

回转窑内二元颗粒物料的径向混合

陈 辉, 肖友刚, 赵先琼, 刘 颖, 刘义伦[✉]

中南大学高性能复杂制造国家重点实验室, 长沙 410000

✉ 通信作者, E-mail: csuchenh@csu.edu.cn

摘 要 研究了颗粒尺寸差异和密度差异对二元物料在回转窑内混合的影响。采用离散单元法建立颗粒物料的运动模型, 模拟滚落运动模式下二元物料在回转窑内的径向混合过程; 通过颗粒接触数定义混合程度评价指数, 结合 Hong 的渗流与凝聚竞争理论分析颗粒体积比 σ 和密度比 η 对二元物料混合程度的影响。结果表明: 增大体积比 σ 会增强渗流作用, 增大密度比 η 会增强凝聚作用, 无论渗流或凝聚占据主导作用, 均会导致物料在混合过程中产生径向分离, 使混合程度降低; 对 σ 与 η 进行配置后, 可以使渗流与凝聚两种机理彼此平衡, 达到物料混合均匀的目的; 物料的渗流-凝聚平衡曲线中 σ 与 η 呈幂函数关系。

关键词 回转窑; 固体物料; 混合; 渗流; 凝聚

分类号 TF355

Transverse mixing of binary solid materials in a rotating kiln

CHEN Hui, XIAO You-gang, ZHAO Xian-qiong, LIU Ying, LIU Yi-lun[✉]

State Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410000, China

✉ Corresponding author, E-mail: csuchenh@csu.edu.cn

ABSTRACT In order to investigate the effect of particle size difference and density difference on the mixing mechanism of binary granular materials within a rotating kiln, a kinematic model of particles was established using the discrete element method, and the transverse mixing process of granular materials in the rolling regime within the rotating kiln was simulated. The mixing index was defined by contact-number between particles, and the effects of particle volume ratio and density ratio on the mixing index were analyzed using Hong's theory: competition between percolation and condensation. The results show that the percolation mechanism improves with increasing volume ratio σ between particles, but the condensation mechanism improves with increasing density ratio η . Segregation will occur in the radial direction of the rotating kiln no matter percolation or condensation plays the leading role resulting in the decrease of mixing degree. Percolation and condensation can balance each other for some reasonable particle volume and density combinations, where the binary granular materials could get uniformly mixed. There is a power function relationship between particle volume ratio and density ratio when percolation and condensation balance each other.

KEY WORDS rotary kilns; solid materials; mixing; percolation; condensation

利用回转窑将两种物性不同的物料进行混合是金属冶炼、矿物加工、水泥制造等工业中常用的生产工艺^[1]。物料多为固体颗粒状, 加入到水平放置的回转窑内后, 随着回转窑的转动而运动并产生混合。物料在回转窑内的混合效果直接关系到物料的干燥、研磨

及热工效率^[2-4]。物料良好的混合往往能提高产品的质量。因此, 研究和掌握物料在回转窑内的混合规律具有重要的工程应用价值。

二元物料混合过程中, 由于两种物料的颗粒物性存在差异, 容易在回转窑径向方向产生分离现象^[5-6],

严重影响物料的混合质量. 其中, 颗粒间的尺寸差异和密度差异是导致分离现象的两种主要因素: 由不同颗粒尺寸组成可二元物料称为 S 形 (size) 体系, 不同颗粒密度组成的二元物料称为 D 形 (density) 体系^[7-8]. S 形体系或 D 形体系物料的径向分离类似于巴西果效应: 物料处于最常见的滚落运动模式时, 由于 S 形体系与 D 形体系分别受到渗流机理与凝聚机理的影响, 混合过程中尺寸较小或者密度较大的颗粒会集中至物料的核心区域, 而尺寸较大或者密度较小的颗粒则扩散到靠近回转窑内壁的区域, 形成典型的“太阳分离模式”或者“月亮分离模式”^[9-10], 使物料混合程度降低. 根据 Hong 等^[11]提出的渗流与凝聚竞争机理推测, 如果对两种颗粒的密度与尺寸进行合理配比, 可使颗粒的渗流与凝聚机理达到平衡, 从而削弱二元物料的分离现象, 达到均匀混合的目的. 然而, 目前关于二元物料混合的研究主要是分别针对 S 形体系或者 D 形体系^[12-13], 二元物料同时存在颗粒尺寸差异和密度差异时的混合研究还有待加强.

