

# 含微裂缝页岩储层渗流模型及压裂井产能

亓 倩, 朱维耀<sup>✉</sup>, 邓 佳, 马 千

北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083

✉ 通信作者, E-mail: weiyao@sina.com

**摘 要** 根据页岩气储层纳微米孔隙和微裂缝结构特征, 建立含微裂缝表面层基质-裂缝双重介质球形模型. 综合考虑扩散和滑移对页岩气产能的影响, 利用 Langmuir 等温吸附方程描述页岩气的解吸吸附, 通过 Laplace 变换和 Stehfest 数值反演, 得到页岩气藏压裂井定产和定压条件下的井底流压和产量的解析解, 并进行页岩气藏压裂井产能预测及影响因素分析. 结果表明: 微裂缝是页岩气基质微观孔隙和宏观裂缝运移的主要渗流通道; 微裂缝的渗透率越大和长度越长, 页岩气井产量越大.

**关键词** 页岩气; 裂缝; 渗流; 数学模型; 产能

**分类号** TE37

## Seepage model and productivity prediction of fractured wells in shale gas reservoirs with discontinuous micro-fractures

QI Qian, ZHU Wei-yao<sup>✉</sup>, DENG Jia, MA Qian

School of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

✉ Corresponding author, E-mail: weiyao@sina.com

**ABSTRACT** A dual-porosity medium with micro-fractured spherical matrix blocks was achieved on the basis of the structure characteristics of nano-micro pores and micro-fractures in shale gas reservoirs. The Laplace space solution of the dimensionless bottom hole pressure of fractured well production was obtained in consideration of the seepage, diffusion and desorption mechanism of shale gas and applying the Laplace transform and the Stehfest numerical inversion. Type curves of dimensionless production were plotted and the influencing factors of the type curves were identified. The results show that the matrix surface improves gas transfer from the matrix medium to the fracture network due to matrix micro fractures. Increasing the permeability and length of micro fractures accelerate the productivity significantly.

**KEY WORDS** shale gas; fractures; seepage; mathematical models; productivity

页岩气储层基质与微裂缝结构复杂, 基质主要为纳微米孔隙, 且含有大量天然诱导微裂缝. 通过扫描电镜观察, 无机质中微裂缝部分不连续, 有机质中微裂缝多为平行且呈簇状分布, 并由构造微裂缝连接贯通<sup>[1]</sup>. 近来研究表明, 微裂缝可能是沟通基质微观孔隙和宏观裂缝网络的主要渗流通道<sup>[2]</sup>. 因此, 微裂缝对页岩气藏产能预测影响很大, 原有的双重孔隙模型已不再适用页岩储层, 必须建立考虑页岩气纳微米孔隙流动和微裂缝特征的新渗流数学模型.

对于页岩储层多尺度流动方面, Javadpour 等<sup>[3]</sup>和 Wang 等<sup>[4]</sup>指出气体在人工裂缝中为达西流动, 为页岩气非线性渗流理论的建立奠定了基础; 朱维耀等<sup>[5]</sup>和 Deng 等<sup>[6]</sup>建立了考虑扩散和滑移的纳微米级孔隙气体流动模型, 并指出气体在天然微裂缝及人工裂缝中为达西流动. 本文中采用此模型作为纳微米孔隙中气体流动模型.

在页岩气多重介质渗流方面, 国外部分学者<sup>[7]</sup>提出应采用基质-微裂缝-大裂缝三重介质模型来描述

页岩气藏中气体的宏观流动和运移。Dehghanpour 和 Shirdeh<sup>[8]</sup> 扩展了 Warren 和 Root<sup>[9]</sup> 提出的拟稳态模型和 Ozkan 等<sup>[10]</sup> 提出的瞬时双重介质模型。朱琴等<sup>[11]</sup> 在 Dehghanpour 提出的三重介质模型基础上, 研究微裂缝和有机质中解吸机理对非稳态压力动态及其产能的影响。目前, 对考虑微裂缝的页岩气藏渗流模型研究仍处于起步阶段, 现有的模型均假设微裂缝均匀连续分布, 渗流方程采用达西定律, 并未考虑页岩储层纳微米孔隙内气体扩散、滑移及有机质孔隙中气体解吸对渗流产生的综合影响, 存在明显不足。因此, 亟需形成一个新的流动理论, 建立含微裂缝的页岩气藏多重介质渗流模型, 建立页岩气藏多尺度压裂井产能模型, 为页岩气的开发理论的形成奠定基础。

为此, 本文将基于 Apaydin 等<sup>[12]</sup> 建立的基质-裂缝双重介质球形模型, 考虑纳微米孔隙的非线性渗流特征, 将连续微裂缝的影响范围看作页岩基质表面层,

在基质-微裂缝双重介质模型的基础上加入微裂缝表面层作为沟通基质与人工裂缝网络的通道, 建立含微裂缝表面层基质-裂缝双重介质球形模型, 并进行页岩气藏压裂水平井产能预测及影响因素分析。

## 1 页岩气多尺度流动规律

页岩气藏属于“自生自储”气藏, 天然气主要以吸附态、游离态和溶解态 3 种形式存在。吸附态和游离态占主体, 其中吸附态天然气含量在 20% ~ 85%。页岩气在储层中的流动可描述为图 1 所示的解吸、滑移扩散、渗流等多种流动方式: ①在压降作用下, 页岩气在页岩基质表面发生解吸; ②纳微米孔隙中分子与孔壁发生碰撞滑移扩散; ③页岩气在微裂缝-裂缝网络中流动。多尺度流动分为四大流态: 连续流(达西流、非达西流和管流)、滑移流、过渡流和自由分子流。其流动规律表现为存在解吸、扩散、滑移、渗流的多尺度特性和非线性流动特征。

