

# 基于超声波波速及BP神经网络的胶结充填体强度预测

徐森斐<sup>1)</sup>, 高永涛<sup>2)✉</sup>, 金爱兵<sup>2)</sup>, 周 喻<sup>1)</sup>, 郭利杰<sup>3)</sup>, 刘光生<sup>3)</sup>

1) 北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083 2) 北京科技大学金属矿山高效开采与安全教育部重点实验室, 北京 100083

3) 北京矿冶研究总院, 北京 100160

✉ 通信作者, E-mail: gaoyongt@vip.sina.com

**摘要** 尾砂胶结充填体作为一种水泥基多相复合材料, 其单轴抗压强度与超声波波速受水泥含量、固体质量分数、试件形态等因素影响。通过制备三种形态( $7.07\text{ cm} \times 7.07\text{ cm} \times 7.07\text{ cm}$  立方体,  $\phi 5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  圆柱体和  $\phi 7\text{ cm} \times 14\text{ cm}$  圆柱体)的试件并进行单轴抗压强度试验和声波波速测试, 对充填体强度和波速受水泥含量、固体质量分数和试件形态影响的规律进行了灰色-关联度分析。结果表明: 水泥含量是影响强度的关键核心因素, 关联度为 0.837; 固体质量分数是影响波速的关键核心因素, 关联度为 0.712。建立了充填体强度-波速指数函数预测模型和 BP 神经网络预测模型, 通过对两种预测模型进行统计分析的 *F* 检验和 *t* 检验证明了两种方法在充填体强度预测的可行性, 为胶结充填体的强度预测提供了新方法。

**关键词** 充填; 抗压强度; 预测模型; 超声波波速; 神经网络

**分类号** TD853

## Prediction of cemented backfill strength by ultrasonic pulse velocity and BP neural network

XU Miao-fei<sup>1)</sup>, GAO Yong-tao<sup>2)✉</sup>, JIN Ai-bing<sup>2)</sup>, ZHOU Yu<sup>1)</sup>, GUO Li-jie<sup>3)</sup>, LIU Guang-sheng<sup>3)</sup>

1) School of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

2) Key Laboratory of the Ministry of Education of China for High-efficient Mining and Safety of Metal Mines, University of Science and Technology Beijing 100083, China

3) Beijing General Research Institute of Mining and Metallurgy, Beijing 100160, China

✉ Corresponding author, E-mail: gaoyongt@vip.sina.com

**ABSTRACT** Tailing-cemented backfill is a cement-based heterogeneous composite whose uniaxial compressive strength (UCS) and ultrasonic pulse velocity (UPV) are dependent on cement dosage, solid content, sample type, etc. In this paper, uniaxial compressive test and ultrasonic pulse velocity test of three types of backfill samples ( $7.07\text{ cm} \times 7.07\text{ cm} \times 7.07\text{ cm}$  cube,  $\phi 5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  cylinder and  $\phi 7\text{ cm} \times 14\text{ cm}$  cylinder) were performed, and the effects of cement dosage, solid content and sample type on the backfill strength and ultrasonic pulse velocity were investigated by grey correlative degree analysis. The results show that cement dosage is the key to the backfill strength with a correlative degree of 0.837, while the ultrasonic pulse velocity is mostly influenced by solid content with a correlation degree of 0.712. An exponential prediction relation between UCS and UPV and a BP neural network prediction model were built, and they were validated by *F*-test and *t*-test of statistical analysis, respectively. The methods proposed can be new approaches for predicting the backfill strength.

**KEY WORDS** backfilling; compressive strength; prediction models; ultrasonic pulse velocity; neural networks

---

收稿日期: 2015-10-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51174014); 科技北京百名领军人才培养工程资助项目(Z151100000315014)

对于采用充填法开采的矿山,井下充填体对维持井下采场稳定,保证井下作业安全具有重要作用。充填体强度作为衡量充填体质量的重要指标,其受多种因素如水泥含量、固体质量分数和养护条件影响,这些因素与强度以及其相互之间均存在复杂的非线性关系,明确不同因素对强度的影响规律有助于获取最优的配比参数。目前,获取充填体强度的主要方法是室内条件下充填体试件的单轴压缩试验;但该方法试件利用率低,材料浪费严重。因此,寻找一种准确可行的充填体试件强度预测方法具有一定的必要性。

近年来,优化算法和人工智能的快速发展为岩土材料复杂特性的研究提供了一种新思路,其中人工神经网络以较高的计算精度、良好的容错性、较强的非线性动态映射等特点在多参量非线性问题等方面得到广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。Trtnik 等<sup>[3]</sup>基于声波波速和骨料粒级分布构建的 BP 神经网络实现了对混凝土的强度预测。张钦礼等<sup>[4]</sup>采用神经网络预测优化方法搜索出最优配比参数。周喻等<sup>[5]</sup>通过构建岩石颗粒流模型的宏观力学参数 BP 神经网络模型,实现了岩石宏观力学参数到模型细观力学参数的快速反演。

作为一种材料无损性检测手段,超声波波速测试在缺陷检测、强度预测等方面取得了丰富的研究成果<sup>[6-9]</sup>。韩嵩和蔡美峰<sup>[10]</sup>通过测试横向各向同性和单斜各向异性岩体物理模型的超声波波速,探讨了波速测试在探测工程岩体中节理裂隙优势方向的可行性。Demirboga 等<sup>[11]</sup>通过探讨不同胶结剂和龄期的混凝土试件强度-波速变化规律,建立了混凝土强度-波速的指数关系。在充填体强度预测方面,Yilmaz 等<sup>[12]</sup>探讨了胶结剂、水灰比和颗粒级配对充填体强度和波速的影响规律,构建了强度-波速的线性关系模型。Ercikdi 等<sup>[13]</sup>对  $\phi 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  和  $\phi 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  圆柱形充填体的强度和波速受试件尺寸的影响规律进行研究。

当前基于波速的强度预测研究多集中于岩石、混凝土等材料,在充填体方面尚不多见。作为一种贫水泥多相复合材料,充填体的声波特性必然有别于岩石、混凝土等材料。考虑到充填体强度及波速影响因素较多,且影响规律复杂多变,本文初步选取料浆中固体质量分数、水泥含量和试件形态作为研究对象,采用灰色关联度法分析充填体强度和波速特性受三种因素的影响规律,归纳出基于指数函数的强度-波速非线性函数关系,实现基于波速的充填体强度预测,最后通过构建基于 BP 神经网络的强度预测模型,对两种预测方法的可行性进行讨论。

