

# 带电作业机器人机械臂动力学建模与运动规划

江 维<sup>1 2)</sup>✉, 吴功平<sup>1 2)</sup>, 王 伟<sup>1 2)</sup>, 张 颀<sup>1 2)</sup>

1) 武汉大学动力与机械学院, 武汉 430072 2) 武汉大学机器人研究所, 武汉 430072

✉ 通信作者, E-mail: jiangwei2013@whu.edu.cn

**摘 要** 研制了一种双臂、双机械手的绝缘子串更换带电作业机器人。分解了机器人作业过程中机械臂的运动。利用拉格朗日法并结合关节电机电压方程对机器人机械臂基本动作进行动力学建模, 得出机械臂基本动作的统一动力学模型, 计算出机械臂2的动力学方程。提出基于五次多项式插值的机械臂运动轨迹规划方法, 计算出机械臂2各关节运动方程。在ADAMS环境下进行机器人机械臂动力学和运动学仿真。结果验证了动力学模型的正确性, 同时各关节运动轨迹规划满足运动学要求。最后在实际线路上进行机器人带电更换绝缘子串实验。结果表明机器人机械臂各关节运动获得了较好的动态性能, 验证了本文提出的五次多项式插值机械臂运动轨迹规划具有较强的工程实用性, 进一步提高了机器人的作业效率和稳定性。

**关键词** 机器人; 机械手; 动力学建模; 运动规划

**分类号** TP242.3

## Manipulator dynamic modeling and motion planning for live working robot

JIANG Wei<sup>1 2)</sup>✉, WU Gong-ping<sup>1 2)</sup>, WANG Wei<sup>1 2)</sup>, ZHANG Jie<sup>1 2)</sup>

1) School of Power and Mechanical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China

2) Robot Research Institute, Wuhan University, Wuhan 430072, China

✉ Corresponding author, E-mail: jiangwei2013@whu.edu.cn

**ABSTRACT** This article is focused on a double-arm and double-manipulator live working robot. The arm motion of the robot for insulator string replacement during the operation process was decomposed. The basic operation dynamic model was established by the Lagrange method combined with the armature voltage equation, the dynamic equations of manipulator 2 were calculated, the manipulator motion trajectory planning method was proposed based on five-polynomial interpolation, and the kinematics equations of manipulator 2 each joint were calculated. Robot manipulator dynamics and kinematics simulations were performed in ADAMS environment. The results verify the correctness of the dynamic model, and the joint trajectory planning meets the kinematic requirements. Finally, insulator string replacement experiments of the robot were tested on actual line. The results show that each robot manipulator joint movement obtains a better dynamic performance, which validates that the proposed five-polynomial interpolation manipulator trajectory planning has strong practicability, and can further improve the robot operational efficiency and stability.

**KEY WORDS** robot; manipulator; dynamic modeling; motion planning

带电作业<sup>[1-3]</sup>是在高压电气设备上不停电进行检修、测试的一种作业方法, 其对电网稳定运行, 确

收稿日期: 2015-07-10

基金项目: 中央高校基本业务费资助项目(2104005); 国家电网湖南省电力公司科技资助项目(5216A01400B1)

保稳定供电具有极其重要的意义。绝缘子串更换是电力部门带电作业的重要内容之一,传统更换方法<sup>[4-6]</sup>主要是通过携带工器具登塔完全依靠人工独立完成,然而高空和高压环境使得完全依靠人工不仅劳动强度大和作业效率低,而且危险性高。基于此,本文研制出一种高压线路绝缘子串更换带电作业机器人,通过搭载的双机械臂及其作业末端完成关键位置的定位,并在人工辅助下实现绝缘子串的更换。机器人机械臂动力学模型是机械臂运动控制的基础,目前国内外学者利用不同的方法对机械臂动力学建模进行相关研究。文献[7-8]基于拉格朗日方程分别与有限元法、假设模态法和奇异摄动法相结合得到不同形式的双连杆机械臂动力学模型。文献[9-10]利用 Newton-Euler 法推导多连杆可重构机械臂的动力学模型,该方法利用动量矩定理,物理意义明确,能够清晰地表征系统完整受力关系,但该方法方程数量较多且计算效率较低。文献[11]基于 Kane 方程在惯性参考坐标系中建立刚柔机械臂的动力学模型,Kane 方程其特点是建模过程中不出现内力项,实现了动力学方程的计算机推导。文献[12]基于 Hamilton 原理并结合假设模态法建立了具有旋转关节的单连杆机械臂动力学模型,Hamilton 原理采用能量方式建模,避免建模过程中的内力项,适合结构较简单的机械臂系统,对于结构复杂的系统 Hamilton 函数变分运算计算量将大幅增加。因此,机械臂的动力学建模大多是利用上述方法并结合系统特征而形成的一种复合建模方法。针对带电作业机器人特定作业环境,为尽可能地减小作业环境对机械臂运动的影响,本文将机械臂作业动作分解,利用拉格朗日法并结合关节电机的电枢方程,建立了机械臂的动力学模型。该模型考虑了高压电磁环境对机械臂关节电机的影响,在一定程度上可以提高机械臂运动控制的精度。基于该模型提出五次多项式插值的机械臂运动规划方法。该方法与三次多项式插值相比,除了满足关节位移和速度性能要求外,进一步满足了关节加速度的动态性能要求,消除了起始点和终止点加速度的突变对各关节冲击的影响,提高了机器人作业过程的稳定性。