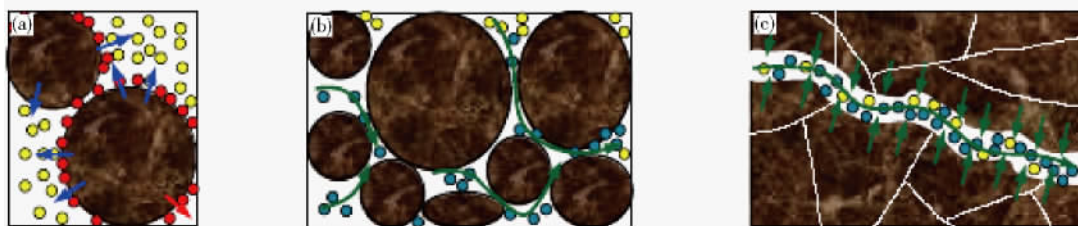


图 1 页岩气流动示意图。(a) 基质表面解吸; (b) 纳微米孔隙中流动; (c) 微裂缝-裂缝网络中流动

Fig. 1 Diagram of shale gas flow: (a) desorption on the matrix surface; (b) flow in nano-micro pores; (c) flow in fracture networks

### 1.1 页岩气多尺度流动模型

页岩储层中存在大量的纳微米孔隙, 孔直径主要分布在 2 ~ 50 nm。由于储层渗透率极低, 气体流动已偏离达西定律, 扩散和滑移作用对多孔介质内气体流动影响增加。

Beskok 等<sup>[13-14]</sup> 得出在连续介质、滑脱、对流和不同分子类型下渗透率变化表达式, 获得普遍适用于连续流区、滑移流区、过渡流区和自由分子流区的理想气体流动方程。朱维耀等<sup>[5]</sup> 和 Deng 等<sup>[6]</sup> 基于 Beskok-Karniadakis 模型, 对纳微米级孔隙内的气体流动方程进行简化和推广, 建立了适用于不同流态的纳微米级孔隙内气体流动数学模型:

$$v = -\frac{k_0}{\mu} \left( 1 + \frac{3\pi\alpha\mu D_k}{16k_0 p} \right) \left( \frac{dp}{dx} \right). \quad (1)$$

式中:  $v$  为气相的渗流速度,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $k_0$  为绝对渗透率,  $\mu\text{m}^2$ ;  $\mu$  为气体黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $D_k$  为气体扩散系数,  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $p$  为压力,  $\text{Pa}$ ;  $\alpha$  为稀疏因子,  $\alpha = 1.34$ 。

页岩储层天然裂缝网络结构复杂, 开度主要分布在 10 ~ 20  $\mu\text{m}$ , 连续贯通的微裂缝的存在提升了比表面积和富含有机物的页岩储层空间, 增大吸附气和游离气的储存空间, 具有较高的有效孔隙度和渗透率, 从

而改善储层的渗流特性, 为页岩气渗流提供有效通道。由理论推导和实验验证得到气体在天然微裂缝及人工裂缝中服从达西定律, 即  $\alpha = 0$ 。

基于上述页岩气多尺度流动模型, 选取我国南海相露头区下志留统龙马溪组钻井取心样品, 开展气体流动规律实验。岩心基础数据如表 1 所示。

表 1 岩心基础数据表

Table 1 Core parameters

岩心编号	长度/cm	直径/cm	渗透率/ $10^{-6} \mu\text{m}^2$	孔隙度/%
1#	6.02	2.51	0.56	3.274
2#	6.00	2.5	3.54	2.146
3#	5.99	2.49	7.52	4.127
4#	6.00	2.5	21.75	5.521

由图 2 可以看出: 随着压力平方差的增加, 气体渗流流量增加; 随着渗透率的增加, 气体流动具有非达西渗流特征, 在  $10^{-7} \sim 10^{-6} \mu\text{m}^2$  范围内流量变化幅度不大, 在  $10^{-6} \sim 10^{-5} \mu\text{m}^2$  范围内变化的幅度较大, 且当渗透率增大到  $10^{-5} \mu\text{m}^2$  时, 气体流动逐渐表现出达西渗流特征。因此气体渗规律具有多尺度效应。实验数据与理论模型相吻合, 因此该模型适用页岩储层多尺度

渗流.

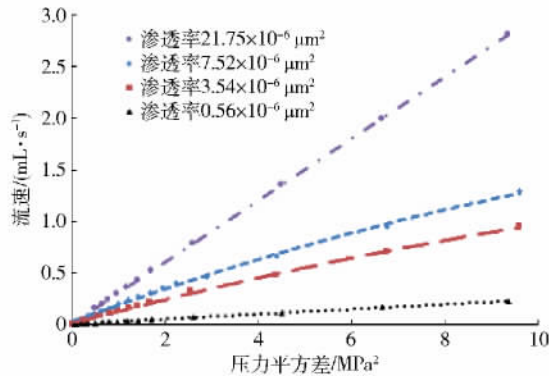


图 2 岩心渗流规律

Fig. 2 Gas flow law in the porous core

## 1.2 页岩气吸附-解吸模型

页岩气藏中吸附气和游离气共存, 吸附气的解吸是页岩气藏重要的产气机理, 研究页岩气藏的吸附解吸机理对页岩气藏的开发具有重要的影响<sup>[15]</sup>.

Langmuir 从分子动力学理论推导出单分子层吸附等温式. 郭为等<sup>[16]</sup>对我国川南地区龙马溪组页岩的吸附与解吸特征进行实验研究. 根据吸附/解吸仿真实验仪采集的压力、温度等, 经处理计算不同平衡压力下吸附和解吸过程的含气量. 将吸附模型和解吸模型分别对等温吸附实验和等温解吸实验数据进行对比拟合, 得出用 Langmuir 模型描述页岩气等温吸附过程比较合适.

气体吸附服从 Langmuir 等温吸附方程:

$$V_E = V_L \left( \frac{p}{p + p_L} \right). \quad (2)$$

式中:  $V_E$  为总吸附体积,  $\text{m}^3 \cdot \text{t}^{-1}$ ;  $V_L$  为 Langmuir 体积, 表示最大吸附量,  $\text{m}^3 \cdot \text{t}^{-1}$ ;  $p_L$  为 Langmuir 压力, 表示吸附量达到最大吸附量 50% 时的压力, MPa.

