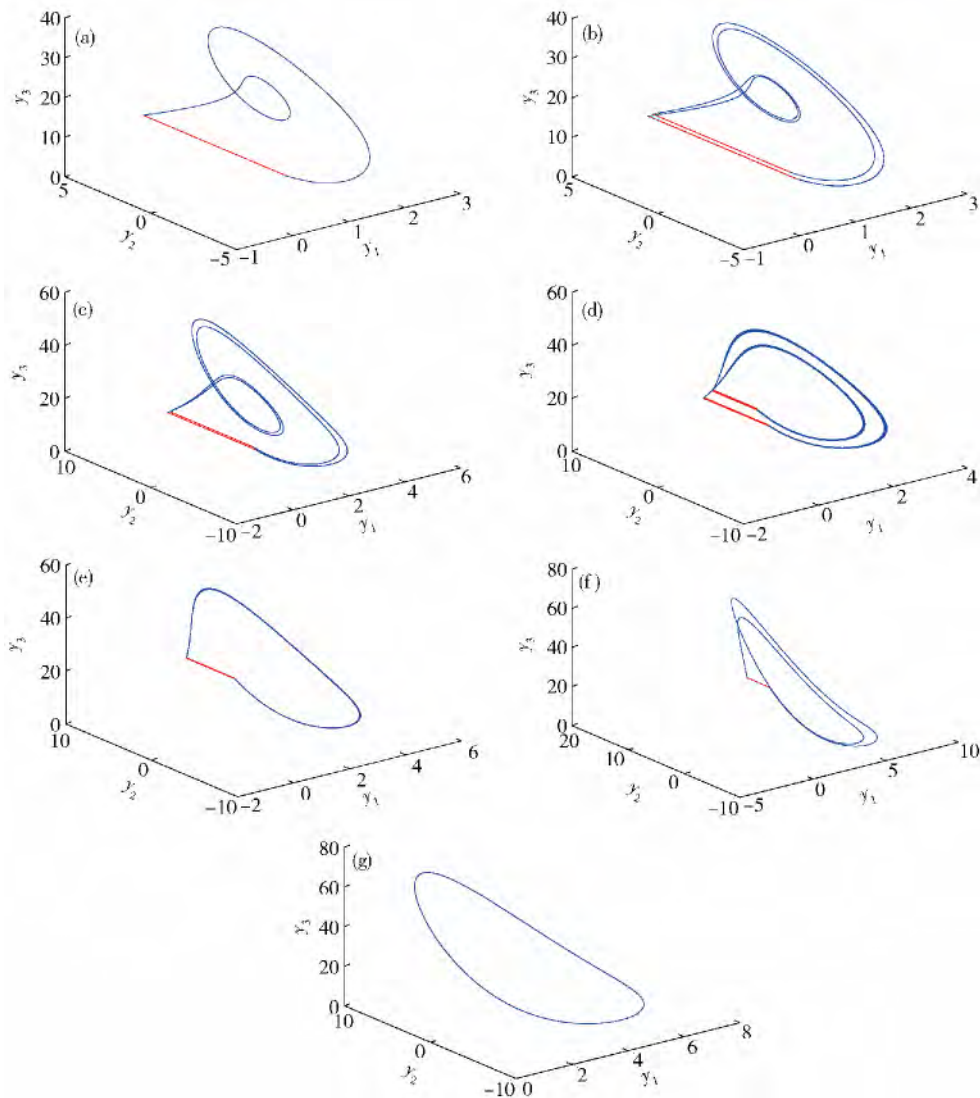


图6 相空间轨迹 红线表示阀芯与阀座碰撞。(a) 周期2碰撞解($q=4.85$); (b) 周期4碰撞解($q=4.94$); (c) 周期4碰撞解($q=7.3$); (d) 周期2碰撞解($q=8$); (e) 周期1碰撞解($q=10$); (f) 周期2碰撞解($q=12$); (g) 周期1非碰撞解($q=14$)

Fig.6 Phase space trajectories along bifurcation diagram. Red lines represent that the poppet impacts the seat: (a) period-two impacting ($q=4.85$); (b) period-four impacting ($q=4.94$); (c) period-four impacting ($q=7.3$); (d) period-two impacting ($q=8$); (e) period-one impacting ($q=10$); (f) period-two impacting ($q=12$); (g) period-one non-impacting ($q=14$)

$q=22$ 时 $\lambda_1 = -0.06$.

2.2 双参数分岔图

图7为分岔示意图,HB代表Hopf分岔,GR代表擦边分岔,PD代表倍周期分岔.同时改变两个分岔参数 δ 和 q ,可得到图8所示的双参数分岔图.

从图8的双参数分岔图可以看出,随着 δ 的变化,单参数分岔图并没有性质上的改变.