## 1 带电作业机器人的实体结构与绝缘子更换作业原理

### 1.1 带电作业机器人的实体结构

带电作业机器人的实体结构如图1所示。机器人主要由控制箱、双机械臂、双机械手及其末端、行

走轮及其夹持机构、导轨等几个部分构成。机械臂1和机械臂2分别为三自由度和四自由度机构,机械臂1固定于机体上,机械臂2与机械臂1一样除具有旋转、伸缩和纵移三个关节外,还另有一横移关节,可沿机体横向移动。机器人作业末端由W销推送机构和绝缘子串取装机构构成。W销推送机构由三个关节构成,一个移动关节携带夹爪实现碗头挂板的夹持,另两个移动关节分别实现W销的推出和推入,绝缘子串取装机构由以曲柄摇杆机构为工作原理的夹爪对钢帽进行夹持,由横移关节的前后运动对绝缘子串推出和装入。

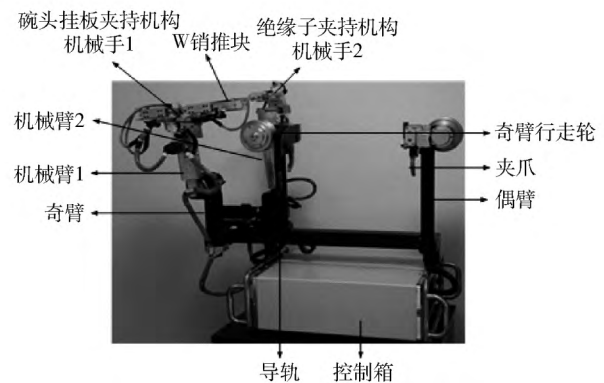


图1 带电作业机器人实体结构图

Fig. 1 Entity structure of the live working robot

### 1.2 绝缘子串更换作业原理

单分裂导线上的悬垂绝缘子串联接结构如图2所示。实现绝缘子串更换作业的关键是推出位于碗头挂板凹槽内的联接部件W销,然后将绝缘子串的球头从碗头挂板凹槽内推出,使得绝缘子串的下端处于自由状态以便于人工辅助更换,更换完毕后将下端处于自由状态的新绝缘子串球头推入碗头挂板凹槽,并推入W销即完成一次完整更换。在作业过程中机器人主要负责碗头挂板的夹持、绝缘子的夹持、W销的推进与推出、球头的推进与推出,人工主要负责收紧放松导线、更换绝缘子串,通过这种人机协调工作的方式实现绝缘子串的更换。

## 2 带电作业机器人机械臂动力学建模

在绝缘子串更换作业过程中机械臂的基本动作有旋转、伸缩、横移和机械手的纵移,由于机械臂2比机械臂1多一个横移关节,因此本文将以机械臂2为例对基本动作进行动力学建模。

### 2.1 机械臂的横移

设 $x$ 是机械臂2质心横坐标, $m_2$ 为其质量,则机械

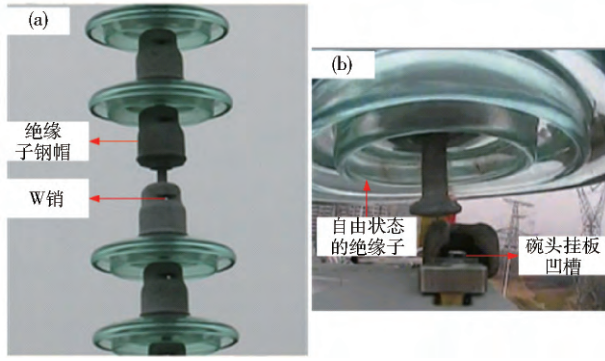


图2 绝缘子串结构示意图。(a) 联接状态的绝缘子串;(b) 由状态的绝缘子

Fig. 2 Schematic illustration of the insulator strings: (a) connection state insulator strings; (b) free state insulator

臂2 横移时速度  $v = \dot{x}$ , 横移时动能  $E_1 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x})^2$ , 由于横移时机械臂2 质心纵坐标不变, 其势能变化  $E_2 = 0$ ,  $\tau_1$  为机械臂2 横移关节上外力总和, 将  $E_1$ 、 $E_2$  和  $\tau_1$  代入拉格朗日方程式(1) 可得机械臂2 横移时所满足的动力学方程式为(2)。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_1}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_1}{\partial x} + \frac{\partial E_2}{\partial x} = \tau_1, \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x} = \tau_1. \quad (2)$$

若  $k_1$  为机械臂2 横移电机角速度与位移转换常数, 由  $x$  与丝杆角速度  $\theta_1$  关系可得

$$m_2 k_1 \ddot{\theta}_1 = \tau_1. \quad (3)$$

由横移电机的特性方程可知  $\tau_1 = K_{M1} i_1$ , 结合横移关节电机电枢电压平衡方程可得

$$\begin{cases} m_2 k_1 \ddot{\theta}_1 = K_{M1} i_1, \\ L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + U_{a1} = U_1. \end{cases} \quad (4)$$

式中  $t$  为时间,  $K_{M1}$  为横移电机常数,  $i_1$  为横移电机电枢电流,  $L_1$  和  $R_1$  分别为横移电机电枢回路的电感和电阻,  $U_1$  为横移电机电枢电压,  $U_{a1}$  为横移电机电枢逆电势,  $U_{a1} = K_{a1} \frac{d\theta_1}{dt}$ ,  $K_{a1}$  为横移电机常数。

由于机械手2 纵移时质心纵坐标不变, 其动力学方程推导过程和结果与上述完全相似, 此处不再赘述。

## 2.2 机械臂的伸缩

机械臂伸缩运动和机械臂横移运动唯一不同是运动过程中势能有变化。设  $y$  是机械臂2 质心纵坐标, 机械臂2 在伸缩运动时动能为  $E_1 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{y})^2$ , 势能变化为  $E_2 = m_2 g y$ ,  $\tau_2$  为机械臂2 横移关节上外力总和, 将  $E_1$  和  $E_2$  代入拉格朗日方程式(1) 可得机械臂2 伸