由于固体颗粒的离散性和非透明性^[14], 实验研究中, 如何无干扰地提取物料的运动信息并确定二元物料的混合程度具有一定难度^[15-17]. 近年来, 离散单元法 (discrete element method, DEM) 逐渐成为研究固体颗粒系统的数值试验工具, 可以针对颗粒系统的非连续性质, 有效地获取其内部的力学和运动信息^[18-19], 并且离散单元法在研究回转窑内物料的混合方面已有应用^[20]. 本文以增强二元物料混合效果为目的, 采用三维离散单元法建立固体颗粒的运动模型, 同时考虑颗粒的尺寸差异和密度差异, 对二元物料在回转窑内的混合过程进行数值试验研究. 结合 Hong 的渗流与凝聚竞争理论, 分析颗粒尺寸和密度对二元物料混合程度的影响, 得出利于二元物料混合的颗粒尺寸与密度配比关系.

1 模型建立

1.1 离散单元法运动方程

离散单元法基本算法由 Cundall 和 Strack^[18]提出, 主要用于颗粒系统的研究. 离散单元法可以获得颗粒速度、运动轨迹、接触力等实验中难以提取的信息. 物料属于密集颗粒系统, 如图 1 所示, 设物料由 k 颗颗粒组成. 其中: 假设物料由 k 个颗粒组成, 则下标 i, j 分别为颗粒的序号数 ($i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, k$); m, I 和 R 分别表示颗粒的质量、转动惯量和半径; F^n, F^t 和 M 分别表示颗粒之间的法向接触力、切向接触力和接触力矩; θ 和 r 分别表示颗粒的角位移和位置矢量; g 为重力加速度. 图 1 中, 半径为 R_i 质量为 m_i 、转动惯量为 I_i 的颗粒 i 在运动中所受作用力为颗粒自身重力 $m_i g$ 、颗粒 j 的法向接触力 F_{ij}^n 、切向接

触力 F_{ij}^t 和接触力矩 T_{ij} , 则颗粒的运动方程为

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i(t) = m_i \mathbf{g} + \sum_j (\mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t), \quad (1)$$

$$I_i \ddot{\theta}_i(t) = \sum_j T_{ij}. \quad (2)$$

式中 \mathbf{r}_i 和 θ_i 分别为颗粒的位置矢量和角位移.

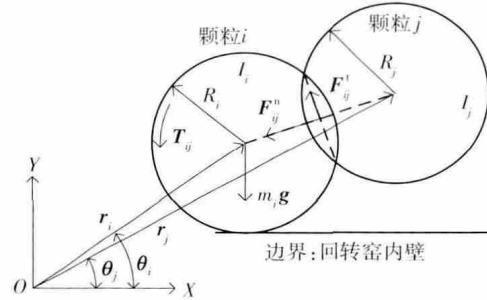


图 1 离散单元法物料颗粒模型

Fig. 1 Schematic of particles in DEM

式 (1) 和式 (2) 中, 接触力主要有 3 种计算模型^[18]: “线性接触力模型”、“Hertz-Mindlin 模型”和“无滑移 Hertz-Mindlin 模型”. 根据 Renzo 和 Maio^[19]的研究结果, 密集颗粒运动中的接触力采用“无滑移 Hertz-Mindlin 模型”不但能保证计算精度, 而且可以避免过多的计算量. 因此, 采用“无滑移 Hertz-Mindlin 模型”计算 F_{ij}^n, F_{ij}^t 和 T_{ij} , 式中计算的为矢量幅值:

$$F_{ij}^n = \frac{4}{3} E^* R^{*\frac{1}{2}} \alpha^{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{10}{3}} \beta \sqrt{S_n m^* v_{ij}^n}, \quad (3)$$

$$F_{ij}^t = -\min \left\{ \left| 8G^* \sqrt{R^{*\frac{1}{2}} \alpha^{\frac{1}{2}}} + \sqrt{\frac{10}{3}} \beta \sqrt{S_t m^* v_{ij}^t} \right|, \mu_t |F_{ij}^n| \right\}, \quad (4)$$