当 $0 < q < q_{PD1}$ 时,系统表现为颤振行为,振幅随着 q 的增大而增大.

当 $q_{PD3} < q < q_{PD4}$ 时,系统表现为混沌行为.

当 $q_{PD6} < q < q_{PD7}$ 时,为周期1碰撞解,相位图上表现为一个稳定极限环.

当 $q_{GR} < q < q_{HB}$ 时,为周期2非碰撞解,此时阀芯完全打开,振幅随着 q 的增大而减小.

最后,当 $q > q_{HB}$ 时,系统出现稳定平衡解.

3 动态测试

为了验证动力学模型的正确性,搭建测试平台如图9所示.动力部分由电机1和泵2提供,安全阀3用来防止系统过载,压力传感器5、流量传感器6和阀芯位移传感器8输出信号进入数据采集仪9,由计算机10显示和存储.动态测试在预设压力 $p_{open} = 1 \text{ MPa}$ (弹簧预压缩量 $x_0 = 5 \text{ mm}$)下进行.从低流量开始,通过比例调速阀4逐步增大到最大流量(约 $120 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$).在每个流量值情况下,记录溢流阀入口压力和阀芯位移.

保持预设压力不变,通过改变流量来描述系统典型的动态特征,测试结果如图10的分岔图所示.图11

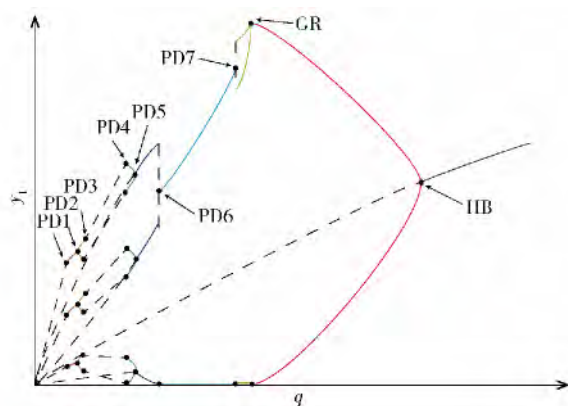


图7 分岔示意图. HB 代表 Hopf 分岔, GR 代表擦边分岔, PD 代表倍周期分岔

Fig. 7 Qualitative bifurcation diagram. Bifurcations are labeled HB for Hopf bifurcation, GR for grazing bifurcation and PD for period-doubling bifurcation

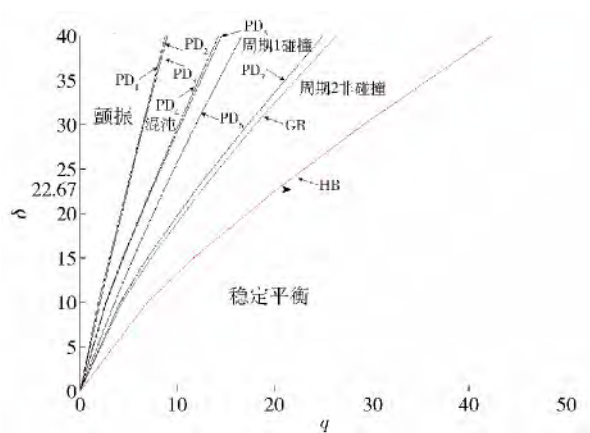


图8 双参数分岔图(当 $\delta = 22.67$ 时, 单参数分岔图如图 5(a) 所示)

Fig. 8 Two-parameter bifurcation diagram (at $\delta = 22.67$, the one-parameter cut is shown in Fig. 5(a))

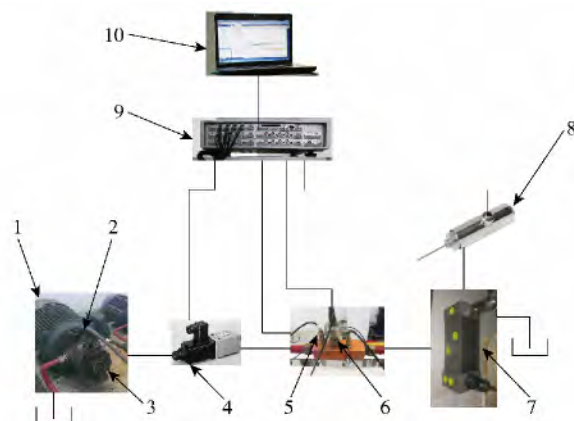
(a) ~ (d) 为 4 种典型运动类型: (a) 混沌碰撞振荡; (b) 碰撞振荡; (c) 无碰撞振荡; (d) 稳态平衡.