缩时所满足的动力学方程式(5)。

$$m_2 \ddot{y} + m_2 g = \tau_2. \quad (5)$$

若  $k_2$  为机械臂2 伸缩电机角速度与位移转换常数, 由  $y$  与丝杆角速度  $\theta_2$  关系可得式(6)。

$$m_2 k_2 \ddot{\theta}_2 + m_2 g = K_{M2} i_2. \quad (6)$$

结合伸缩关节电机电枢电压平衡方程可得

$$\begin{cases} m_2 k_2 \ddot{\theta}_2 + m_2 g = K_{M2} i_2, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + U_{a2} = U_2. \end{cases} \quad (7)$$

式中  $g$  为重力加速度,  $K_{M2}$  为伸缩电机常数,  $L_2$  和  $R_2$  分别为伸缩电机电枢回路的电感和电阻,  $i_2$  为伸缩电机电枢电流,  $U_2$  为伸缩电机电枢电压,  $U_{a2}$  为伸缩电机电枢逆电势,  $U_{a2} = K_{a2} \frac{d\theta_2}{dt}$ ,  $K_{a2}$  为伸缩电机常数。

## 2.3 机械臂的旋转

设机械臂2 在旋转时的转动惯量为  $J$ , 机械臂2 旋转电机旋转角为  $\theta_3$ ,  $\tau_3$  为机械臂2 旋转关节上外力总和, 根据转动惯量与转动力矩的关系有

$$J \ddot{\theta}_3 = \tau_3. \quad (8)$$

由旋转电机的特性方程可知  $\tau_3 = K_{M3} i_3$ , 结合旋转关节电机电枢电压平衡方程可得

$$\begin{cases} J \ddot{\theta}_3 = K_{M3} i_3, \\ L_3 \frac{di_3}{dt} + R_3 i_3 + U_{a3} = U_3. \end{cases} \quad (9)$$

式中  $K_{M3}$  为旋转电机常数,  $L_3$  和  $R_3$  分别为旋转电机电枢回路的电感和电阻,  $i_3$  为旋转电机电枢电流,  $U_3$  为旋转电机电枢电压,  $U_{a3}$  为旋转电机电枢逆电势,  $U_{a3} = K_{a3} \frac{d\theta_3}{dt}$ ,  $K_{a3}$  为旋转电机常数。

## 2.4 机械臂基本动作动力学方程的统一表达形式

为便于机械臂的动力学分析, 将式(4)、式(7)和式(9) 机械臂基本动作的动力学方程用一组统一的表达式来描述如式(10) 所示, 其中  $P$  和  $Q$  为常数,  $\theta$  为关节电机转角,  $i$  为关节电机电枢电流,  $U$  为关节电机电枢电压,  $L$  和  $R$  分别是电枢回路的电感和电阻,  $K_M$  和  $K_a$  是与关节电机有关的常数。

$$\begin{cases} P \ddot{\theta} + Q = K_M i, \\ L \frac{di}{dt} + R i + K_a \frac{d\theta}{dt} = U. \end{cases} \quad (10)$$

(a) 当  $P = m_2 k$ ,  $Q = 0$  时式(10) 可以表示机械臂2 横移运动的动力学方程;

(b) 当  $P = m_2^* k$ ,  $Q = 0$  时式(10) 可以表示机械手2 纵移运动的动力学方程;

(c) 当  $P = m_2 k$ ,  $Q = m_2 g$  时式(10)可以表示机械臂2伸缩运动的动力学方程;

(d) 当  $P = J$ ,  $Q = 0$  时式(10)可以表示机械臂2旋转运动的动力学方程.

令关节电机转速为  $\omega$ , 则  $\omega = \dot{\theta}$ , 因此式(10)可化为式(11). 取  $\omega$  和  $i$  为状态变量, 则式(11)可化为状态空间表达式, 如式(12)所示.

$$\begin{cases} P\dot{\omega} + Q = K_M i, \\ L\dot{i} + Ri + K_a \omega = U. \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_M}{P} \\ -\frac{K_a}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{Q}{P} \\ \frac{U}{L} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

$$\text{令 } x = [\omega \ i]^T, A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_M}{P} \\ -\frac{K_a}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} -\frac{Q}{P} \\ \frac{U}{L} \end{bmatrix},$$

则式(12)可简化为

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (13)$$

令  $x_n = \begin{bmatrix} \omega_n \\ i_n \end{bmatrix}$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  分别表示机械臂的旋转、伸缩、横移和机械手纵移运动的状态变量. 则机械臂2的动力学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{i}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{\omega}_3 \\ \dot{i}_3 \\ \dot{\omega}_4 \\ \dot{i}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_M}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_a}{L} & -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_M}{m_2 k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_a}{L} & -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_M}{m_2 k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_a}{L} & -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_M}{m^* k} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_a}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ i_1 \\ \omega_2 \\ i_2 \\ \omega_3 \\ i_3 \\ \omega_4 \\ i_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{U}{L} \\ \frac{g}{k} \\ \frac{U}{L} \\ 0 \\ \frac{U}{L} \\ 0 \\ \frac{U}{L} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

由关节电机参数  $K_a = 0.5 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ ,  $K_M = 1.00 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ ,  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 0.1 \text{ H}$ , 电枢电压为  $24 \text{ V}$ . 机械臂2的质量  $m_2 = 4 \text{ kg}$ , 机械手2的质量  $m_2^* = 1 \text{ kg}$ . 机械臂2长  $0.47 \text{ m}$ , 旋转关节的转动惯量为  $J = (m_2 + m_2^*) r^2 = (4 + 1) \cdot (0.47)^2 = 1.105 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 关节电机角速度与位移转换常数  $k = 2.5$ , 重力加速度常数  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . 将上述参数代入式(12), 可分别计算出机械臂2各关节基本动作动力学方程为(15)~(18).