## 1 理论方法

### 1.1 灰色关联度理论

灰色关联度法是一种多因素的统计分析法,其根

据因素变化曲线的相似或相异程度分析并量化因素之间的关联性,通过计算关联度可得到不同因素间的关系强弱和次序。通常情况下,关联度大于 0.8 时,关联性很好;介于 0.5~0.8 之间时,关联性较好;小于 0.5 时,则不存在关联性<sup>[14]</sup>。

(1) 矩阵构建。通常情况下,反映系统行为特征的因素数列作为母序列,其他因素数列作为子序列用于分析其对系统行为特征的影响,在此基础上构建关联度矩阵  $F$  如式(1)。

$$\begin{aligned} F = [Y_0 \ x_1 \ x_2 \cdots x_m] = \\ \begin{bmatrix} Y_0(1) & x_1(1) & x_2(1) & \cdots & x_m(1) \\ Y_0(2) & x_1(2) & x_2(2) & \cdots & x_m(2) \\ Y_0(3) & x_1(3) & x_2(3) & \cdots & x_m(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_0(n) & x_1(n) & x_2(n) & \cdots & x_m(n) \end{bmatrix}. \quad (1) \end{aligned}$$

式中:  $Y_0(j)$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 为母序列,  $x_i(j)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ) 为各子序列中的因素,  $m$  为序列数,  $n$  为系统中单序列的数据个数。

(2) 数据量纲一化。由于系统不同因素的物理意义及量纲可能不同,不具备可比性,对此本文采用均值化方法将各因素数据进行量纲一化处理:

$$\begin{aligned} Y_0(j) &= \frac{Y_0(j)}{\sum_{j=1}^m Y_0(j)}, \\ x_i(j) &= \frac{x_i(j)}{\sum_{j=1}^m x_i(j)} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, m). \end{aligned} \quad (2)$$

### (3) 关联度系数计算

$$\chi_{0i}(j) = \frac{\Delta_{\min} + \rho \Delta_{\max}}{\Delta_{0i}(j) + \rho \Delta_{\max}}. \quad (3)$$

式中:  $\Delta_{0i}(j) = |Y_0(j) - x_i(j)|$ ;  $\Delta_{\min} = \min_i \min_j \Delta_{0i}(j)$ ;  $\Delta_{\max} = \max_i \max_j \Delta_{0i}(j)$ ;  $\chi_{0i}(j)$  为  $Y_0(j)$  与  $x_i(j)$  之间的关联系数;  $\rho$  为灰度,一般在 0~1 之间,本文选取为 0.5<sup>[15-17]</sup>。

### (4) 关联度计算

$$\gamma_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \chi_{0i}(j). \quad (4)$$

式中:  $\gamma_i$  为  $Y_0(j)$  与  $x_i(j)$  之间的关联度。

### 1.2 BP 神经网络基本原理

作为一种多层次前向反馈型神经网络,BP 神经网络具有较强的非线性动态处理能力,可实现从输入到输出的任意非线性映射<sup>[18]</sup>,因此本文采用 BP 神经网络实现对充填体强度的预测。

(1) 误差函数构建。BP 神经网络采用表现函数负梯度方向作为网络权值和阈值的修正方向,即

$$X_{k+1} = X_k - \eta g_k. \quad (5)$$

式中  $X_k$  为当前权值和阈值矩阵  $g_k$  为当前表现函数的梯度  $\eta$  为学习速率。

对于一个三层 BP 网络结构, 假设输入节点为  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, p$ , 隐含层节点为  $y_j$ ,  $j=1, 2, \dots, q$ , 输出节点为  $z_l$ ,  $l=1, 2, \dots, r$ , 输入节点与隐含层节点间的网络权值为  $\omega_{ji}$ ,  $j=1, 2, \dots, q$ ,  $i=1, 2, \dots, p$ , 阈值为  $\theta_j$ ,  $j=1, 2, \dots, q$ , 隐含层节点与输出节点间的网络权值为  $\tau_{lj}$ ,  $l=1, 2, \dots, r$ ,  $j=1, 2, \dots, q$ , 阈值为  $\theta_l$ ,  $l=1, 2, \dots, r$ , 输出节点的期望输出为  $t_l$ ,  $l=1, 2, \dots, r$ , 则隐含层节点的输出为

$$y_j = f\left(\sum_i \omega_{ji}x_i - \theta_j\right). \quad (6)$$

式中  $p, q$  及  $r$  分别为网络模型输入层、隐含层及输出层的节点总数,  $f(x)$  为神经元中输入/输出关系的传递函数。

输出节点的输出为

$$z_l = f\left(\sum_j \tau_{lj}y_j - \theta_l\right). \quad (7)$$

输出节点的误差函数为

$$E = \frac{1}{2} \sum_l (t_l - z_l)^2. \quad (8)$$

(2) 网络权值修正。误差函数分别对输出层权值  $\tau_{lj}$  和隐含层权值  $\omega_{ji}$  求导, 可得

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial \tau_{lj}} = -(t_l - z_l) \cdot f' \left( \sum_j \tau_{lj}y_j - \theta_l \right) \cdot y_j = -\kappa_l y_j, \\ \frac{\partial E}{\partial \omega_{ji}} = -(t_l - z_l) \cdot f' \left( \sum_j \tau_{lj}y_j - \theta_l \right) \cdot \tau_{lj} \cdot \\ f' \left( \sum_i \omega_{ji}x_i - \theta_j \right) \cdot x_i = -\lambda_j x_i. \end{cases} \quad (9)$$

式中  $\kappa_l = (t_l - z_l) \cdot f' \left( \sum_j \tau_{lj}y_j - \theta_l \right)$ ,  $\lambda_j = \sum_l \kappa_l \tau_{lj} \cdot f' \left( \sum_i \omega_{ji}x_i - \theta_j \right)$ , 则输出层权值和隐含层权值的修正值分别为

$$\Delta \tau_{lj} = -\eta_k \frac{\partial E}{\partial \tau_{lj}} = \eta_k \kappa_l y_j, \quad \Delta \omega_{ji} = -\eta'_k \frac{\partial E}{\partial \omega_{ji}} = \eta'_k \lambda_j x_i. \quad (10)$$

式中  $\eta_k$  和  $\eta'_k$  分别为第  $k$  次迭代中输出层神经元和隐含层神经元的学习速率, 则新的网络权值分别为

$$\begin{aligned} \tau_{lj}(k+1) &= \tau_{lj}(k) + \eta_k \kappa_l y_j, \\ \omega_{ji}(k) &+ \eta'_k \lambda_j x_i. \end{aligned} \quad (11)$$