$$T_{ij} = R_i \times F_{ij}^t - \mu_r F_{ij}^n R_i \dot{\theta}_i. \quad (5)$$

式中: R_i 和 R_j 分别为颗粒 i 和颗粒 j 的半径值; m_i 和 m_j 分别为颗粒 i 和颗粒 j 的质量; E_i 和 E_j 分别为颗粒 i 和颗粒 j 的弹性模量; ξ_i 和 ξ_j 分别为颗粒 i 和颗粒 j 的泊松比; G_i 和 G_j 分别为颗粒 i 和颗粒 j 的切变模量; e 为颗粒之间的碰撞恢复系数; S_n 和 S_t 分别为颗粒间接触点的法向刚度和切向刚度; β 为修正系数; α 和 δ 分别为颗粒间的法向重叠量和切向重叠量; v_{ij}^n 和 v_{ij}^t 分别为颗粒间相对法向速度和相对切向速度; μ_t 和 μ_r 分别为颗粒之间的滑动摩擦系数和滚动摩擦系数.

计算过程中, 等效半径 $R^* = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}$, 等效弹性模

量 $E^* = \frac{E_i E_j}{(1 - \xi_i^2) E_i + (1 - \xi_j^2) E_j}$, 等效质量 $m^* =$

$\frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$, 等效切向模量 $G^* = \frac{G_i G_j}{(1 - \xi_i^2) G_i + (1 - \xi_j^2) G_j}$, 法向

刚度 $S_n = 2E^* (R^* \alpha)^{0.5}$, 切向刚度 $S_t = 8G^* (R^* \alpha)^{0.5}$, 修正

系数 $\beta = \frac{\ln e}{(\ln^2 e + \pi^2)^{\frac{1}{2}}}$, 颗粒间法向重叠量 α 和切向重

叠量 δ 由位置矢量确定,颗粒间相对法向速度 v_{ij}^n 和切向速度 v_{ij}^t 由速度矢量确定. 模型参数为颗粒半径、质量、弹性模量、泊松比以及颗粒之间的碰撞恢复系数、滑动摩擦系数、滚动摩擦系数.

回转窑是物料颗粒运动的几何边界,为水平放置的转筒. 由于端面挡板的摩擦力会改变物料原有的径向运动状态^[21],为消除其影响,模型中回转窑不设端面挡板,轴向方向设置为循环边界.

1.2 模型计算

模型算法过程为:(1) 循环检索颗粒 i 的空间位置;(2) 计算颗粒间接触力;(3) 差分求解式(1)和式(2)并记录颗粒新的位置和速度信息;(4) 进入下一时步并返回步骤(1). 算法过程采用基于 C++ 语言的自编程序实现,基本程序设置过程不作赘述.

回转窑材料为钢铁;二元物料由 2 种颗粒组成,分别记为颗粒 A 与颗粒 B;颗粒 B 材料设置为粗糙玻璃,颗粒 A 的密度和体积为变量,其余属性与颗粒 B 一致. 离散单元法参数取值如表 1 所示. 其中:玻璃和钢铁材料的弹性模量、泊松比、滚动摩擦系数、滑动摩擦系数及恢复系数采用离散单元法仿真的经验取值^[20];且根据 Arntz^[13]的研究结果,可暂不考虑 2 种颗粒间滚动摩擦系数及滑动摩擦系数差异对颗粒混合效果的影响,固 μ_{r-pp} 和 μ_{r-pw} 设置为常量.

表 1 离散单元法参数

Table 1 Parameters used in the DEM model

参数	数值
颗粒 B 半径, R_B/mm	3
颗粒 B 密度, $\rho_B/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2456
颗粒-颗粒滑动摩擦系数, μ_{t-pp}	0.63
颗粒-颗粒滚动摩擦系数, μ_{r-pp}/mm	0.05
颗粒-回转窑滚动摩擦系数, μ_{r-pw}/mm	0.3
颗粒-回转窑滑动摩擦系数, μ_{t-pw}	0.85
颗粒弹性模量, E_p/Pa	5.5×10^{10}
回转窑弹性模量, E_w/Pa	2×10^{11}
颗粒-颗粒恢复系数, e_{pp}	0.45
颗粒-回转窑恢复系数, e_{pw}	0.5
颗粒泊松比, ξ_p	0.25
回转窑泊松比, ξ_w	0.3
回转窑直径, d/mm	200
回转窑轴长, l/mm	30
重力加速度, $g/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	9.81
迭代时间步长, $\Delta t/\text{s}$	4.34×10^{-5}

计算中,记 σ 为单颗粒的体积比,即 $\sigma = V_A : V_B$; η 为单颗粒的密度比,即 $\eta = \rho_A : \rho_B$. σ 与 η 为变量.