(a) 旋转关节:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.91 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0.91 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (15)$$

(b) 伸缩关节:

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.92 \\ 240 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 3.92 \\ 240 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

(c) 横移关节:

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.08 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0.08 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (17)$$

(d) 纵移关节:

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.4 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_4 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0.4 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} x_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

将式(15)~式(18)合并到一个矩阵中可得机械臂2动力学模型的完整表达式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{i}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{\omega}_3 \\ \dot{i}_3 \\ \dot{\omega}_4 \\ \dot{i}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ i_1 \\ \omega_2 \\ i_2 \\ \omega_3 \\ i_3 \\ \omega_4 \\ i_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 240 \\ 3.92 \\ 240 \\ 0 \\ 240 \\ 0 \\ 240 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

### 3 基于多项式插值的机械臂运动轨迹规划

机器人在作业过程中,作业末端随着机械臂由初始位姿运动至工作位姿,在此过程中需要避让导线及线路上的各种障碍物,在已知机械臂各关节变量的初值和终值,要求末端执行机构按照预定的轨迹运动,这就是机器人机械臂轨迹规划问题。

#### 3.1 机械臂多项式插值运动规划算法基本原理

机械臂运动规划除了一些智能算法<sup>[13-14]</sup>外,还有较常用的多项式插值算法<sup>[15-16]</sup>。关节轨迹插值函数主要有三次多项式插值、高阶多项式插值、抛物线过渡线性插值、抛物线过渡路径点线性插值等。其中三次多项式插值方法只适用于关节起始、终止速度为零的运动情况,而高阶多项式插值适用于对路径的起始点和终止点都规定了关节的位置、速度和加速度的情况。结合对机械臂运动的控制要求及机械臂起点和终点的六个初始条件,本文采用五次多项式插值方法对每个动作规划单元的关节进行插值可以满足机器人机械臂的轨迹运动要求。

设起始点的位移、速度和加速度分别为  $x_0$ 、 $\dot{x}_0$  和  $\ddot{x}_0$ , 终点的位移、速度和加速度分别为  $x_f$ 、 $\dot{x}_f$  和  $\ddot{x}_f$ , 插值函数为  $x(t)$ , 则  $x(t)$  满足初始条件

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0, \\ x(t_f) = x_f, \\ \dot{x}(t_0) = \dot{x}_0, \\ \dot{x}(t_f) = \dot{x}_f, \\ \ddot{x}(t_0) = \ddot{x}_0, \\ \ddot{x}(t_f) = \ddot{x}_f. \end{cases} \quad (20)$$

由式(20)的六个初始条件可唯一确定一个五次多项式

$$x(t) = at^5 + bt^4 + ct^3 + dt^2 + et + f. \quad (21)$$

对式(21)求导可得运动轨迹上的关节速度和加速度为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 5at^4 + 4bt^3 + 3ct^2 + 2dt + e, \\ \ddot{x}(t) = 20at^3 + 12bt^2 + 6ct + 2d. \end{cases} \quad (22)$$

将式(20)初始条件代入式(21)和式(22)可得如

下方程组:

$$\begin{cases} at_0^5 + bt_0^4 + ct_0^3 + dt_0^2 + et_0 + f = x(t_0), \\ at_f^5 + bt_f^4 + ct_f^3 + dt_f^2 + et_f + f = x(t_f), \\ 5at_0^4 + 4bt_0^3 + 3ct_0^2 + 2dt_0 + e = \dot{x}(t_0), \\ 5at_f^4 + 4bt_f^3 + 3ct_f^2 + 2dt_f + e = \dot{x}(t_f), \\ 20at_0^3 + 12bt_0^2 + 6ct_0 + 2d = \ddot{x}(t_0), \\ 20at_f^3 + 12bt_f^2 + 6ct_f + 2d = \ddot{x}(t_f). \end{cases} \quad (23)$$

为便于 MATLAB 求解方程及插值算法的推广将式(23)改写为矩阵的形式如下所示:

$$\begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ t_f^5 & t_f^4 & t_f^3 & t_f^2 & t_f & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_f) \\ \dot{x}(t_0) \\ \dot{x}(t_f) \\ \ddot{x}(t_0) \\ \ddot{x}(t_f) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

式(24)两边同时左乘系数矩阵的逆可得

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ t_f^5 & t_f^4 & t_f^3 & t_f^2 & t_f & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_f) \\ \dot{x}(t_0) \\ \dot{x}(t_f) \\ \ddot{x}(t_0) \\ \ddot{x}(t_f) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

通过 MATLAB 软件可解得插值多项式的系数,由于结果较复杂本文只列出了系数  $a$ 、 $b$  的值。

$$\begin{aligned} a = & \left[ \frac{1}{2}t_0^2\ddot{x}(t_0) - t_0t_f\ddot{x}(t_0) + \frac{1}{2}t_f^2\ddot{x}(t_0) - \frac{1}{2}t_0^2\ddot{x}(t_f) + \right. \\ & t_0t_f\ddot{x}(t_f) - \frac{1}{2}t_f^2\ddot{x}(t_f) + 6x(t_0) - 6x(t_f) - 3t_0\dot{x}(t_0) + \\ & \left. 3t_f\dot{x}(t_0) - 3t_0\dot{x}(t_f) + 3t_f\dot{x}(t_f) \right] \cdot \frac{1}{(t_0 - t_f)^5}, \quad (26) \\ b = & \left[ \frac{1}{2}t_0^2t_f\ddot{x}(t_0) + 2t_0t_f^2\ddot{x}(t_0) - t_0^3\ddot{x}(t_0) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2}t_f^3\ddot{x}(t_0) + \frac{3}{2}t_0^3\ddot{x}(t_f) - 2t_0^2t_f\ddot{x}(t_f) - \frac{1}{2}t_0t_f^2\ddot{x}(t_f) + \\ & t_f^3\ddot{x}(t_f) - 15t_0x(t_0) + 15t_0x(t_f) - 15t_fx(t_0) + \\ & 15t_fx(t_f) + 7t_0^2\dot{x}(t_0) + t_0t_f\dot{x}(t_0) - 8t_f^2\dot{x}(t_0) + \\ & 8t_0^2\dot{x}(t_f) - t_0t_f\dot{x}(t_f) - 7t_f^2\dot{x}(t_f) \Big] \cdot \frac{1}{(t_0 - t_f)^5}. \quad (27) \end{aligned}$$