(3) 阈值修正。误差函数分别对输出层阈值  $\theta_l$  和隐含层阈值  $\theta_j$  求导, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \theta_l} &= (t_l - z_l) \cdot f' \left( \sum_i \tau_{lj}y_j - \theta_l \right) = \kappa_l, \\ \frac{\partial E}{\partial \theta_j} &= -\sum_l (t_l - z_l) \cdot f' \left( \sum_i \tau_{lj}y_j - \theta_l \right) \cdot \tau_{lj} \cdot \\ f' \left( \sum_i \omega_{ji}x_i - \theta_j \right) &= \lambda_j. \end{aligned} \quad (12)$$

则输出层阈值和隐含层阈值的修正值分别为

$$\Delta \theta_l = \eta_k \frac{\partial E}{\partial \theta_l} = \eta_k \kappa_l, \quad \Delta \theta_j = \eta'_k \frac{\partial E}{\partial \theta_j} = \eta'_k \lambda_j. \quad (13)$$

新的网络阈值分别为

$$\theta_l(k+1) = \theta_l(k) + \eta_k \kappa_l, \quad \theta_j(k+1) = \theta_j(k) + \eta'_k \lambda_j. \quad (14)$$

## 2 试验设计

(1) 充填配比试验设计。本试验材料为水泥、尾砂和水。水泥为 32.5 级复合硅酸盐水泥; 尾砂为某铜矿全尾砂, 密度为  $2.88 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , 孔隙率为 33.68%, 粒级组成如表 1 所示。料浆设计固体质量分数分别为 65%、68%、70% 和 72%, 砂灰质量比(灰砂质量比的倒数)分别为 4.6、8 和 10, 试件规格分别为  $7.07 \text{ cm} \times 7.07 \text{ cm} \times 7.07 \text{ cm}$  立方体,  $\phi 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  圆柱体和  $\phi 7 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$  圆柱体。试件共制备两组: I 组采用正交实验设计共制备 48 组, 用于试验分析与模型建立; II 组选取 12 组配比参数制备试件作为预测样本。I、II 组中相同配比参数的试件均浇筑三个。试件养护条件为湿度  $\geq 90\%$ , 温度为  $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$ , 养护期为 28 d。

表 1 全尾砂粒级组成

Table 1 Size distribution of tailings

粒级/ $\mu\text{m}$	筛下 分计/%	筛下 累计/%	粒级/ $\mu\text{m}$	产率/ %	筛下 累计/%
<6.0	20.06	20.06	74.0~90.0	4.75	72.87
6.0~15.0	17.17	33.90	90.0~150.0	11.65	84.52
15.0~38.0	18.70	52.60	150.0~300.0	5.34	89.86
38.0~50.0	6.22	58.82	300.0~500.0	9.29	99.15
50.0~74.0	9.30	68.12	>500.0	0.85	100

(2) 水泥含量测定。在料浆制备过程中, 人为浇筑的不确定性会使相同配比参数的试件水泥含量不同。通过测定试件的质量, 根据式(15)换算成单个试件的水泥含量, 既有助于对相同配比参数不同试件的识别, 也可提高试验分析和研究结论的可靠性。

$$c = \frac{Mw}{V(N+1)}. \quad (15)$$

式中:  $c$  为试件中水泥的质量浓度  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $M$  为试件质量  $\text{kg}$ ;  $w$  为固体质量分数;  $V$  为试件体积  $\text{m}^3$ ;  $N$  为砂灰质量比。

(3) 超声波测试试验。超声波是频率超过 20 kHz 的机械波, 其在均质弹性介质中为匀速传播, 当介质中存在非均质或不连续区域时会发生反射、折射、绕射等现象, 造成波速、波幅、相位等畸变和能量衰减, 说明材料内部非均质性与声波特征存在一定的必然联系。由固体弹性波理论可知, 通过测得弹性波波速即可得到材料的动弹性模量和泊松比, 在此基础上通过构建材

料静载强度和动弹性模量的近似关系即可实现由波速到强度的求解<sup>[19]</sup>,然而这种理论求解在应用上却有较大局限性,目前探讨固体材料声波波速与强度的关系仍以数据拟合为主。

本文的声波波速测试采用某科技公司开发的XG-II全波列声波测井仪,测试时声波发射和接收探头分别紧贴试件受压面,保证与单轴压缩方向一致,由测试系统自动记录时差,根据式(16)换算成波速。试件与探头接触面间使用黄油作为耦合剂,以消除因探头差异和试件表面缺陷引起的杂波干扰并减小因声波界面反射造成的能力损耗。

$$v = \frac{L}{10^5 \Delta T} \quad (16)$$

式中: $v$ 为充填体内部波速, $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $L$ 为声波传播距离 $\mu\text{m}$ ;  $\Delta T$ 为声波传播时差 $\text{s}$ 。

(4) 单轴压缩试验。本试验采用YAW-600微机控制电液伺服压力试验机,以 $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ 的速率加载直至试件破坏,通过压力传感器自动记录峰值压力,根据式(17)换算成试件的单轴抗压强度。

$$P = \frac{Q_p}{10S} \quad (17)$$

式中: $P$ 为试件的单轴抗压强度, $\text{MPa}$ ;  $Q_p$ 为峰值压力, $\text{kN}$ ;  $S$ 为试件受压端面的面积, $\text{cm}^2$ 。

### 3 试验数据分析

目前用于描述岩土材料的强度-波速关系的经验拟合函数主要包括线性函数、对数函数、指数函数、幂函数等<sup>[20]</sup>。本文采用目前应用最广泛的指数函数<sup>[3]</sup>,基于配比试验中I组试件的测试结果构建了充填体强度-波速关系模型,如图1所示。

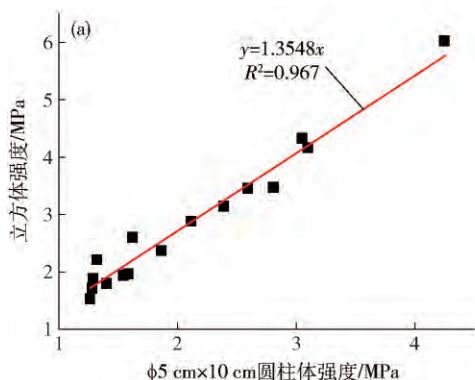


图1 I组试件强度与波速关系  
Fig. 1 Relation between the uniaxial compressive strength and ultrasonic pulse velocity of samples in Group I