考虑瞬时平衡条件, 解吸量可以表示为

$$V_d = V_L \left( \frac{p_i}{p_i + p_L} - \frac{\bar{p}}{\bar{p} + p_L} \right). \quad (3)$$

式中:  $V_d$  为单位体积基质累计解吸量,  $\text{m}^3 \cdot \text{t}^{-1}$ ;  $p_i$  为原始地层压力, Pa;  $\bar{p}$  为气藏当前平均压力, Pa.

## 2 页岩气压裂井物理模型及求解

### 2.1 含微裂缝表面层基质-裂缝双重介质球形模型

De Swaan<sup>[17]</sup>提出非稳态双重介质球形模型, 如图 3 所示. 图中  $R_m$  为压裂直井供给半径,  $\text{m}$ ;  $r_m$  为球形基质半径,  $\text{m}$ . 假设储层由等径圆球状基质块分布排列, 裂缝则由圆球基质之间的孔隙表示. 流体从基质块内流到球面, 其压力等于裂缝压力. 基质块中流体为裂缝中流动提供源项.

Apaydin<sup>[12]</sup>基于双重介质球形模型, 考虑页岩储层

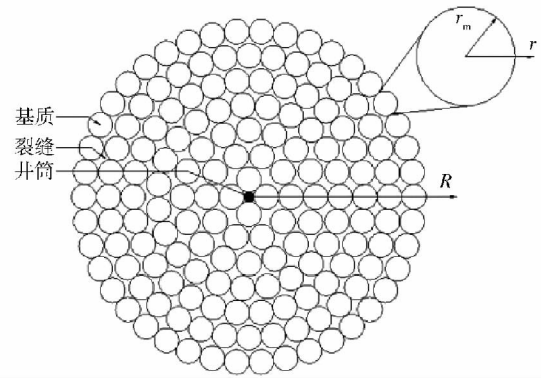


图 3 双重介质球形模型示意图<sup>[17]</sup>

Fig. 3 Schematic illustration of a radial dual-porosity medium with spherical matrix blocks<sup>[17]</sup>

中连续分布的微裂缝对渗流的贡献, 建立球形基质表面层模型. 假设球形基质分为两部分: 内部为球形基质核, 基质中微裂缝长度较短且不连续, 只作为气体的储集空间而忽略其对渗流的影响; 外部为附着在球形基质核表面的同心球微裂缝表面层, 表面层基质中微裂缝连通, 且与人工裂缝连通, 既是气体的储集空间, 又是主要的渗流通道, 如图 4 所示. 图中  $r_{mc}$  为球形基质核半径,  $\text{m}$ ;  $h_{mm}$  为含微裂缝表面层基质宽度,  $\text{m}$ ;  $h_{mf}$  为微裂缝开度,  $\text{m}$ ;  $h_{ms}$  为微裂缝表面层厚度,  $\text{m}$ ;  $L_{ms}$  为微裂缝表面层长度,  $\text{m}$ ;  $A_{ms}$  为微裂缝表层面积,  $\text{m}^2$ . 分别推导出基质核与表面层的流动方程, 并通过之间的边界耦合, 得到基质核与表面层微裂缝耦合模型.

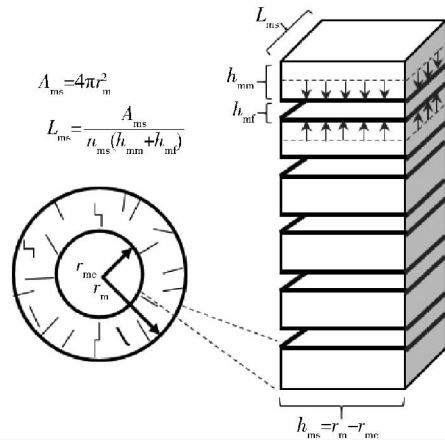


图 4 球形基质和球形基质表层模型示意图<sup>[12]</sup>

Fig. 4 Representation of the fractured matrix-surface layer by a system of slabs in parallel<sup>[12]</sup>

Kazemi<sup>[18]</sup>提出层状经典双重介质模型, 基于 Kazemi 模型将表面层基质简化为一组均匀间隔的水平基质层, 微裂缝系统等价于基质之间的空间, 如图 5 所示.

基质表面层的厚度取决于微裂缝的长度, 假设表面层的厚度 ( $h_{ms} = r_m - r_{mc}$ ) 小于基质核的半径; 认为基

质核与表面层接触面压力和气体流量均匀分布; 近似气体在表面层裂缝中的流动为线性达西流动; 忽略毛细管力和重力对渗流的影响。

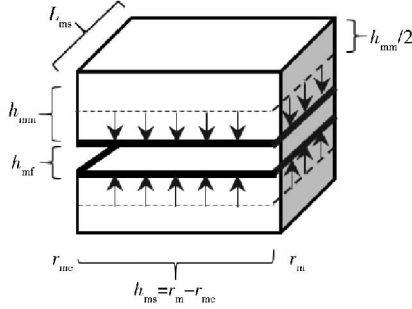


图5 球形基质表层模型示意图<sup>[12]</sup>

Fig. 5 Geometry of the matrix and fracture slabs used to represent the matrix surface layer<sup>[12]</sup>

## 2.2 渗流数学模型建立及求解

在建立数学模型之前, 作以下假设: (1) 球形基质和表面层基质向微裂缝提供气源; (2) 基质和微裂缝同时向人工裂缝提供气源; (3) 流向井筒的球形流只通过人工裂缝。

由于人工裂缝网络的渗透率比页岩基质的渗透率高几个甚至几十个数量级, 因此认为假设 (1) 是合理的。假设 (2) 和 (3) 成立的前提是微裂缝有效沟通基质与人工裂缝网络, 并且假设气体从球形基质流到内表面层时其压力等于微裂缝压力, 即在  $r = r_{mc}$  处  $\bar{m}_{mcD} = \bar{m}_{mfD}$ , 气体经微裂缝流到球面时其压力等于裂缝压力, 即在  $r = r_m$  处  $\bar{m}_{mfD} = \bar{m}_{fD}$ 。