从图 10 可以看出, 小流量时阀芯是不稳定的, 呈现出混沌的运动形式, 通过增大流量, 振荡幅值增大. 流量达到大约 $20 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ 时, 进入周期性碰撞运动, 直到 $57 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$, 也即擦边分岔, 阀芯离开阀座, 非碰撞周期振荡开始. 随着流量的增大, 振荡幅值减小. 在临界值 $92 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ 时, 阀芯变得稳定, 此时为 Hopf 分岔.

4 结论

(1) 分析并计算了量纲一的流量系数 $q = 0 \sim 25$ 时 Lyapunov 指数曲线, 当 $q = 14$ 时系统处于稳定极限环状态, 当 $q = 22$ 时系统收敛于稳定平衡点.

(2) 利用非光滑动态理论, 通过以 q 作为自由参数的单参数分岔图, 及同时改变 q 和 δ 得到双参数分岔图. 随着流量增大, 系统经历了颤振、混沌、碰撞及



1—电机; 2—泵; 3—安全阀; 4—比例调速阀; 5—压力传感器; 6—流量传感器; 7—溢流阀; 8—阀芯位移传感器; 9—数据采集仪; 10—计算机

图9 测试平台

Fig. 9 Test platform

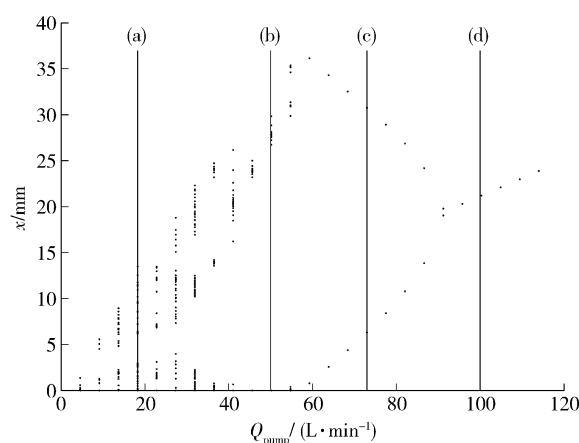


图10 缓慢改变流量的测试分岔图

Fig. 10 Measured bifurcation diagram of the system while slowly varying the flow rate

稳定平衡的过程.

(3) 小流量时阀芯是不稳定的, 呈现出混沌的运动形式. 增大流量到 $20 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$, 系统进入周期性碰撞运动. 直到 $57 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$, 当阀芯离开阀座, 擦边分岔之后, 非碰撞周期振荡开始. $92 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ 之后, Hopf 分岔出现, 阀芯变得稳定.

参 考 文 献

- [1] Misra, A, Behdinan K, Cleghorn W L. Self-excited vibration of a control valve due to fluid-structure interaction. *J Fluid Struct*, 2002, 16(5): 649
- [2] Chabane S, Plumejault S, Pierrat D, et al. Vibration and chattering of conventional safety relief valve under built up back pressure // *Proceedings of the 3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*. Brno, 2009: 281
- [3] Yang Z J, Li H B, Zhou L Q, et al. Simulation of self-excited vi-