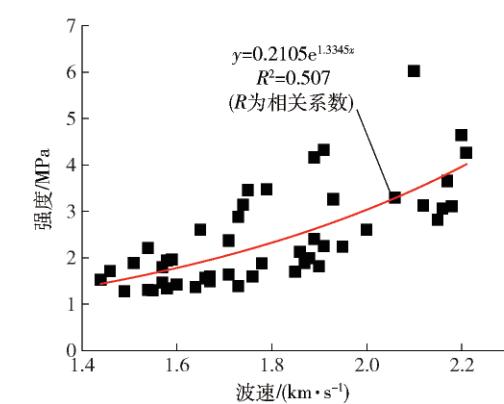


图1 I组试件强度与波速关系

由图1可知,充填体的强度和波速呈明显的非线性关系,且数据离散性较大,曲线拟合度较低,说明充填体强度和波速受三种因素的影响不可忽略,且影响规律必然存在较大区别,对此有必要分别对强度和波速受上述三种因素的影响规律进行探讨。

#### 3.1 灰色关联度分析

考虑到 $\phi 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 圆柱体在消除端部效应和降低试验成本方面的优点,本文以该形态的试件强度作为换算标准选取配比试验I组中所有试件的强度值,采用最小二乘法分别将 $\phi 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 圆柱体强度与 $7.07 \text{ cm} \times 7.07 \text{ cm} \times 7.07 \text{ cm}$ 试件强度和 $\phi 7 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$ 圆柱体强度进行拟合换算,如图2所示,以换算函数的斜率作为形态差异的度量值并定义为形态因子,可知立方体的形态因子 $K_1 = 1.35$ , $\phi 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 圆柱体的形态因子 $K_2 = 1$ , $\phi 7 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$ 圆柱体的形态因子 $K_3 = 1.1$ 。

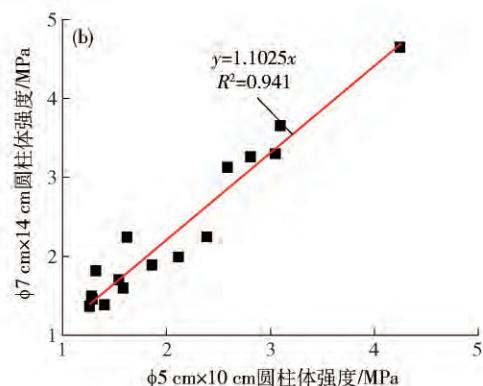


图2 形态因子。(a) 立方体;(b)  $\phi 7 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$ 圆柱体  
Fig. 2 Type factors: (a) cube; (b)  $\phi 7 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$  cylinder

在此基础上,以试件强度和波速作为相互独立的母序列,以固体质量分数、水泥含量和形态因子作为子序列,根据式(1)~式(4)计算得出强度与波速分别与

固体质量分数、水泥含量和试件形态的关联度及排序(表2)。

由表2可知,强度与水泥含量的关联度最高,达到

表 2 灰色关联度分析结果

Table 2 Results of grey correlation analysis

类别	影响因素	固体质量分数/%	水泥含量/(kg·m <sup>-3</sup> )	试件形态
强度	关联度	0.716	0.837	0.719
	排序	3	1	2
波速	关联度	0.712	0.611	0.619
	排序	1	3	2

0.837,说明两者的关联度很好,与波速关联度最大的影响因素为固体质量分数,关联度为0.712。三种因素对强度和波速的关联度均大于0.5,说明三者对强度和波速的影响不可忽略。由关联度排序可知,强度受三种因素的影响程度为水泥含量>试件形态>固体质量分数,波速受三种因素的影响程度为固体质量分数>试件形态>水泥含量,可见强度与波速受三种因素的影响规律具有本质区别。

### 3.2 影响机理

(1) 水泥含量。胶结剂(水泥)含量是影响充填体强度的关键因素<sup>[21~22]</sup>。在水泥水化过程中,水化产物因水的自重聚合以及虹吸作用逐渐包裹骨料和充填空隙形成致密包裹体,在水泥内部水化生成的结晶体和胶凝体不断增多并相互贯穿形成水化胶凝结构,同时新生水化物不断充填胶凝结构间的空隙,使结构逐渐密实并硬化,使充填体强度逐渐增大<sup>[23]</sup>。

波速与固体孔隙性具有显著负相关性。水泥水化产物的充填作用可有效降低充填体孔隙率提高波速,然而随着水泥含量的继续增加,胶凝结构的硬化增强作用显著大于固结充填作用,使强度增加率明显高于波速增加率<sup>[24]</sup>。

(2) 固体质量分数。由灰色关联度分析结果可知,固体质量分数对强度和波速均具有重要影响。固体含量增大可有效缓解料浆中水泥离析和颗粒沉降分层从而提高充填体强度。由于声波在水中的传播速度小于固体中的传播速度,增大固体质量分数可降低充填体含水率而提高波速。在不考虑少量水时,假设充填体仅由水泥和尾砂组成,充填体波速可由式(18)<sup>[25]</sup>得

$$\frac{1}{V_p} = \frac{\phi_{cem}}{v_p} + \frac{\phi_{agg}}{v_{agg}}. \quad (18)$$

式中  $\phi_{cem}$  和  $\phi_{agg}$  分别为充填体中水泥和骨料(尾砂)的体积分数,  $V_p$  为充填体体积,  $v_p$  和  $v_{agg}$  分别为充填体和骨料(尾砂)内部的波速。

由式(18)可知,当充填体体积、水泥体积分数和骨料(尾砂)内部波速一定时,通过增加骨料(尾砂)用量可显著提高充填体内部波速。

(3) 试件形态。目前国内充填配比试验采用混凝

土试件制备标准中的7.07 cm × 7.07 cm × 7.07 cm 立方体作为标准试件,国外相关研究则以国际岩石力学学会推荐的高径比为2的圆柱体为主。由灰色关联度分析结果可知,试件形态对强度和波速均有一定影响,关于该影响的规律研究尚不多见。

将I组中不同形态的试件强度和波速进行对比(图3和图4)时可知,在相同配比条件下,不同形态的试件强度对比结果为立方体> $\phi$ 7 cm × 14 cm 圆柱体> $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体,而不同形态的试件波速对比结果为 $\phi$ 7 cm × 14 cm 圆柱体> $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体>立方体。