### 2.2.1 定义模型参数和无因次参数

定义导压系数:

$$\eta_{\xi} = \frac{k_{\xi}}{\phi_{\xi} \mu c_{i\xi}}. \quad (4)$$

定义拟压力:

$$m_{\xi}(p) = 2 \int_{p_i}^p \left( 1 + \frac{3\pi a}{16k_{\xi}} \frac{\mu D_K}{p} \right) \frac{p}{\mu Z} dp. \quad (5)$$

定义拟时间:

$$t_a(p) = \int_0^t \frac{\mu_i c_{ii}}{(\mu c_{i\xi})_{\bar{p}}} dt. \quad (6)$$

定义无因次拟压力:

$$m_{\xi D} = \frac{1.988 \times 10^{-5} k_i h_{fi} T_{sc}}{q_{sc} p_{sc} T} \Delta m_{\xi}. \quad (7)$$

式中: 下标  $\xi$  为 mc、ms、mf 和 f, 分别表示球形核基质区、表面层基质区、表面层微裂缝区和人工缝网区;  $m_{\xi D}$  为不同区域无因次拟压力, Pa;  $t_a$  为拟时间, d;  $c_{i\xi}$  为综合压缩系数, Pa<sup>-1</sup>;  $q_{sc}$  为标准条件下气井流量, m<sup>3</sup>·d<sup>-1</sup>;  $k_i$  为缝网区整体渗透率, μm<sup>2</sup>;  $h_{fi}$  为裂缝总长度, m;  $T_{sc}$  为标准状态下温度, K;  $p_{sc}$  为标准压力, Pa;  $T$  为多孔介质温度, K;  $\phi$  为储层孔隙度;  $Z$  为气体压缩因子;  $\mu_i$

为气体初始黏度, Pa·s;  $c_{ii}$  为气体初始综合压缩系数, Pa<sup>-1</sup>。其他无因次参数如表 2 所示。

表2 其他主要无因次参数

Table 2 Non-dimensional parameters

参数	表达式
无因次拟时间	$t_D = \frac{\eta_{\xi}}{L^2} t_a$
无因次导压系数	$\eta_{\xi D} = \frac{\eta_{\xi}}{\eta_f} = \frac{(\phi_f c_{if} \mu) k_{\xi}}{(\phi_{\xi} c_{i\xi} \mu) k_f}$
窜流系数 <sup>[17]</sup>	$\lambda = 10 \frac{k_{mf} r_m L^2}{k_i h_{fi} r_m^2} \lambda_{ms} = 12 \times \frac{L^2}{h_{mm}^2} \frac{k_{ms} h_{mm}}{k_{mf} h_{mf}}$
弹性储能比 <sup>[17]</sup>	$\omega = \frac{2(\phi c_i)_{mf} r_m}{3(\phi c_i)_f h_{fi}} \omega_{ms} = \frac{(\phi c_i)_{ms} h_{mm}}{(\phi c_i)_{mf} h_{mf}}$
无因次距离	$r_D = r/L \quad R_D = R/L,$ $\theta_D = \theta/(h_{mm}/2) \quad h_{mmD} = h_{mm}/L$

注:  $L$  为特征长度, 本文中取水平井压裂裂缝半长  $x_F$ , μm。

### 2.2.2 球形基质渗流数学模型的建立

考虑解吸和扩散作用, 基于天然气渗流连续性方程、运动方程和状态方程, 建立球形基质不稳定渗流控制方程:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \cdot \left( 1 + \frac{3\pi a}{16k_{mc}} \frac{\mu D_K}{p_{mc}} \right) \frac{p_{mc}}{\mu Z} \frac{dp_{mc}}{dr} \right] + \frac{p_{sc} T}{T_{sc} Z_{sc} \rho_{gsc} k_{mc}} q_d = \frac{\phi_{mc} \mu c_{tmc}}{k_{mc}} \frac{p_{mc}}{\mu Z} \frac{\partial p_{mc}}{\partial t}, \quad 0 \leq r \leq r_{mc}. \quad (8)$$

式中:  $Z_{sc}$  为标准状态下气体压缩因子;  $\rho_{gsc}$  为标准状态下气体密度, kg·m<sup>-3</sup>。

因此, 解吸量随时间的变化可以表示为

$$q_d = \rho_{gsc} \frac{\partial V_d}{\partial t} = \rho_{gsc} \left( \frac{\partial V_d}{\partial p_{mc}} \right) \left( \frac{\partial p_{mc}}{\partial t} \right). \quad (9)$$

其中,

$$\frac{\partial V_d}{\partial p_{mc}} = - \frac{p_L V_L}{(p_{mc} + p_L)^2}. \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (9), 并作以下定义。

压缩系数:

$$c_{tmc} = c_m + c_d. \quad (11)$$

其中, 气体扩散压缩系数:

$$c_m = c_g \cdot \frac{p_{mc}}{p_{mc} + \frac{3\pi a \mu D_K}{16k_{mc}}}, \quad (12)$$

$$c_g = \frac{1}{p_{mc}} - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dp_{mc}}. \quad (13)$$

解吸压缩系数:

$$c_d = \frac{p_{sc} T Z}{T_{sc} Z_{sc} \phi_{mc}} \frac{p_L V_L}{(p_{mc} + p_L)^2} \frac{1}{p_{mc} + \frac{3\pi a \mu D_K}{16k_{mc}}}. \quad (14)$$

因为压缩系数  $c_t(p_{mc})$  为压力  $p_{mc}$  的函数, 代入拟时间, 得到气体在球形基质中的渗流数学模型为

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{d\Delta m_{mc}}{dr} \right) = \frac{1}{\eta_{mc}} \frac{\partial \Delta m_{mc}}{\partial t_a}, \quad 0 \leq r \leq r_{mc}. \quad (15)$$

代入无因次参数, 令  $w_{mcD}(r_D, R_{mD}, t_D) = r_D m_{mcD}(r_D, R_{mD}, t_D)$ , 并进行 Laplace 变换, 得到球形基质无因次流动方程, 式(15)化为

$$\frac{\partial^2 \bar{w}_{mcD}}{\partial r_D^2} - \frac{s}{\eta_{mcD}} \bar{w}_{mcD} = 0. \quad (16)$$