图 2 为二元物料的初始状态,颗粒 A 标记为黑色,颗粒 B 标记为白色. 2 种颗粒的总体积相等,最初为完全分离状态,分别装在回转窑的左右两边. 回转窑转速为 w ,填充率为 50%,两种颗粒随着回转窑的转动而运动并相互混合.

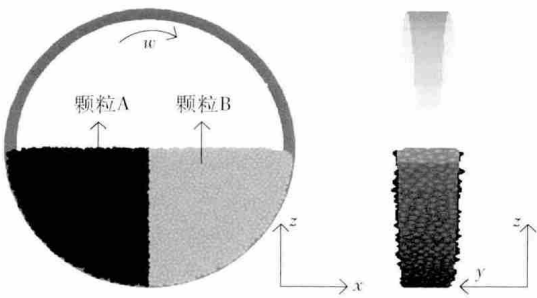


图 2 二元物料初始状态

Fig. 2 Initial state of the binary granular materials

1.3 混合程度评价指标

物料混合程度与颗粒的位置相关,评价指标主要有 Lacy 指数^[15]、混合熵^[16]和颗粒接触数^[17]. 其中, Lacy 指数和混合熵的精度受网格单元尺寸的影响,不如颗粒接触数准确. 以混合熵和颗粒接触数为例,如图 3 所示,颗粒 A 与颗粒 B 在三个单元中处于不同的混合状态:从单元 1 至单元 3,2 种颗粒的混合程度是依次增强的. 表 2 为各单元中颗粒混合程度的标定值:根据混合熵的计算方式^[16],3 个单元的混合熵相等,不能区分各单元的混合程度;而颗粒 A 与颗粒 B 之间的接触数会随着混合程度的加深而增大. 可见,颗粒接触数对物料混合程度的描述更准确.

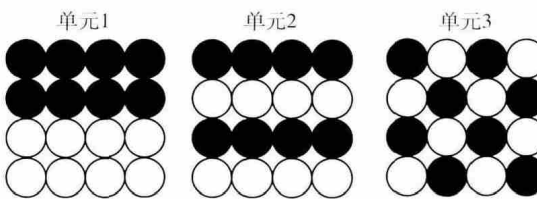


图 3 颗粒的 3 种不同混合状态

Fig. 3 Particles with three different mixing states

表 2 混合熵和颗粒接触数的数值

Table 2 Value of the mixing entropy and contact-number

混合程度	单元 1	单元 2	单元 3
混合熵	0.693	0.693	0.693
颗粒接触数	4	12	24
实际混合程度	少数混合	部分混合	完全混合

实验中提取颗粒接触数的可行性不强. Van Puyvelde^[17]仅通过测量不同颜色颗粒间的接触长度代替颗粒接触数,况且相同颜色颗粒间的接触长度无法测量,因此无法描述物料的混合程度.

滑动摩擦系数程序计算中可以方便地记录颗粒之

间的接触数. 见图 1, 在某一时间点 t , 颗粒之间的距离为 $|r_i(t) - r_j(t)|$, 颗粒半径分别为 R_i 和 R_j , 当 $|r_i(t) - r_j(t)| < R_i + R_j$ 时, 判定颗粒 i, j 之间发生接触; 如果颗粒 i 与颗粒 j 的物性均为颗粒 A, 则记录一个颗粒 A-A 接触数; 循环记录后, 可得颗粒 A-A 接触总数为 $n_{AA}(t)$. 同理, 可得颗粒 B-B 接触总数 $n_{BB}(t)$ 和颗粒 A-B 接触总数 $n_{AB}(t)$. 定义物料的混合指数为 $M(t)$, 且

$$M(t) = \frac{n_{AB}(t)}{n_{AA}(t) + n_{BB}(t) + n_{AB}(t)}. \quad (6)$$

差分求解式 (1) 后, 可得出混合指数 $M(t)$ 的变化规律. M 值域范围为 $[0, 1]$, M 越大, 表示物料混合程度越高, 当 $M=1$ 时, 表示物料达到图 3 中单元 3 的完全混合状态.