岩土材料强度尺寸效应的产生机理可分为两类:一类是材料内部细微观非均质性;另一类是试样受压时的端部效应。材料尺寸效应一般为这两种影响因素的综合作用。由图3和图4可知,立方体试件的波速普遍小于两种圆柱体,而强度则普遍大于两种圆柱体,显然充填体内部的细微观非均质性并非造成强度差异的主要因素。通过分析试验数据并结合国内外相关研究,在不考虑应力集中影响时,本文认为端部效应是造成立方体与圆柱体强度差异的主要原因<sup>[26~28]</sup>,但对波速特性的影响则有待进一步探讨。

对于不同尺寸圆柱体试件的强度差异,Ercikdi等测试了 $\phi$ 5 cm × 10 cm 和 $\phi$ 10 cm × 20 cm 充填体强度和波速,认为 $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体强度大于 $\phi$ 10 cm × 20 cm 圆柱体,而波速差别不大<sup>[8]</sup>。Hassani等<sup>[29]</sup>对比多种尺寸的充填体试件,认为当充填体直径小于15.2 cm,强度随尺寸增大而增大,大于15.2 cm,强度随尺寸增大而减小。这说明充填体尺寸效应较岩石和混凝土等准脆性材料更复杂。本试验中两种圆柱体高径比均为2,端部效应一致。材料内部的微细观非均质性是造成尺寸效应的主要原因。相比 $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体, $\phi$ 7 cm × 14 cm 圆柱体内部颗粒在沉降时受上部重力压密作用更明显,使其固结后密实性优于 $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体,这与其波速普遍大于 $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体的结果一致,而强度也大于 $\phi$ 5 cm × 10 cm 圆柱体。

## 4 强度预测分析

### 4.1 基于波速的强度预测

通过对不同影响因素条件下数据的离散性,本文选取I组的试验结果,建立不同试件形态的强度-波速指数关系模型,如图5所示。在此基础上,选取II组的试验结果进行强度预测与对比,结果如表3所示。

### 4.2 BP 神经网络的强度预测

#### 4.2.1 模型构建

(1) 网络结构。根据Kolmogorov定理,三层前向反馈网络可以任意精度逼近任意连续函数,因此本文确

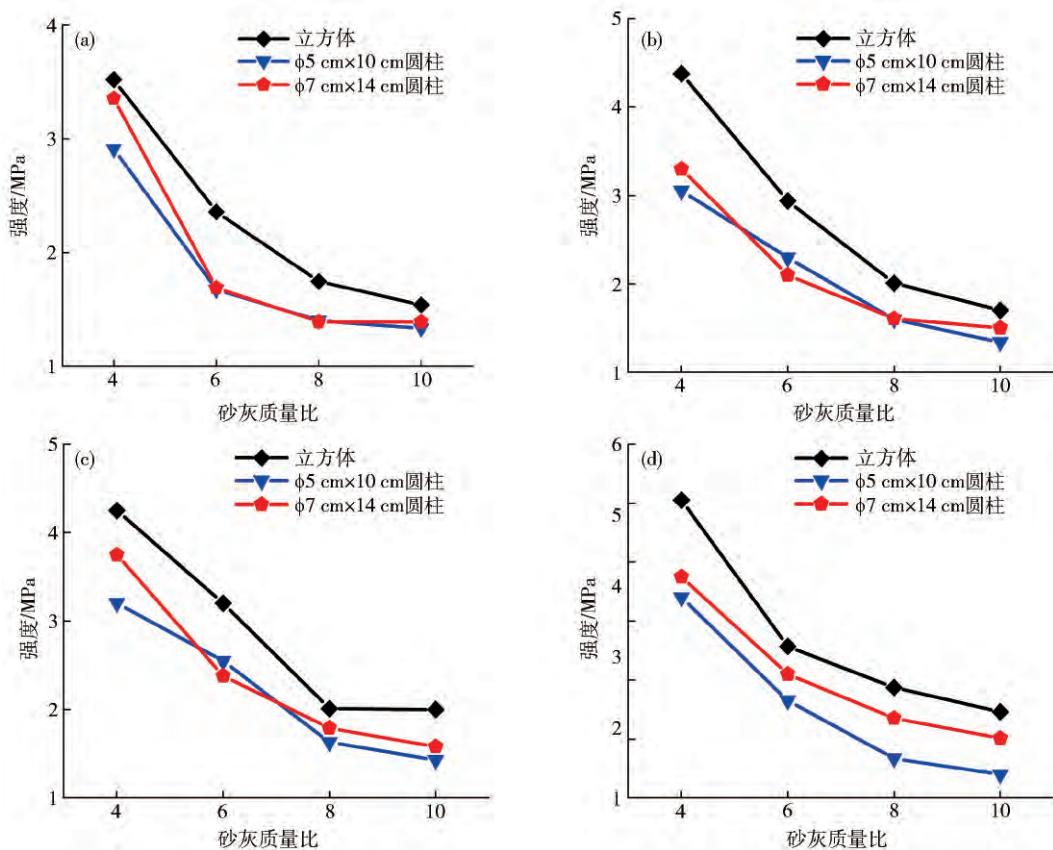


图3 不同固体质量分数条件下的试件强度对比. (a) 65%; (b) 68%; (c) 70%; (d) 72%

Fig.3 Strength comparison of samples with different solid contents. (a) 65%; (b) 68%; (c) 70%; (d) 72%