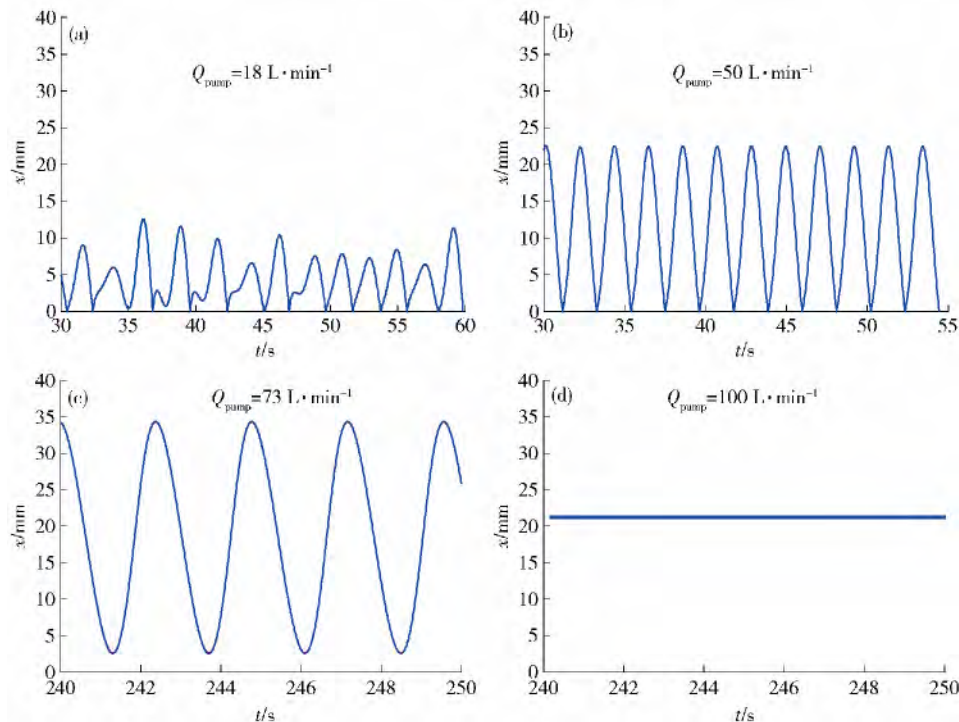


图 11 固定流量时, 阀芯时间序列上的位移. (a) 混沌碰撞振荡; (b) 碰撞振荡; (c) 无碰撞振荡; (d) 稳态平衡

Fig. 11 Displacement time histories at flow rate: (a) chaos impacting oscillation; (b) impacting oscillation; (c) oscillation without impact; (d) stable equilibrium

bration behavior of pilot valve core on pilot-operated pressure relief valve with strong vibration. *J Huazhong Univ Sci Technol Nat Sci Ed*, 2015, 43(4): 58

(杨志炯, 李洪宾, 周立强, 等. 强冲击下先导式溢流阀先导阀芯自激振动仿真. 华中科技大学学报(自然科学版), 2015, 43(4): 58)

- [4] Moussou P, Gibert R J, Brasseur G, et al. Instability of pressure relief valves in water pipes. *J Pressure Vessel Technol*, 2010, 132(4): 041308

- [5] Zhang H L, Zhang G L, Qi Z Y. Dynamic characteristics of direct operated relief valve on fundamental vibration. *J Cent South Univ Sci Technol*, 2014, 45(12): 4181

(张怀亮, 章国亮, 齐征宇. 基础振动下直动式溢流阀的动态特性. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(12): 4181)

- [6] Liu Y S, Mao X Y, Wu D F, et al. Design and simulation of a seawater hydraulic relief valve. *J Huazhong Univ Sci Technol Nat Sci Ed*, 2010, 38(9): 125

(刘银水, 毛旭耀, 吴德发, 等. 直动式海水液压溢流阀的设计与仿真. 华中科技大学学报(自然科学版), 2010, 38(9): 125)

- [7] Wu S, Mao X Y, Wu D F. Stability analysis of a direct-acting seawater hydraulic relief valve. *J Huazhong Univ Sci Technol Nat Sci Ed*, 2010, 38(10): 89

(吴珊, 毛旭耀, 吴德发. 直动式海水液压溢流阀的稳定性能分析. 华中科技大学学报(自然科学版), 2010, 38(10): 89)

- [8] Dasgupta K, Karmakar R. Modelling and dynamics of single-stage pressure relief valve with directional damping. *Simul Modell Pract Theory*, 2002, 10(1-2): 51

- [9] Zhang T X, Liu X H, Zhang N. Vibration analysis of hydraulic re-

lief valve. *J Jilin Univ Eng Technol Ed*, 2014, 44(1): 91

(张天霄, 刘昕晖, 张农. 液压溢流阀的振动分析. 吉林大学学报(工学版), 2014, 44(1): 91)

- [10] Chen Q, Xu H, Quan L. CFD simulation of noise characteristic of coaxial hydraulic relief valve with three stages. *J Vib Meas Diagn*, 2009, 29(1): 71

(陈青, 许惠, 权龙. 三级同心液压溢流阀噪声特性的 CFD 分析. 振动、测试与诊断, 2009, 29(1): 71)

- [11] Srikanth C, Bhasker C. Flow analysis in valve with moving grids through CFD techniques. *Adv Eng Software*, 2009, 40(3): 193

- [12] Song X G, Wang L, Park Y C. Transient analysis of a spring-loaded pressure safety valve using computational fluid dynamics (CFD). *J Pressure Vessel Technol*, 2010, 132(5): 054501

- [13] Viel A. Strong coupling of modelica system-level models with detailed CFD models for transient simulation of hydraulic components in their surrounding environment // *Proceedings of the 8th International Modelica Conference*. Dresden, 2011: 256

- [14] Yonezawa K, Ogawa R, Ogi K, et al. Flow-induced vibration of a steam control valve. *J Fluid Struct*, 2012, 35: 76

- [15] Vandiver J K. Damping parameters for flow-induced vibration. *J Fluid Struct*, 2012, 35: 105

- [16] Clarke F H, Ledyev Y S, Stern R J, et al. Nonsmooth Analysis and Control Theory. *Springer-Verlag New York Inc.*, 1998

- [17] Licskó G, Champneys A, Hös C. Nonlinear analysis of a single stage pressure relief valve. *Int J Appl Math*, 2009, 39(4): 12

- [18] Zamani N, Ataei M, Niroomand M. Analysis and control of chaotic behavior in boost converter by ramp compensation based on Lyapunov exponents assignment: theoretical and experimental investigation. *Chaos Solitons Fractals*, 2015, 81(1): 20