初始条件:

$$\bar{w}_{mcD}(r_D = 0, R_{mD}, s) = 0. \quad (17)$$

边界条件:

$$\bar{w}_{mcD}(r_{mcD}, R_{mD}, s) = \bar{w}_{mfD}(r_{mcD}, R_{mD}, s). \quad (18)$$

代入边界条件可得球形基质压力分布 Laplace 空间解:

$$\bar{m}_{mcD} = \frac{r_{mcD} \sinh(\sqrt{s/\eta_{mD}} r_D)}{r_D \sinh(\sqrt{s/\eta_{mD}} r_{mcD})} \bar{m}_{mfD} \quad (19)$$

式中  $s$  为拉普拉斯算子,  $\bar{m}_{\varepsilon D}$  为拉普拉斯变换拟压力函数.

### 2.2.3 球形基质表面层渗流数学模型的建立

(1) 表面层基质渗流数学模型. 表面层基质不稳定渗流控制方程:

$$\frac{\partial^2 \Delta m_{ms}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\eta_{ms}} \frac{\partial \Delta m_{ms}}{\partial t_a}, \quad 0 \leq \theta \leq h_{mm}/2. \quad (20)$$

代入无因次参数, 并进行 Laplace 变换, 得到无因次流动方程, 式(20)化为

$$\frac{\partial^2 \bar{m}_{msD}}{\partial \theta_D^2} - \frac{3\omega_m}{\lambda_{ms} \eta_{mfD}} s \bar{m}_{msD} = 0, \quad 0 \leq \theta_D \leq 1. \quad (21)$$

初始条件:

$$\bar{m}_{msD}(\theta_D = 0, s) = 0. \quad (22)$$

边界条件:

$$\left. \frac{\partial \bar{m}_{msD}}{\partial \theta_D} \right|_{(\theta_D=0, s)} = 0, \quad (23)$$

$$\bar{m}_{msD}(\theta_D = 1, s) = \bar{m}_{mfD}(r_D, s). \quad (24)$$

代入边界条件可得复合层基质压力分布 Laplace 空间解:

$$\bar{m}_{msD} = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{3\omega_m}{\lambda_{ms} \eta_{mfD}}} s \theta_D\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{3\omega_m}{\lambda_{ms} \eta_{mfD}}} s\right)} \bar{m}_{mfD}. \quad (25)$$

(2) 表面层微裂缝渗流数学模型. 假设流入裂缝的基质窜流量由相邻两基质的一半提供, 基于天然气渗流连续性方程、运动方程和状态方程, 建立表面层微裂缝不稳定渗流控制方程:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \Delta m_{mf}}{\partial r} \right) - \frac{\mu}{k_{mf}} \hat{q}_{ms}(r, t) = \frac{1}{\eta_{mf}} \frac{\partial \Delta m_{mf}}{\partial t_a}, \quad r_{mc} \leq r \leq r_m. \quad (26)$$

式中  $\hat{q}_{ms}(r, t)$  表示单位时间、单位体积表面层基质流入微裂缝表层的窜流量,  $\mu^3 \cdot s^{-1}$ .

$$\hat{q}_{ms}(r, t) = - \frac{q_{ms}(\theta, t) \big|_{(\theta=h_{mm}/2, t)}}{A_{mf} h_{mf}/2} = - \frac{2}{h_{mf}} \left( \frac{k_{ms}}{\mu} \frac{\partial p_{ms}}{\partial \theta} \right) \bigg|_{(\theta=h_{mm}/2, t)}. \quad (27)$$

式中  $A_{mf}$  为基质与裂缝接触的表面积,  $m^2$ .

式(27)代入式(26)得

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \Delta m_{mf}}{\partial r} \right) - \frac{2k_{ms}}{k_{mf} h_{mf}} \frac{\Delta m_{ms}}{\partial \theta} \bigg|_{(\theta=h_{mm}/2, t)} = \frac{1}{\eta_{mf}} \frac{\partial \Delta m_{mf}}{\partial t_a}. \quad (28)$$

代入无因次参数, 并进行 Laplace 变换:

$$\frac{\partial^2 \bar{m}_{mfD}}{\partial r_D^2} - \frac{\lambda_m}{3} \frac{\partial \bar{m}_{msD}}{\partial \theta_D} \bigg|_{(\theta_D=1, s)} - \frac{s}{\eta_{mfD}} \bar{m}_{mfD} = 0, \quad r_{mcD} \leq r_D \leq r_{mD}. \quad (29)$$

其中,

$$\left. \frac{\partial \bar{m}_{msD}}{\partial \theta_D} \right|_{(\theta_D=1, s)} = \sqrt{\frac{3\omega_m}{\lambda_m \eta_{mfD}}} \tanh\left(\sqrt{\frac{3\omega_m}{\lambda_m \eta_{mfD}}} s\right) \bar{m}_{mfD}. \quad (30)$$

将式(30)代入式(29)得

$$\frac{\partial^2 \bar{m}_{mfD}}{\partial r_D^2} - u_m \bar{m}_{mfD} = 0. \quad (31)$$

初始条件:

$$\bar{m}_{mfD}(r_D, t_D = 0) = 0. \quad (32)$$

边界条件:

$$\bar{m}_{mfD}(r_{mD}, s) = \bar{m}_{fD}(R_D, s), \quad (33)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{m}_{mfD}}{\partial r_D} \right|_{(r_{mD}, s)} = \frac{k_{mc} h_{mm}}{k_{mf} h_{mf}} \left. \frac{\partial \bar{m}_{mcD}}{\partial r_D} \right|_{(r_{mD}, s)}. \quad (34)$$

代入边界条件可得复合层微裂缝压力分布 Laplace 空间解:

$$\bar{m}_{mfD} = \frac{(\sqrt{u_m} - f_{mf}) + (\sqrt{u_m} - f_{mf}) \exp[2\sqrt{u_m}(r_D - r_{mcD})]}{(\sqrt{u_m} - f_{mf}) + (\sqrt{u_m} - f_{mf}) \exp[2\sqrt{u_m}(r_{mD} - r_{mcD})]} \exp[\sqrt{u_m}(r_{mD} - r_{mcD})] \bar{m}_{fD}. \quad (35)$$