为简化系数的运算结果,当起始时间  $t_0$  为 0、起始点和终止点加速度为 0 时,多项式系数如下:

$$\begin{cases} a = [6(x(t_f) - x(0)) - 3(\dot{x}(0) + \dot{x}(t_f))t_f]/t_f^5, \\ b = [-15(x(t_f) - x(0)) + (8\dot{x}(0) + 7\dot{x}(t_f))t_f]/t_f^4, \\ c = [10(x(t_f) - x(0)) - (6\dot{x}(0) + 4\dot{x}(t_f))t_f]/t_f^3, \\ d = 0, \\ e = \dot{x}(0), \\ f = x(0). \end{cases} \quad (28)$$

将解得的系数代入式(21)即可得到关节变量的五次多项式运动轨迹函数.由系数可知只要知道初始和终止时间、初始点和终止点的位移、速度、加速度即

可得到初始点到终止点的五次多项式轨迹.

### 3.2 机械臂 2 运动规划

机械臂 2 由初始位姿到绝缘子夹持位姿的运动规划为:机械臂 2 后转至传感器位,机械臂 2 伸长至传感器位,机械臂 2 横移至绝缘子钢帽位于绝缘子夹持末端正中间处,机械手 2 纵移内移.理想情况下此时机械手 2 末端可以执行夹紧操作实现绝缘子的夹持.本文主要研究机械臂 2 轨迹运动规划,因此省略机械臂 1 运动的时间段,设定机械臂 2 各关节的运动时序及相应的关节变量值如表 1 所示.

根据绝缘子串更换作业运动规划可知机械臂 2 由初始位姿至绝缘子夹持位姿,旋转关节后转角位移为  $\pi$ ,伸缩关节伸长位移为 150 cm,横移关节前移位移为 176 cm,纵移关节位移为 157.5 cm.按照机器人关节五次多项式轨迹插值方法,结合表 1 中关节变量的初始条件及初始时刻和终点时刻加速度为零的六个初始条件,按照机械臂 2 基本动作的先后顺序可计算得到各关节的运动函数的数学表达式如下.

表 1 机械臂 2 运动时序及关节变量值

Table 1 Manipulator 2 motion sequence in time and joint variable values

初始条件 序号	时刻	旋转关节变量, $\theta_2/\text{rad}$	伸缩关节变量, $d_3/\text{cm}$	横移关节变量, $d_1/\text{cm}$	纵移关节变量, $d_4/\text{cm}$
1	0	$-\pi/2$	315.5	8.5	-158.5
2	0:0:5	$\pi/2$	465.5	8.5	-158.5
3	0:0:10	$\pi/2$	465.5	186.5	-158.5
4	0:0:15	$\pi/2$	465.5	186.5	-1

(a) 旋转关节:

$$x(t) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{125}t^3 + \frac{3\pi}{25}t^4 - \frac{6\pi}{75}t^5 & (0 \leq t < 5), \\ \frac{\pi}{2} & (t \geq 5). \end{cases} \quad (29)$$

(b) 伸缩关节:

$$x(t) = \begin{cases} 315.5 + 18t^3 - \frac{12}{5}t^4 + \frac{7}{10}t^5 & (0 \leq t < 10), \\ 465.5 & (t \geq 10). \end{cases} \quad (30)$$

(c) 横移关节:

$$x(t) = \begin{cases} 8.5 & (0 \leq t < 5), \\ 8.5 + \frac{534}{25}(t-5)^2 - \frac{356}{125}(t-5)^3 - \\ \frac{224}{75}(t-5)^4 + \frac{337}{100}(t-5)^5 & (5 \leq t < 10), \\ 186.5 & (t \geq 10). \end{cases} \quad (31)$$

(d) 纵移关节:

$$x(t) = \begin{cases} -158.5 & (0 \leq t < 10), \\ -158.5 + 18.9(t-10)^2 - \\ \frac{12.6}{5}(t-10)^3 - \frac{48}{25}(t-10)^4 + \\ \frac{129}{50}(t-10)^5 & (t \geq 10). \end{cases} \quad (32)$$

## 4 仿真实验与现场运行实验

### 4.1 动力学仿真实验

基于所建立的机械臂 2 基本动作动力学方程式(15)~(18),利用 ADAMS 的仿真功能模块进行动力学仿真,设置 EndTime 为 15 s,步长为 500.四个关节在作业运动过程中所受关节力与关节轨迹变化的关系如图 3 所示.