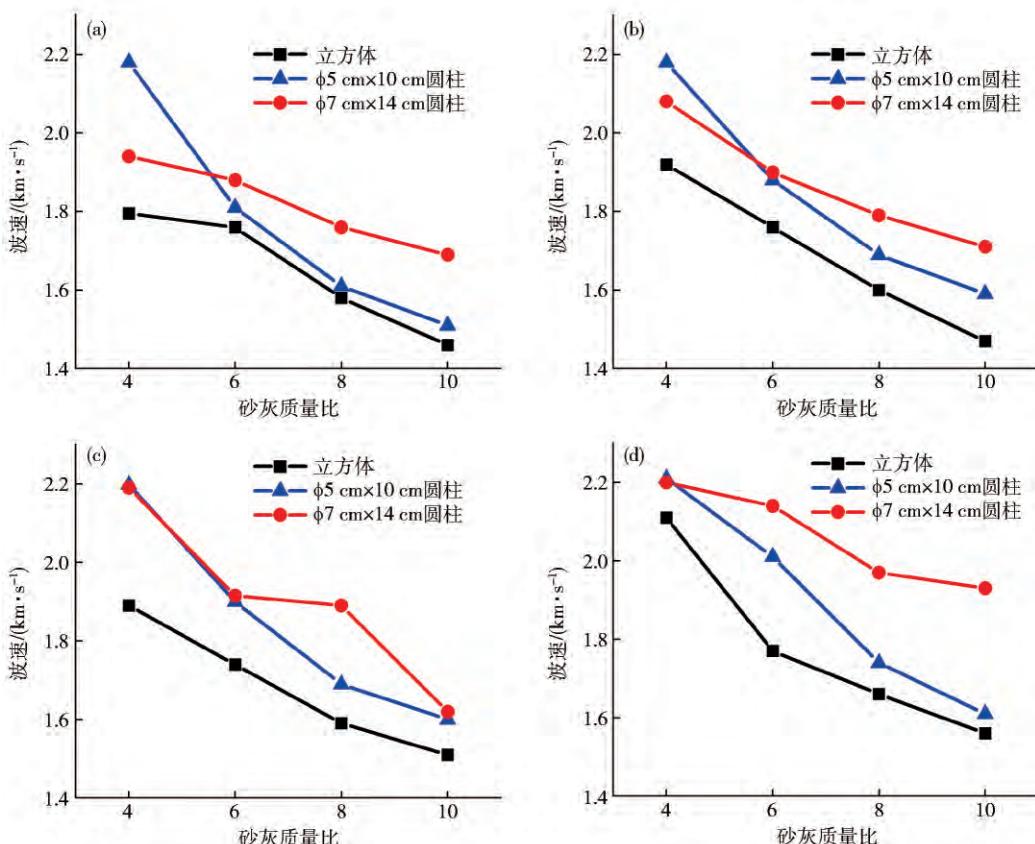
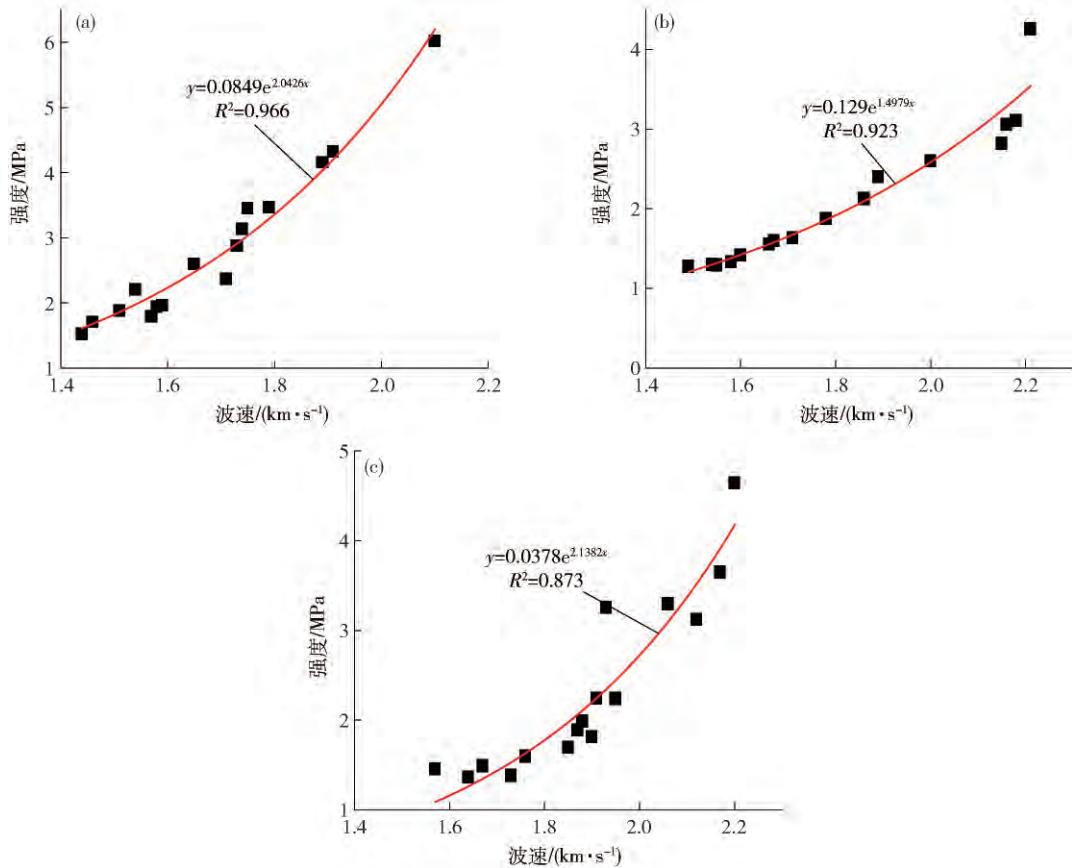


图4 不同固体质量分数条件下的试件波速对比. (a) 65%; (b) 68%; (c) 70%; (d) 72%

Fig.4 Ultrasonic pulse velocity comparison of samples with different solid contents: (a) 65%; (b) 68%; (c) 70%; (d) 72%

图 5 不同形态条件的强度-波速关系. (a) 立方体; (b)  $\phi 5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  圆柱体; (c)  $\phi 7\text{ cm} \times 14\text{ cm}$  圆柱体

**Fig. 5** Relations between the uniaxial compressive strength and ultrasonic pulse velocity for different sample types: (a) cube; (b)  $\phi 5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  cylinder; (c)  $\phi 7\text{ cm} \times 14\text{ cm}$  cylinder

**表 3** 基于波速的强度预测  
**Table 3** Strength prediction by ultrasonic pulse velocity

试件形态	固体质量分数/%	砂灰质量比	料浆水泥掺量/(kg·m⁻³)	波速/(km·s⁻¹)	预测强度/MPa	实际强度/MPa	预测误差/%
立方体	65	4	255.9	1.84	3.640	3.503	3.91
	68	6	195.8	1.74	2.968	2.571	15.44
	70	8	141.1	1.57	2.097	2.269	-7.58
	72	10	116.3	1.51	1.855	2.203	-15.79
$\phi 5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 圆柱体	65	4	220.4	2.17	3.328	3.054	8.97
	68	6	167.5	2.02	2.659	2.410	10.33
	70	8	138.3	1.61	1.439	1.358	5.96
	72	10	120.4	1.56	1.335	1.298	2.85
$\phi 7\text{ cm} \times 14\text{ cm}$ 圆柱体	65	4	252.7	2.09	3.298	3.439	-4.10
	68	6	194.4	1.91	2.244	2.044	9.78
	70	8	136.4	1.77	1.664	1.616	2.97
	72	10	133.2	1.94	2.393	2.000	19.65