式中:

$$u_m = s f_m(s), \quad (36)$$

$$f_m(s) = \frac{1}{\eta_{mfD}} \left[ 1 + \sqrt{\frac{\lambda_m \omega_m \eta_{mfD}}{3s}} \tanh\left(\sqrt{\frac{3\omega_m}{\lambda_m \eta_{mfD}}} s\right) \right], \quad (37)$$

$$f_{mf}(s) = \frac{h_{mm}^2 \lambda_m}{12 r_{mcD} L^2} [\sqrt{s/\eta_{mD}} r_{mcD} \coth(\sqrt{s/\eta_{mD}} r_{mcD}) - 1]. \quad (38)$$

### 2.2.4 人工缝网区气体渗流数学模型

对于圆形封闭边界地层中心直井, 考虑基质-微裂缝-人工裂缝网络, 假设流体从基质到人工裂缝仅经由微裂缝, 并且从每个球形基质块流出的瞬时平均流量为基质块外部裂缝体积的一半, 利用双重介质模型, 基于天然气渗流连续性方程、运动方程和状态方

程,建立人工缝网区中页岩气非稳态渗流控制方程:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \Delta m_f}{\partial R} \right) - \frac{\mu}{k_f} \tilde{q}_{mf}(R, t) = \frac{1}{\eta_f} \frac{\partial \Delta m_f}{\partial t_a} \quad (39)$$

式中  $\tilde{q}_{mf}(R, t)$  表示单位时间、单位体积微裂缝流入裂缝的窜流量  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$\tilde{q}_{ms}(R, t) = -\frac{q_{mf}(r_m, R, t)}{V_f/2} = -\frac{2h_{mf}}{h_f h_{mm}} \left( \frac{k_{mf}}{\mu k_f} \frac{\partial \Delta \bar{m}_{fD}}{\partial r_D} \right) \Big|_{(r_m, R, t)} \quad (40)$$

将式(40)代入式(39),代入无因次参数,并进行 Laplace 变换:

$$\frac{1}{R_D} \frac{\partial}{\partial R_D} \left( R_D \frac{\partial \Delta \bar{m}_{fD}}{\partial R_D} \right) - \frac{2k_{mf} h_{mf}}{k_f h_f h_{mm}} \left( \frac{\partial \Delta \bar{m}_{fD}}{\partial r_D} \right) \Big|_{(r_m, R, t)} - s \Delta \bar{m}_{fD} = 0. \quad (41)$$

其中,

$$\left( \frac{\partial \bar{m}_{fD}}{\partial r_D} \right) \Big|_{(r_{mD}, R_D, s)} = -\frac{5h_{mm}}{h_{mf} r_{mD}} f_{fD} s \bar{m}_{fD}(R_D, s), \quad (42)$$

$$\frac{1}{R_D} \frac{\partial}{\partial R_D} \left( R_D \frac{\partial \Delta \bar{m}_{fD}}{\partial R_D} \right) - u \Delta \bar{m}_{fD} = 0. \quad (43)$$

初始条件:

$$\bar{m}_{fD}(R_D, s=0) = 0. \quad (44)$$

边界条件:

$$\left( R_D \frac{\partial \bar{m}_{fD}}{\partial R_D} \right) \Big|_{R_D=R_{wD}} = -\frac{1}{s}, \quad (45)$$

$$\bar{m}_{fD}(R_D \rightarrow \infty, s) = 0. \quad (46)$$

代入边界条件可得圆形封闭边界地层中页岩气井以定产量生产时压力分布 Laplace 空间解:

$$\bar{m}_{fD} = \frac{K_0[\sqrt{u} R_D]}{s \sqrt{u} R_{wD} K_1(\sqrt{u} R_{wD})}. \quad (47)$$

式中  $K_0(z)$  和  $K_1(z)$  分别为零阶和一阶修正贝塞尔函数.

$$u = s f(s), \quad (48)$$

$$f(s) = 1 - \lambda f_m(s) f_f(s), \quad (49)$$

$$f_f(s) = \frac{h_{mfD} r_{mD}}{5 \sqrt{u_m} h_{mmD}} \cdot$$

$$\frac{(\sqrt{u_m} - f_{mf}) - (\sqrt{u_m} + f_{mf}) \exp[2\sqrt{u_m}(r_{mD} - r_{mcD})]}{(\sqrt{u_m} - f_{mf}) + (\sqrt{u_m} + f_{mf}) \exp[2\sqrt{u_m}(r_{mD} - r_{mcD})]}. \quad (50)$$

对式(47)进行 Stehfest 数值反演,即可计算得到页岩储层压裂直井实时域空间的解.均质储层的页岩气井以定产量生产时压力分布 Laplace 空间解在形式上等同于压裂直井,因此式(49)反映了含微裂缝表面层基质-裂缝双重介质球形模型特征及页岩储层中连续分布的微裂缝对渗流的贡献.

### 3 敏感参数影响因素分析

基于式(47)~式(50),考虑扩散和滑移对渗流的综合影响,利用 Langmuir 等温吸附方程描述页岩气的吸附现象,考虑微裂缝的连通性,将含连续微裂缝基质-裂缝双重介质球形模型与页岩气藏压裂水平井三线性流模型相结合,将上述推导结果代入页岩气藏压裂水平井产能公式<sup>[10,19-20]</sup>,结合页岩气藏的参数(表3),绘制页岩气水平井不稳定产量随时间的关系曲线,通过改变微裂缝长度、微裂缝渗透率、扩散系数、极限解吸量等参数,分析各参数对页岩气藏不稳定产能动态特征曲线的影响.