2 结果分析

2.1 物料运动模式

物料在回转窑中的运动模式分为 6 种^[21], 即滑移、塌落、滚落、泻落、抛落和离心运动, 其中工程中最常见的为滚落. 根据 Mellmann^[21] 的运动相位图, 文中回转窑转速处于 $6 \sim 10 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 时, 均能使物料保持滚落运动状态. 如图 4 所示, 物料分为活动层和平流层两部分: 平流层的颗粒随回转窑内壁绕轴线运动, 速度方向平行, 颗粒之间相对静止; 活动层的颗粒向下快速崩落并形成稳定的倾斜角, 颗粒速度会随机性改变, 颗粒相互撞击并发生混合.

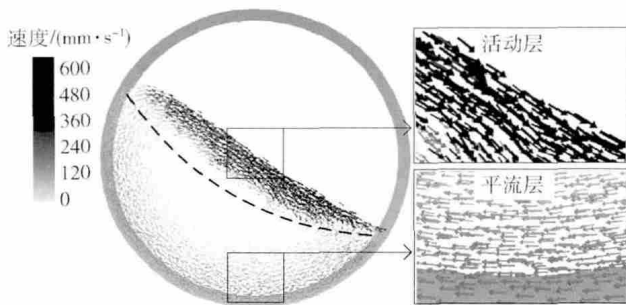


图 4 物料的滚落运动模式

Fig. 4 Schematic of particle flow in the rolling regime

颗粒体积比 σ 和密度比 η 均为 1 时, 物料为一元物料. 图 5 为 $\sigma = \eta = 1$ 时, 物料混合指数 $M(t)$ 的响应以及物料混合稳定后的形态. 如图所示, 由于颗粒之间物性相同, 混合过程中没有分离现象, 物料最终达到均匀的混合状态. 另外, $M(t)$ 的稳态值约为 0.5, 表明物料混合稳定后并不是图 3 单元 3 中的完全混合状态, 而是处于部分混合状态. 这是颗粒具有自扩散性质的原因, 颗粒的自扩散会追随着混合程度的加深而增大, 最后与混合达到动态平衡. 自扩散是颗粒的固

有性质, 工程实际中一般不会出现完全混合状态.

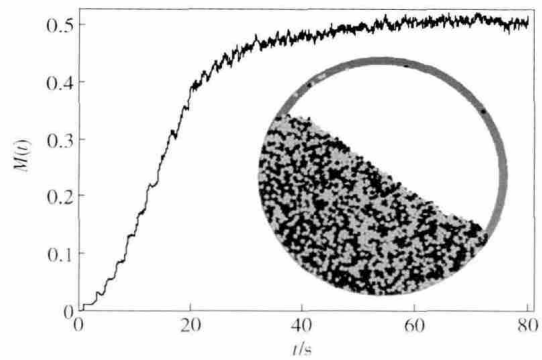


图 5 一元物料混合过程

Fig. 5 Mixing of mono-dispersed granular material

2.2 渗流与凝聚竞争机理

颗粒间存在的体积或密度差异时, 运动过程中会产生分离现象. 根据 Hong 等^[11] 对巴西果现象的解释, 颗粒体系中含有渗流与凝聚两种机理: 颗粒体积差异导致渗流作用, 体积大的颗粒会悬浮至体系上部, 而体积小的颗粒则渗流至体系下部; 颗粒密度差异导致凝聚作用, 密度大的颗粒向凝聚态发展而下沉至体系的下部, 密度小的颗粒则因流态化而向上悬浮; 渗流与凝聚两种作用相互竞争, 增大体积比 σ 会加强渗流作用, 增大密度比 η 则加强凝聚作用. Hong 的渗流与凝聚竞争机理合理地解释了颗粒振动床的巴西果及反巴西果现象.

回转窑中, 二元物料在渗流与凝聚的作用下同样会发生分离现象, 导致混合程度下降. 图 6 得出了二元物料混合稳定后的混合形态.

图 6(a) 为 $\sigma > 1, \eta = 1$ 的物料混合形态. 如图所示, 此时颗粒受渗流机理作用, 体积偏小的颗粒 B 在物料活动层中运动时会渗流至物料的中心区域, 其运动轨迹逐渐远离回转窑窑壁, 最后形成 S 型体系^[7] 分离形态.

图 6(b) 为 $\sigma = 1, \eta > 1$ 的物料混合形态. 如图所示, 此时颗粒受凝聚机理作用, 颗粒运动至活动层时, 密度偏大的颗粒 A 逐渐下沉, 运动轨迹逐渐移至物料中心区域, 最后形成 D 型体系^[8] 分离状态.