由仿真结果可知,各关节在驱动力的作用下,均能按照轨迹规划所确定的运动到达最终的位姿.对于旋

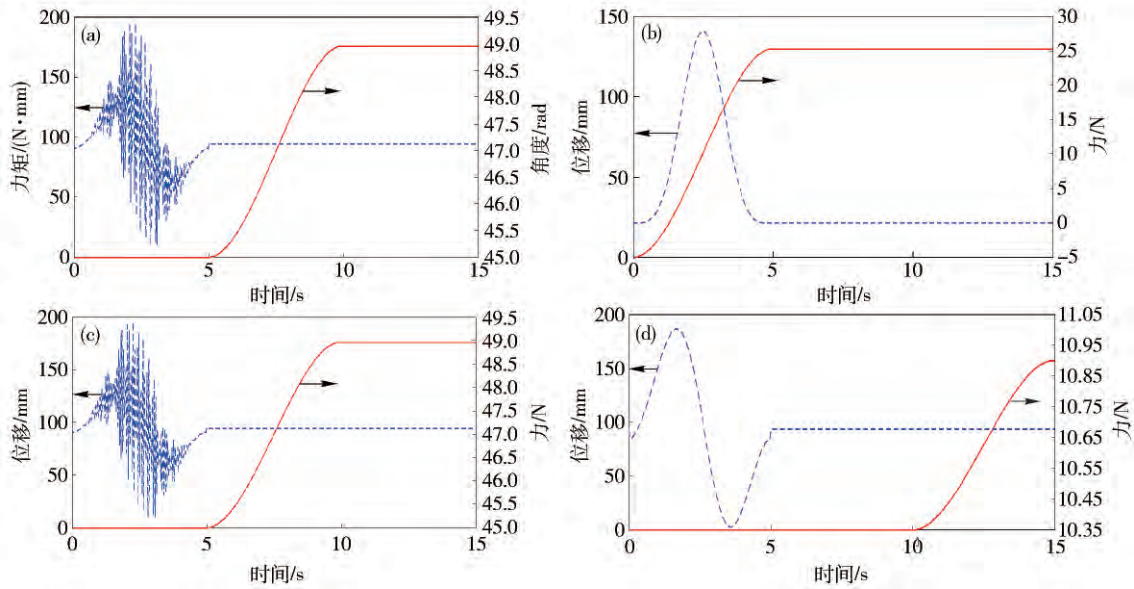


图3 关节力与位移关系曲线。(a) 旋转; (b) 伸缩; (c) 横移; (d) 纵移

Fig. 3 Joint force and displacement curves: (a) rotation; (b) stretch; (c) lateral movement; (d) vertical movement

转关节, 所受的力矩主要为重力相对于旋转轴的转矩, 在 0 s 和 5 s, 由于机械臂 2 均呈竖直状态, 重力相对于旋转轴的转矩近似为零; 在 0~5 s 内, 由于伸缩关节的运动, 重力相对于旋转轴的力臂不断变化, 因此受力存在波动的现象, 且在机械臂处于水平姿态时, 转矩最大。对于伸缩关节, 所受的力主要为伸缩臂移动的摩擦力, 由于旋转关节的运动, 重力的分力呈正弦曲线变化, 相应的摩擦力也呈正弦曲线的规律变化, 与图 3 的受力曲线一致。对于横移关节, 所受的力主要为横移滑台移动的摩擦力, 在 0~5 s 内, 虽然横移关节没有运动, 但是由于旋转关节和伸缩关节的运动对其产生耦合力, 因此在 0 s 就开始受力且受力存在波动的现象并呈对称分布。对于纵移关节, 所受的力主要为纵移滑台移动的摩擦力, 在 0~5 s 内, 虽然纵移关节没有运动, 但是由于旋转关节的运动对其产生耦合力, 中立的分力呈余弦规律变化, 使得摩擦力相应变化。

由仿真结果还可得知旋转关节、伸缩关节、横移关节、纵移关节运动所需的力矩或力分别为 431.837 N·mm、27.8153 N、47.1257 N 和 10.6796 N。而机械

臂 2 伸缩、横移和纵移关节所选用电机可提供的工作转矩为 1163.244 N·mm。机械臂 2 旋转关节所选用电机可以提供的工作转矩为 13815.36 Nmm。经对比可知机械臂 2 几个关节处所选用电机的实际驱动力矩均大于在 ADAMS 仿真过程中所测得的力矩, 满足实际要求, 从而验证了本文各关节基本动作动力学模型的正确性。

#### 4.2 运动学仿真实验

基于已建立的机械臂 2 五次多项式插值关节运动函数式 (29)~(32), 在 ADAMS 环境下进行运动学仿真, 得到机械臂 2 作业末端运动由初始位姿到绝缘子夹持位姿全过程的路径曲线如图 4(a) 所示。机械臂 2 相对于机器人奇臂行走轮质心在  $X$  (竖向)、 $Y$  (纵向) 和  $Z$  (横向) 三个方向上的运动特性曲线如图 4(b) 所示。

图 4(a) 末端运动路径仿真过程, 机械臂 2 由初始位姿无碰运动到绝缘子夹持位姿。由图 4(b) 可知, 按照既定的关节轨迹规划, 在前 5 s, 旋转关节和伸缩关节运动, 使机械臂 2 的作业末端在  $X$  方向上

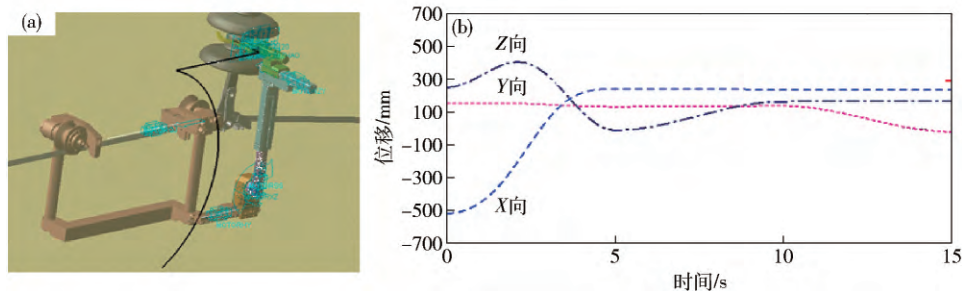


图4 机械手2运动学仿真。(a) 末端运动轨迹; (b) 末端运动特性曲线

Fig. 4 Manipulator 2 kinematics simulation: (a) end trajectory; (b) end motion characteristic curves



产生位移,在其后的时间里,旋转关节和伸缩关节停止运动,故  $X$  方向的位移恒定不变; $Z$  方向上产生的位移由旋转关节和横移关节的运动决定,在前 5 s 旋转关节的转角为  $180^\circ$ ,相应的  $Z$  方向上的位移先增加而后减少,5 ~ 10 s 由于横移关节的运动, $Z$  方向上的位移逐步增加,10 s 之后保持恒定不变; $Y$  方向上产生的位移主要由纵移关节决定,在 10 ~ 15 s 内,随着纵移关节的移动, $Y$  方向上的位移发生变化.在机械手 2 运动的过程中质心同样也会产生微小的运动,前 10 s 可以很清楚地观察到作业末端在  $Y$  方向上位移的抖动.以上结果表明五次多项式插值轨迹规划方法,机械臂获得较平滑的运动轨迹,具有较好的连续性,同时各关节运动轨迹规划满足运动学要求,机器人的执行末端具有良好的稳定性,机器人在作业过程中各关节运行平稳,冲击力小,使得驱动器的控制较容易实现.根据所期望的运动轨迹规划,利用已建立的机器人动力学模型,可实现机器人的动态控制,完成绝缘子更换作业任务.