表3 页岩气储层参数

Table 3 Shale gas reservoir parameters

参数	取值	参数	取值
储层厚度 $h/\text{m}$	30	基质球半径 $r_e/\text{m}$	2
水平井长度 $L_h/\text{m}$	1600	缝网区渗透率 $k_f/10^{-3} \mu\text{m}^2$	2
储层半宽 $x_e/\text{m}$	80	缝网区孔隙度 $\varphi_f$	0.45
压裂缝半间距 $\vartheta_e/\text{m}$	80	缝网区裂缝开度 $h_f/\mu\text{m}$	200
黏度 $\mu/(\text{mPa} \cdot \text{s})$	0.027	水力压裂缝渗透率 $k_F/10^{-3} \mu\text{m}^2$	100
基质渗透率 $k_{mc}/10^{-6} \mu\text{m}^2$	0.5	水力压裂缝孔隙度 $\varphi_F$	0.38
基质孔隙度 $\phi_m$	0.03	水力压裂缝半长 $x_F/\text{m}$	80
微裂缝渗透率 $k_{mf}/10^{-3} \mu\text{m}^2$	0.02	水力压裂缝开度 $\mu_F/\text{m}$	0.003
微裂缝孔隙度 $\varphi_{mf}$	0.25	原始地层压力 $p_e/\text{MPa}$	25
微裂缝开度 $h_{mf}/\mu\text{m}$	2	日产量 $q_{sc}/(\text{m}^3 \cdot \text{d}^{-1})$	2000
表面层厚度 $h_{ms}/\text{m}$	0.2 $r_m$	井底流压 $p_w/\text{MPa}$	6

图6反映了基质-微裂缝渗透率对页岩气水平井无因次产量动态曲线的影响.从图中可以看出:微裂缝渗透率越大,人工缝网区与基质区的沟通性越好,页岩

储层体积压裂水平井产气量也就越大;微裂缝渗透率对生产前、中期的影响较大.页岩储层致密,基质渗透率较小,流向微裂缝的页岩气量减少,基质与微裂缝

之间的窜流能力对产气量具有一定影响,当基质渗透率增大到  $0.5 \times 10^{-6} \mu\text{m}^2$  时,微裂缝渗透率对产气量的影响逐渐减小。

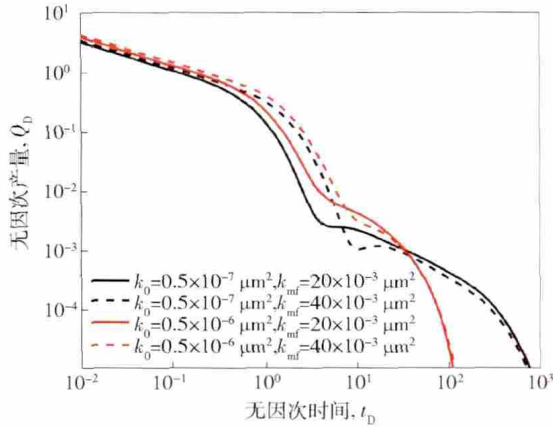


图 6 基质-微裂缝渗透率对无因次产量的影响

Fig. 6 Effect of matrix and micro-fracture permeability on the dimensionless production performance

图 7 反映了微裂缝长度对页岩气水平井无因次产量动态曲线的影响。从图中可以看出,生产前期,微裂缝的长度越长,连通性越好,页岩储层水平井无因次产气量越大。生产中后期,随着生产时间的增加,泄压速度越快,产量降低速度加快。

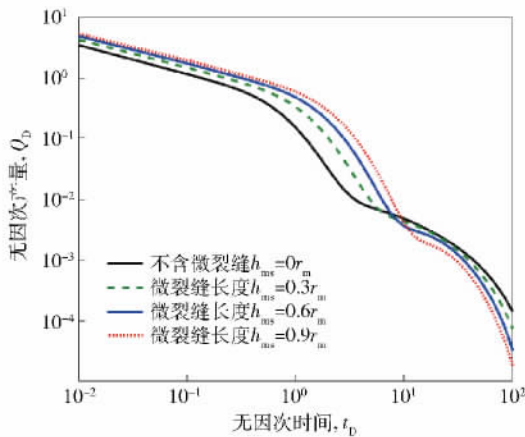


图 7 微裂缝长度对无因次产量的影响

Fig. 7 Effect of matrix surface layer thickness on the dimensionless production performance

图 8 反映了扩散系数对页岩气水平井无因次产量动态曲线的影响。储层性质不同,扩散系数不同,对产气量影响很大。从图中可以看出产气量随着扩散系数的减小而减小,当扩散系数小于  $6 \times 10^{-7} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  时,产气量分段式变化特征越明显。

图 9 反映了 Langmuir 等温吸附体积对页岩气水平井无因次产量动态曲线的影响。Langmuir 体积越大,页岩气井产量越大,产气量下降更为平缓。投产前期,页岩气藏压降较小,解吸量较少,对总产气量贡献不大;中后期地层压力逐渐下降,气体解吸量增加。