定网络层数为三层,以固体质量分数、试件容重、砂灰质量比和形态因子作为输入量,以充填体 28 d 强度为输出量,输入层神经元个数为 4,输出层神经元个数为 1,隐含层神经元个数采用试错法进行网络调试选取,隐含层神经元个数初步确定为 3~9。网络训练函数采

用 traincg 函数,该函数使用 Fletcher-Reeves 共轭梯度法,当表现函数为平方和时可避免计算 Hessian 矩阵。隐含层传递函数为 tansig,输出层传递函数为 logsig,网络性能函数采用均方差函数 mse。

以 I 组试验结果为训练样本,II 组的试验结果

作为测试样本,按照训练样本中元素的输入顺序导入到网络中,依据网络收敛速度及测试样本残差均

方差确定合适的隐含层神经元个数,其调试结果如表4所示.

表4 网络预测误差及收敛速度

Table 4 Prediction error and convergence rate of the neutral network

隐含层单元数	3	4	5	6	7	8	9
计算步数	14	33	15	15	12	12	14
残差均方差	0.1376	0.1093	0.1010	0.0787	0.0482	0.0861	0.0981

调试结果表明,当隐含层神经单元个数为7时,网络收敛速度较快,且精度最高,因此本文所构建的神经网络结构为 $4 \times 7 \times 1$ .

(2) 数据处理. 在网络训练之前,不同量纲的样本数据需要进行归一化处理,以降低数据的奇异性并加快网络收敛. 网络计算完成后的输出量也需要进行相应的反归一化处理,才能获取真实的输出值. 本文采用matlab软件的mapminmax函数完成相应处理,计算函数分别为

$$\xi_n = \frac{\xi - \xi_{\min}}{\xi_{\max} - \xi_{\min}}. \quad (19)$$

式中 $\xi_n$ 为归一化输入值 $\xi$ 为原始样本值 $\xi_{\min}$ 和 $\xi_{\max}$

分别为原始样本中的最小值和最大值.

$$\zeta = \zeta_n (\zeta_{\max} - \zeta_{\min}) + \zeta_{\min}. \quad (20)$$

式中: $\zeta_n$ 为网络输出值 $\zeta$ 为反归一化输出值 $\zeta_{\min}$ 和 $\zeta_{\max}$ 分别为网络输出值中的最小值和最大值.

#### 4.2.2 网络训练与强度预测

本文以I组的试验结果作为神经网络训练样本,以II组的试验结果作为测试样本. 利用matlab编程语言构建网络并在matlab 7.10软件平台中运行,网络允许最高训练次数为10000次,训练精度要求为0.00001. 在训练完成后将测试样本导入网络中完成对相应充填体的强度预测,预测结果及对比如表5所示.

表5 BP神经网络的强度预测

Table 5 Strength prediction by BP neutral network

试件形态	固体质量	砂灰质	料浆水泥掺	波速/	预测强	实际强	预测
	分数/%	量比	量/(kg·m <sup>-3</sup> )	(km·s <sup>-1</sup> )	度/MPa	度/MPa	误差/%
立方体	65	4	255.9	1.84	3.358	3.503	-4.14
	68	6	195.8	1.74	2.598	2.571	1.05
	70	8	141.1	1.57	2.103	2.269	-7.32
	72	10	116.3	1.51	2.028	2.203	-7.94
$\phi 5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 圆柱体	65	4	220.4	2.17	2.628	3.054	-13.95
	68	6	167.5	2.02	2.194	2.410	-8.96
	70	8	138.3	1.61	1.674	1.358	23.27
	72	10	120.4	1.56	1.413	1.298	8.86
$\phi 7\text{ cm} \times 14\text{ cm}$ 圆柱体	65	4	252.7	2.09	3.054	3.439	-11.20
	68	6	194.4	1.91	2.151	2.044	5.23
	70	8	136.4	1.77	1.801	1.616	11.45
	72	10	133.2	1.94	1.989	2.000	-0.55

依据上述的网络调试认为 $4 \times 7 \times 1$ 的网络结构具有较好的预测精度,该网络模型的各项结构参数矩阵分别为

$$W_1 = \begin{bmatrix} 5.343 & 0.541 & 0.419 & -0.344 \\ -1.179 & 0.692 & -0.966 & 2.270 \\ -3.281 & 0.928 & 2.601 & -1.277 \\ 4.797 & -1.433 & -1.605 & 1.130 \\ 1.274 & 2.214 & -3.562 & 2.006 \\ 1.312 & 0.832 & 3.294 & -0.731 \\ 2.238 & 2.188 & 1.429 & -2.499 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$B_1 = [-1.322 \ 0.001 \ -0.158 \ -3.080 \ -0.693 \ -1.996 \ 2.179], \quad (22)$$

$$W_2 = [4.294 \ -0.881 \ 0.409 \ -1.668 \ -0.633 \ 1.322 \ -1.377], \quad (23)$$

$$B_2 = [-0.8046]. \quad (24)$$

式中, $W_1$ 和 $B_1$ 分别为输入层与隐含层的连接权值和阈值矩阵, $W_2$ 和 $B_2$ 分别为隐含层与输出层的连接权值和阈值矩阵.

#### 4.3 结果对比分析

由表3和表5的预测误差可知,两种强度预测方法的预测误差均具有一定波动性,并不能直观反映出

两种预测方法的合理性。作为一种多因素影响变量, 充填体强度受多种独立随机因素影响, 可认为服从正态分布<sup>[30]</sup>。对此可令基于波速的预测强度为正态总体  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ , BP 神经网络的预测强度为正态总体  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , 试验强度为正态总体  $Z \sim N(\mu_3, \sigma_3^2)$ 。其中  $\mu$  和  $\sigma^2$  分别为各正态总体的期望值和方差。以表 3 和表 5 中的强度值作为三个正态总体的对应样本, 采用假设检验中的  $F$  检验分别对正态总体  $X$  和  $Z$ ,  $Y$  和  $Z$  进行方差的假设检验。检验假设为:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_3^2 \leftrightarrow H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_3^2. \quad (25)$$

$$H_0: \sigma_2^2 = \sigma_3^2 \leftrightarrow H_1: \sigma_2^2 \neq \sigma_3^2. \quad (26)$$