#### 4.3 现场作业实验

为验证五次多项式插值轨迹规划较三次多项式插值轨迹规划机械臂运动过程的稳定性,通过机器人携带的倾角传感器测量的倾角值变化范围来量化机械臂运动过程机器人的稳定程度,实际线路坡度为  $10^\circ$ .在机械臂 2 由初始位姿运动到绝缘子夹持位姿的过程中所记录的倾角值变化范围如表 2 所示.为更加直观反映倾角变化对机器人稳定性的影响,在 MATLAB 中进行了仿真研究,结果如图 5 所示.

表 2 机械臂 2 不同动作倾角值变化范围

Table 2 Angle ranges of manipulator 2 under different actions

机器人动作	倾角值变化范围/( $^\circ$ )	
	三次多项式插值	五次多项式插值
机械臂旋转(后转)	7 ~ 12	9 ~ 11
机械臂伸缩(伸长)	10	10
行走轮定位悬垂线夹	6 ~ 12	8 ~ 11
机械臂横移(前移)	10 ~ 11	10
机械臂纵移(内移)	10 ~ 11	10

通过表 2 机器人基本动作所记录的倾角传感器所测得的倾角范围可知,在机器人奇臂行走轮定位到悬垂线夹时由于行走轮与悬垂线夹需要碰检,此时对机器人的振动冲击最大,此时倾角值范围最大,其次是旋转运动对机器人的稳定性有一定影响,伸缩、横移和纵移运动对机器人稳定性基本不产生影响.通过对比可以得知在相同动作情况下,五次多项式插值机械臂运动较三次多项式插值机械臂运动倾

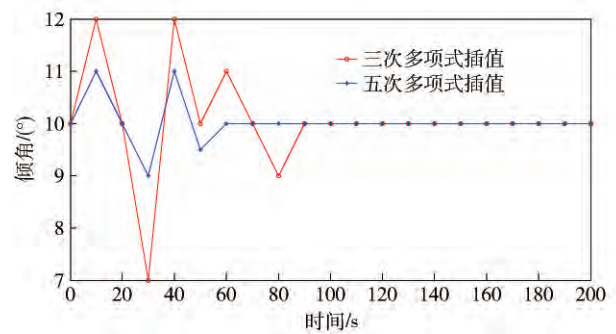


图 5 不同算法对机器人稳定性的影响

Fig. 5 Effect of different algorithms on the robot stability

角范围更小,机器人运行更为稳定.从图 5 的仿真结果也可直观的看出三次多项式插值机械臂运动轨迹规划机器人倾角传感器所测的倾角值变化范围大,机器人抖动更厉害,此外五次多项式插值机械臂由初始位姿到绝缘子夹持位姿耗时较短,由此可见五次多项式插值算法机器人获得较好的稳定性和较高的作业效率.

为进一步验证五次多项式插值机械臂运动轨迹规划方法的工程实用性,在实际线路上进行机器人带电更换绝缘子串实验,初始状态下机械臂 2 为前位如图 6(a),旋转  $\pi$  角度至后位再伸长如图 6(b),机器人前进行定位到悬垂线夹后横移前移至绝缘子夹持末端与绝缘子钢帽对齐如图 6(c),机械手 2 纵移内移实现绝缘子末端的夹持如图 6(d).

通过现场作业实验机器人机械臂 2 由初始状态进入到工作状态,再到绝缘子的夹持整个过程,机器人机械臂 2 及其末端各关节动作流畅、连续且平稳,由此可见机器人五次插值轨迹规划方法具有较强的工程实用性,进一步提高了作业效率并且一定程度上体现了机器人作业的智能性.

## 5 结论

(1) 研制出高压输电线路绝缘子串更换带电作业机器人实验样机,较人工作业大大提高了作业效率.

(2) 分解机械臂作业过程的基本动作,推导出机械臂基本动作动力学模型的统一表达形式,求出机械臂 2 基本动作的完整动力学模型,提出基于五次多项式插值的机械臂运动规划方法,求出机械臂 2 基本动作的五次多项式运动轨迹.

(3) 动力学仿真实验验证了机械臂基本动作动力学模型的正确性,运动学仿真实验验证了五次多项式插值算法机械臂运动轨迹规划的有效性,现场作业实验进一步验证了五次多项式插值算法的工程实用性.