图 6(c) 为 $\sigma = 2.3, \eta = 3$ 的物料混合形态. 此时颗粒属性与 Jain 等^[5-6] 的实验材料相同: 颗粒 A 为半径 4 mm 的铁球, 颗粒 B 为半径 3 mm 的玻璃球. 与 Jain 等^[5-6] 的实验观测结果相符, 物料形成铁球在内、玻璃球在外的分离状态. 与反巴西果现象相似, 这是因为渗流与凝聚竞争过程中, 密度比 η 引起的凝聚作用超过体积比 σ 引起的渗流作用, 最终导致体积偏大的铁球逐渐聚集到物料的中心区域, 而体积偏小的玻璃球却分散至靠近回转窑窑壁的区域.

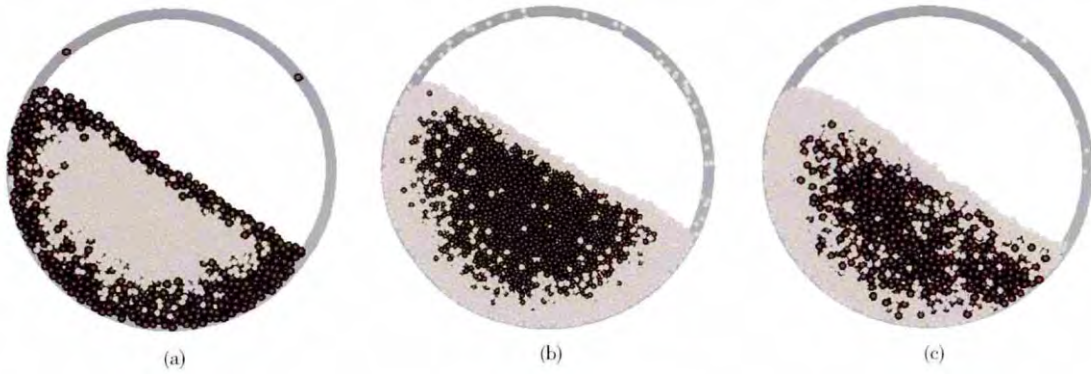


图 6 二元物料混合形态. (a) $\sigma > 1$ $\eta = 1$; (b) $\sigma = 1$ $\eta > 1$; (c) $\sigma = 2.3$ $\eta = 3$

Fig. 6 Mixing form of mono-dispersed granular material: (a) $\sigma > 1$ $\eta = 1$; (b) $\sigma = 1$ $\eta > 1$; (c) $\sigma = 2.3$ $\eta = 3$

2.3 物料的体积与密度配比

根据渗流与凝聚竞争的原理, 如果将颗粒体积比 σ 与密度比 η 进行合理配比, 能使凝聚与渗流作用达到平衡, 从而避免颗粒的分离现象, 达到二元物料均匀混合的目的. 以 $\sigma = \eta = 1$ 时的混合指数 $M(t)$ 作为均匀混合的标准 (见图 5, 其稳态值 M_s 约为 0.5), 当其他条件下 $M(t)$ 的稳态值超过 M_s 的 90% 时 (约为 0.45), 文中认为二元物料接近均匀混合.

图 7 为 $\eta = 2$ 与不同 σ 搭配时混合指数 $M(t)$ 的响应. 如图 7 所示: $\sigma = 1.4$ 时, 由于颗粒凝聚机理占主导作用, 物料存在较严重的分离现象, $M(t)$ 的稳态值仅为 0.25; 随着 σ 的增大, 颗粒的渗流作用逐渐增强, 并与凝聚作用产生竞争, 颗粒的分离现象被减弱, $M(t)$ 的稳态值逐渐变大; 当 σ 约为 2.2 时, 渗流与凝聚作用达到平衡, $M(t)$ 稳态值超过 0.45, 物料接近均匀混合状态; σ 继续增大, 导致渗流作用超过凝聚作用, 物料再次产生分离, $M(t)$ 稳态值下降. 由此可知, $\eta = 2$ 与 $\sigma = 2.2$ 为较合理的配置.