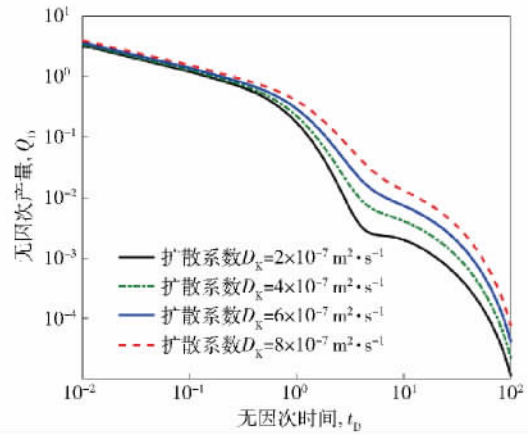


图 8 扩散系数对无因次产量的影响

Fig. 8 Effect of diffusivity on the dimensionless production performance

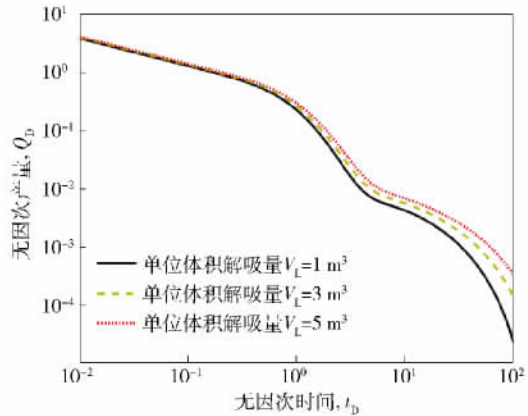


图 9 极限解吸量对无因次产量的影响

Fig. 9 Effect of desorption on the dimensionless production performance

## 4 结论

(1) 基于纳微米孔隙非线性渗流特征,引入多尺度流动的新模型,建立了含连续微裂缝表面层基质-裂缝双重介质球形模型,形成了含微裂缝的页岩气水平井的产能模型,通过 Laplace 变换和 Stehfest 数值反演,求解得到了水平井井底流压及压裂水平井产能公式,并对微裂缝长度、微裂缝渗透率、扩散系数、极限吸附量等参数进行了影响因素分析。

(2) 微裂缝网络的发育程度对页岩储层水平井体积压裂产能有重要的影响。微裂缝越多,基质与微裂缝的连通性越好,微裂缝渗透率越大,产气量越大;当基质渗透率增大到  $0.5 \times 10^{-6} \mu\text{m}^2$  时,微裂缝渗透率对产气量的影响逐渐减小。生产前期,微裂缝的长度越长,产气量越大。因此,页岩储层内部广泛发育的短裂缝,既有利于游离气的大量存储,又可以显著地提高储层的渗透性。

(3) 页岩气井产气量随页岩基质扩散系数的增加

而增大,当扩散系数增大到  $6 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  时,产气量分段式变化特征变得不明显。有机质孔隙内气体解吸使页岩气井产量递减减慢,解吸量越大,页岩气井产量越大,产量递减越慢,并对生产中、后期气体产能影响较大。

## 参 考 文 献

- [1] Yang F, Ning Z F, Hu C P, et al. Characterization of microscopic pore structure in shale reservoirs. *Acta Pet Sin*, 2013, 34(2): 301 (杨峰, 宁正福, 胡昌蓬, 等. 页岩储层微观孔隙结构特征. 石油学报, 2013, 34(2): 301)
- [2] Somdergeld C H, Ambrose R J, Rai C S, et al. Micro-structural studies of gas shales // *SPE Unconventional Gas Conference*. New York, 2010
- [3] Javadpour F, Fisher D, Unsworth M. Nanoscale gas flow in shale gas sediments. *J Can Pet Technol*, 2007, 46(10): 55
- [4] Wang F P, Reed R M. Pore networks and fluid flow in gas shales // *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. New Orleans, 2009
- [5] Zhu W Y, Ma Q, Deng J, et al. Mathematical model and application of gas flow in nano-micron pores. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2014, 36(6): 709 (朱维耀, 马千, 邓佳, 等. 纳微米级孔隙气体流动数学模型及应用. 北京科技大学学报, 2014, 36(6): 709)
- [6] Deng J, Zhu W Y, Ma Q. A new seepage model for shale gas reservoir and productivity analysis of fractured well. *Fuel*, 2014, 124: 232
- [7] Wu Y S, Morids G J, Bai B, et al. A multi-continuum model for gas production in tight fractured reservoirs // *SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference*. Woodlands, 2009
- [8] Dehghanpour H, Shirdel M. A triple porosity model for shale gas reservoirs // *SPE Canadian Unconventional Resources Conference*. Alberta, 2011
- [9] Warren J E, Root P J. The behavior of naturally fractured reservoirs. *Soc Pet Eng J*, 1963, 3(3): 245
- [10] Ozkan E, Brown M, Raghavan R, et al. Comparison of fractured horizontal-well performance in conventional and unconventional reservoirs // *SPE Western Regional Meeting*. San Jose, 2009
- [11] Zhu Q, Zhang L H, Zhang B N, et al. The research about transient production decline of triple porosity model considering micro fractures in shale gas reservoir. *Sci Technol Eng*, 2013, 13(29): 8595 (朱琴, 张烈辉, 张博宁, 等. 考虑微裂缝的页岩气藏三重介质无因次产能递减研究. 科学技术与工程, 2013, 13(29): 8595)
- [12] Apaydin O G, Ozakan E, Raghavan R. Effect of discontinuous microfractures on ultratight matrix permeability of a dual-porosity medium // *SPE Canadian Unconventional Resources Conference*. Alberta, 2011
- [13] Beskok A, Karniadakis G E. A model for flows in channels, pipes, and ducts at micro and nano scales. *Microscale Thermophys Eng*, 1999, 3(1): 43
- [14] Beskok A, Karniadakis G E, Trimmer W. Rarefaction and compressibility effects in gas microflows. *Fluids Eng*, 1996, 118(3): 448
- [15] Yao J, Sun H, Huang Z Q, et al. Key mechanical problems in the development of shale gas reservoirs. *Sci Sin Phys Mech Astron*, 2013, 43(12): 1527 (姚军, 孙海, 黄朝琴, 等. 页岩气藏开发中的关键力学问题. 中国科学: 物理学, 力学, 天文学, 2013, 43(12): 1527)
- [16] Guo W, Xiong W, Gao S S, et al. Impact of temperature on the isothermal adsorption/desorption characteristics of shale gas. *Pet Explor Dev*, 2013, 40(4): 481 (郭为, 熊伟, 高树生, 等. 温度对页岩等温吸附/解吸特征影响. 石油勘探与开发, 2013, 40(4): 481)
- [17] De Swaan A O. Analytic solutions for determining naturally fractured reservoir properties by well testing. *Soc Pet Eng J*, 1976, 16(6): 117
- [18] Kazemi H. Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. *Soc Pet Eng J*, 1969, 9(4): 451
- [19] Brown M L, Ozkan E, Raghavan R S, et al. Practical solutions for pressure-transient responses of fractured horizontal wells in unconventional shale reservoirs. *SPE Reserv Eval Eng*, 2009, 14(6): 663
- [20] Van Everdingen A F, Hurst W. The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. *J Pet Technol*, 1949, 1(12): 305