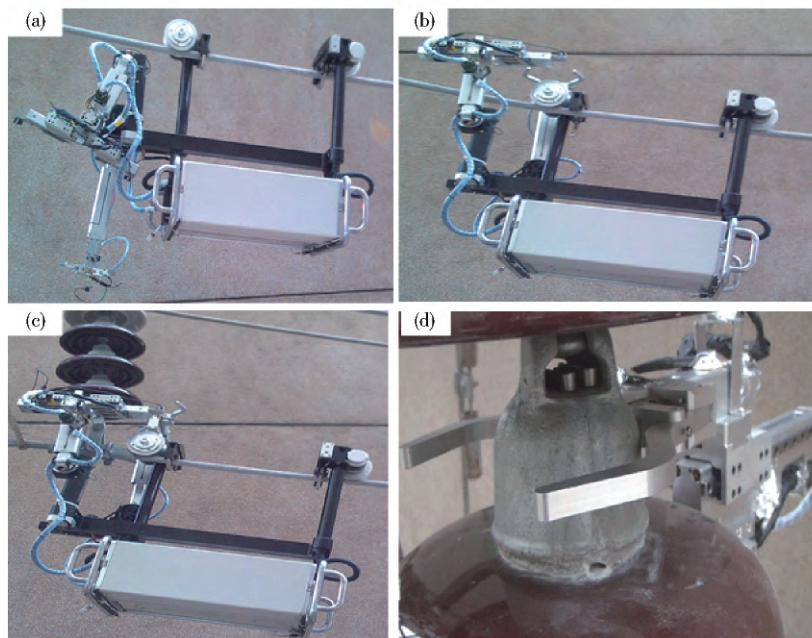


图6 带电作业机器人现场实验。(a) 初始位姿; (b) 工作位姿; (c) 定位悬垂线夹; (d) 绝缘子夹持

Fig. 6 Live working robot field test: (a) initial pose; (b) work pose; (c) suspension clamp location; (d) insulator holder

## 参 考 文 献

- [1] Takaoka K, Kazuhiko, Wakisako H, et al. Development of the fully automatic live line maintenance robot Phase III // *Proceedings of the 4th IEEE International Symposium on assembly and Task Planning Soft Research Park*. Fukuoka, 2001: 423
- [2] Aracil R, Pinto E, Ferre M. Robots for live power lines maintenance and inspection task // *15th World Congress of the International Federation of Automatic Control*. Barcelona, 2002: 118
- [3] Hu Y. Research and development of live working technology on transmission and distribution lines. *High Voltage Eng*, 2006, 32(11): 1  
(胡毅. 输配电线路带电作业技术的研究与发展. 高电压技术 2006, 32(11): 1)
- [4] Chen Z W, Wu W H, Sheng J. The new locking pin insulator pin puller development. *Zhejiang Power*, 2014, 12(1): 26  
(陈忠华, 邵伟华, 沈佳. 新型绝缘子锁紧销拔销器的研制. 浙江电力 2014, 12(1): 26)
- [5] Zhang H B, Jing W B, Hu Y H. The design of UHV DC line electrified insulator replacement jig. *J Xihua Univ Nat Sci*, 2013, 32(6): 73  
(张海兵, 景文炳, 胡应华. 特高压直流线路带电更换绝缘子卡具的设计. 西华大学学报(自然科学版), 2013, 32(6): 73)
- [6] Zhao Y L, Li Y C, Qi H. The study of high-voltage transmission lines live working intelligent automatic tool. *Manuf Autom*, 2012, 34(2): 12  
(赵玉良, 李运厂, 戚辉, 等. 高压输电线路带电作业智能化自动工具研究. 制造业自动化, 2012, 34(2): 12)
- [7] Boscariol P, Gasparetto A, Zanotto V. Active position and vibration control of a flexible links mechanism using model-based predictive control. *J Dyn Syst Meas Control*, 2010, 132(1): 014506
- [8] Kalyoncu M. Mathematical modelling and dynamic response of a multi-straight-line path tracing flexible robot manipulator with rotating prismatic joint. *Appl Math Modell*, 2008, 32(2): 1087
- [9] Mian A A, Wang D. Dynamic modeling and nonlinear control strategy for an underactuated quad rotor rotorcraft. *J Zhejiang Univ Sci A*, 2008, 9(4): 539
- [10] Book W J, Maizza-Neto O, Whitney D E. Feedback control of two beam two joint system with distributed flexibility. *J Dyn Syst Meas Control*, 1975, 97(4): 424
- [11] Jin G G, Liu Y W, Wang S X. Dynamic modeling and simulation of flexible curve beam with a wide range of motion. *J Tianjin Univ*, 2014, 37(7): 629  
(金国光, 刘又午, 王树新. 大范围运动的柔性曲线梁动力学建模及仿真. 天津大学学报 2014, 37(7): 629)
- [12] Pei X W, Wang C Q. Free-floating space flexible manipulator trajectory tracking and vibration suppression. *J Huazhong Univ Sci Technol Nat Sci Ed*, 2014, 39(2): 28  
(裴希伍, 王从庆. 自由浮动空间柔性机械臂轨迹跟踪与振动抑制. 华中科技大学学报(自然科学版) 2014, 39(2): 28)
- [13] Peng Z H, Sun L, Chen J. UAV online low altitude penetration trajectory plan based on improved differential evolution algorithm. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2012, 34(1): 96  
(彭志红, 孙琳, 陈杰. 基于改进差分进化算法的无人机在线低空突防航迹规划. 北京科技大学学报 2012, 34(1): 96)
- [14] Zhang C, Li Q, Dong J Y. Mobile robot path planning based on chaos particle swarm algorithm special genetic programming switching strategies. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2013, 35(6): 826  
(张超, 李擎, 董冀媛, 等. 基于混沌粒子群专用遗传算法切换策略的移动机器人路径规划. 北京科技大学学报 2013, 35(6): 826)
- [15] Zhu S Q, Liu S G, Wang X Y. Time-optimal and jerk-continuous trajectory planning algorithm for manipulators. *J Mech Eng*, 2013, 46(3): 47  
(朱世强, 刘松国, 王宣银. 机械手时间最优脉动连续轨迹规划算法. 机械工程学报 2013, 46(3): 47)
- [16] Liu X Q, Qin Z, Ni J. Three degrees of freedom hydraulic servo manipulator trajectory optimization. *J Zhejiang Univ Eng Sci*, 2015, 19(3): 472  
(刘湘琪, 秦臻, 倪敬. 三自由度液压伺服机械手轨迹优化. 浙江大学学报(工学版) 2015, 19(3): 472)