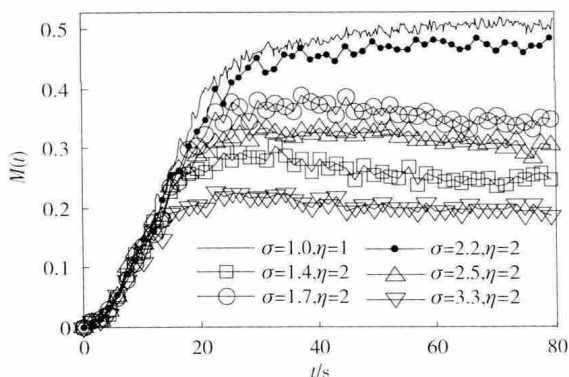


图 7 当 $\eta = 2$ 、不同 σ 值时混合指数响应

Fig. 7 Repose of mixing index at $\eta = 2$ and different σ values

图 8 为 $\sigma = 3$ 与不同 η 搭配时混合指数 $M(t)$ 的响应. 同理, 如图 8 所示: 当 η 较小时, 渗流作用占主导作用, 物料存在分离现象; 随着 η 增大, 颗粒的渗流作用逐渐被凝聚作用削弱, 当 η 约为 4.4 时, 凝聚与渗流作用相互平衡, 物料达到均匀混合状态; η 继续增加

后, 凝聚作用超过渗流作用, 物料因颗粒的凝聚再次出现分离现象. 因此 $\sigma = 3$ 与 $\eta = 4.4$ 为较合理的配置.

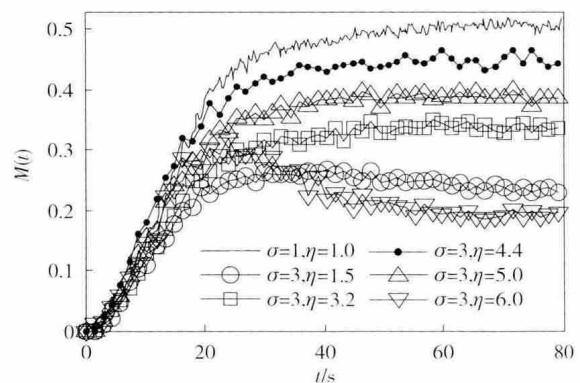


图 8 当 $\sigma = 3$ 、不同 η 值时混合指数响应

Fig. 8 Repose of mixing index at $\sigma = 3$ and different η values

经统计, 得出颗粒渗流与凝聚机理的平衡曲线, 如图 9 所示. 当点 (η, σ) 位于平衡曲线上时, 颗粒的渗流与凝聚相互平衡, 二元物料能达到均匀混合状态. 由图 9 可知, 文中二元物料的 η 与 σ 近似幂函数关系, 平衡曲线对颗粒体积比 σ 比较敏感. 工程中, 调整颗粒间的体积比也具有较强烈的可操作性, 因此采用回转窑对已知颗粒密度的二元物料进行混合时, 可以通过改变颗粒的体积比, 使渗流与凝聚相互机理平衡, 达到物料均匀混合的目的.

3 结论

(1) 滚落运动模式下, 活动层颗粒的随机碰撞使物料发生混合. 受颗粒渗流与凝聚机理的影响, 二元物料混合时会产生径向分离. 增加颗粒 A 与颗粒 B 之间的体积比 σ 会增强渗流作用, 而增加密度比 η 会增强凝聚作用. 混合过程中, 无论渗流或凝聚占据主导作用, 均会导致颗粒在活动层中运动时发生分离, 使二元物料的混合程度下降.

(2) 根据颗粒渗流与凝聚相互竞争的原理, 对颗粒的体积比 σ 与密度比 η 进行合理配置后, 可以使渗

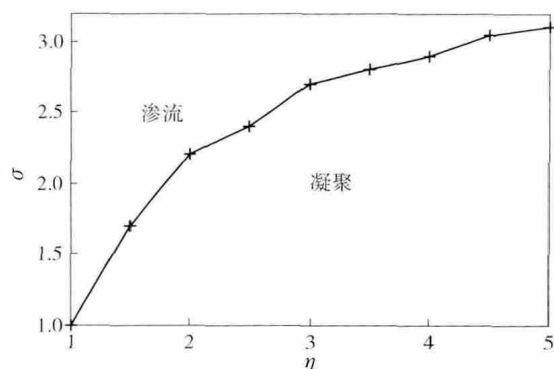


图9 渗流-凝聚平衡曲线

Fig.9 Equilibrium curve between percolation and coagulation

流与凝聚2种作用相互平衡,从而削弱颗粒的分离现象,使二元物料达到均匀混合的目的。根据混合指数 M 得出的渗流-凝聚平衡曲线中,体积比 σ 与密度比 η 呈幂函数关系,平衡曲线对颗粒体积比 σ 比较敏感。

由于固体颗粒的形状和表面粗糙度均会对物料的混合过程造成影响,今后研究中需要对固体颗粒的离散单元接触模型进一步改进,使研究结果更接近工程实际。

参 考 文 献

- [1] Gao H L, Chen Y C, Zhao Y Z, et al. Simulation of mixing process for size-type binary wet particulate system in a rotating horizontal drum by discrete element method. *Acta Phys Sin*, 2011, 60(12): 124501
(高红利,陈友川,赵永志,等.薄滚筒内二元湿颗粒体系混合行为的离散单元模拟研究.物理学报,2011,60(12): 124501)
- [2] Huang A N, Kuo H P. A study of the three-dimensional particle size segregation structure in a rotating drum. *AIChE J*, 2012, 58(4): 1076
- [3] Chen W Z, Wang C H. Calculation of mean residence time of solids in Carbon rotary kilns. *J Northeast Univ Nat Sci*, 2010, 31(9): 1313
(陈文仲,王春华.炭素回转窑内物料停留时间的确定.东北大学学报(自然科学版),2010,31(9): 1313)
- [4] Gao C F, Yue K, Jiang Z Y, et al. Numerical model of heat and mass transfer of sintering in an alumina clinker rotary kiln. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2011, 33(9): 1154
(高传峰,乐恺,姜泽毅,等.熟料烧结回转窑传热传质数值模型.北京科技大学学报,2011,33(9): 1154)
- [5] Jain N, Ottino J M, Lueptow R M. Regimes of segregation and mixing in combined size and density granular systems: an experimental study. *Granular Matter*, 2005, 7(2-3): 69
- [6] Jain N, Ottino J M, Lueptow R M. Combined size and density segregation and mixing in noncircular tumblers. *Phys Rev E*, 2005, 71: 051301
- [7] Khakhar D V, McCarthy J J, Ottino J M. Radial segregation of granular mixtures in rotating cylinders. *Phys Fluids*, 1997, 9(12): 3600
- [8] Khakhar D V, Orpe A V, Hajra S K. Segregation of granular materials in rotating cylinders. *Phys A*, 2003, 318(1-2): 129
- [9] Hill K M, Gioia G, Amaravadi D, et al. Moon patterns, sun patterns, and wave breaking in rotating granular mixtures. *Complexity*, 2005, 10(4): 79
- [10] Consway S L, Shinbrot T, Glasser B J. A Taylor vortex analogy in granular flows. *Nature*, 2004, 431(7007): 433
- [11] Hong D C, Quinn P V, Luding S. Reverse Brazil nut problem: competition between percolation and condensation. *Phys Rev Lett*, 2001, 86(15): 3423
- [12] Pereira G G, Tran N, Gleary P W. Segregation of combined size and density varying binary granular mixtures in a slowly rotating tumbler. *Granular Matter*, 2014, 16(5): 711
- [13] Arntz M M H D, Beertink H H, Otter W K D, et al. Segregation of granular particles by mass, radius, and density in a horizontal rotating drum. *AIChE J*, 2014, 60(1): 50
- [14] Parker D J, Dijkstra A E, Martin T W, et al. Positron emission particle tracking studies of spherical particle motion in rotating drums. *Chem Eng Sci*, 1997, 52(13): 2011
- [15] Liu P Y, Yang R Y, Yu A B. DEM study of the transverse mixing of wet particles in rotating drums. *Chem Eng Sci*, 2013, 86: 99
- [16] Finnie G J, Krut N P, Ye M, et al. Longitudinal and transverse mixing in rotary kilns: a discrete element method approach. *Chem Eng Sci*, 2005, 60(15): 4083
- [17] Van Puyvelde D R. Comparison of discrete elemental modelling to experimental data regarding mixing of solids in the transverse direction of a rotating kiln. *Chem Eng Sci*, 2006, 61(13): 4462
- [18] Cundall P A, Strack O L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47
- [19] Di Renzo A, Di Maio F P, Alberto D R, Francesco P D M. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chem Eng Sci*, 2004, 59(3): 525
- [20] Alizadeh E, Bertrand F, Chaouki J. Comparison of DEM results and Lagrangian experimental data for the flow and mixing of granules in a rotating drum. *AIChE J*, 2014, 60(1): 60
- [21] Mellmann J. The transverse motion of solids in rotating cylinders—forms of motion and transition behavior. *Powder Technol*, 2001, 118(3): 251