令显著性水平  $\alpha = 0.1$ , 检验结果如表 6 所示。

表 6  $F$  检验结果

Table 6 Results of  $F$ -test

$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(11, 11)$	$F_{\frac{\alpha}{2}}(11, 11)$	$F_1$	$F_2$
0.3549	2.8197	1.1157	0.5951

由表 6 可知,  $F_1$  和  $F_2$  均介于  $F_{1-\frac{\alpha}{2}}(11, 11)$  和  $F_{\frac{\alpha}{2}}(11, 11)$  之间, 因此接受  $H_0$  和  $H_0'$ , 即认为正态总体  $X$  与  $Z$ ,  $Y$  和  $Z$  的方差相等。在此基础上采用等方差  $t$  检验进行均值检验。检验假设为:

$$H_0: \mu_1 = \mu_3 \leftrightarrow H_1: \mu_1 \neq \mu_3; \quad (27)$$

$$H_0': \mu_2 = \mu_3 \leftrightarrow H_1': \mu_2 \neq \mu_3. \quad (28)$$

取显著性水平  $\alpha = 0.01$ , 检验结果如表 7 所示。

由表 7 可知,  $|t_1|$  和  $|t_2|$  均小于  $t_{\frac{\alpha}{2}}(22)$ , 因此接受  $H_0$  和  $H_0'$ , 即认为正态分布  $X$  与  $Z$ ,  $Y$  和  $Z$  的均值相等。综上所述, 在相应的置信度条件下, 本文提出的强度-波速关系模型和 BP 神经网络模型均可较好地实现对充填体强度的预测。

表 7  $t$  检验结果

Table 7 Results of  $t$ -test

$t_{\frac{\alpha}{2}}(22)$	$t_1$	$t_2$
2.8188	0.3124	-0.2411

## 5 结论

(1) 以最小二乘法对不同形态的试件强度进行线性拟合换算, 将换算系数定义为形态因子并作为试件形态的量化指标。在此基础上采用灰色关联度分析固体质量分数、水泥含量和试件形态对充填体试件强度和波速的影响规律。结果表明, 充填体强度受水泥含量影响最大, 关联度为 0.837; 充填体波速受固体质量分数影响最大, 关联度为 0.712。

(2) 对充填体试件进行单轴压缩试验和波速测试, 基于充填体强度与波速灰色关联度分析结果, 利用充填配比试验的 I 组试验结果建立不同试件形态条件

的充填体强度-波速预测模型, 采用 II 组试验结果作为测试样本获得相应的预测强度。

(3) 以固体质量分数、容重、砂灰质量比和形态因子为输入量, 充填体强度为输出量, 建立 BP 神经网络强度预测模型, 并确定网络结构为  $4 \times 7 \times 1$ , 进而采用 II 组试件的强度为测试样本进行强度预测并得以实现。

(4) 对强度-波速关系模型和 BP 神经网络模型的预测强度与试件实际强度进行  $F$  检验和  $t$  检验。结果表明: 方差检验和均值检验的显著性水平分别为 0.10 和 0.01 时, 强度-波速关系模型和 BP 神经网络模型均可较好地实现对充填体强度的预测。

(5) 尽管以超声波测试为代表的材料无损检测技术及以神经网络为代表的人工智能技术发展迅速, 但在充填体强度预测方面的研究及应用仍有待进一步完善。本文在这方面仅进行了初步的探讨。此外, 尾砂颗粒级配、矿物组分等均会影响充填体强度及波速, 影响规律仍有待进一步深入分析, 对此本文相关研究成果可作为后续研究的基础, 为深入探讨充填体力学及声学特性提供一种新的思路。

## 参 考 文 献

- [1] Wei W, Gao Q. Strength prediction of backfilling body based on modified BP neural network. *J Harbin Inst Technol*, 2013, 45(6): 90  
(魏微, 高谦. 改进的 BP 神经网络模型预测充填体强度. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(6): 90)
- [2] Liu Z X, Zhou S L, Guo Y L. GA-BP neural network prediction model for strength of phosphogypsum backfill. *Min Metall Eng*, 2011, 31(6): 1  
(刘志祥, 周士霖, 郭永乐. 磷石膏充填体强度 GA-BP 神经网络预测模型. 矿冶工程, 2011, 31(6): 1)
- [3] Trtnik G, Kavčič F, Turk G. Prediction of concrete strength using ultrasonic pulse velocity and artificial neural networks. *Ultrasonics*, 2009, 49(1): 53
- [4] Zhang Q L, Li X P, Yang W. Optimization of filling slurry ratio in a mine based on back-propagation neural network. *J Cent South Univ Sci Technol*, 2013, 44(7): 2867  
(张钦礼, 李谢平, 杨伟. 基于 BP 网络的某矿山充填料浆配比优化. 中南大学学报(自然科学版), 2013, 44(7): 2867)
- [5] Zhou Y, Wu S C, Jiao J J, et al. Research on meso-scale Mechanical Parameters of rock and soil mass based on BP neural network. *Rock Soil Mech*, 2011, 32(12): 3821  
(周喻, 吴顺川, 焦建津, 等. 基于 BP 神经网络的岩土体细观力学参数研究. 岩土力学, 2011, 32(12): 3821)
- [6] Zhu J S, Song Y P. Research on fatigue damage of concrete under biaxial compressive loading using ultrasonic velocity method. *Chin J Rock Mech Eng*, 2004, 23(13): 2230  
(朱劲松, 宋玉普. 混凝土双轴抗压疲劳损伤特性的超声波速法研究. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2230)

- [7] Pan W D , Zhang H , Luo Y , et al. Application of ultrasonic measure on the analysis of rock mechanics in mining engineering. *Met Mine* , 2009( Suppl 1) : 633  
(潘卫东, 张辉, 罗烨, 等. 超声波检测在矿山岩石力学工程分析中的应用. 金属矿山, 2009( 增刊1) : 633)
- [8] Deng D Q , Gao Y T , Wu S C , et al. Integrity detection of backfill based on acoustic wave velocity testing. *J Univ Sci Technol Beijing* , 2010 , 32( 10) : 1248  
(邓代强, 高永涛, 吴顺川, 等. 基于声波测速的充填体完整性检测. 北京科技大学学报, 2010 , 32( 10) : 1248)
- [9] Solis-Carcaño R , Moreno E I. Evaluation of concrete made with crushed limestone aggregate based on ultrasonic pulse velocity. *Constr Build Mater* , 2008 , 22( 6) : 1225
- [10] Han S , Cai M F. Study on physical simulation of jointed rock mass and ultrasonic experiments. *Chin J Rock Mech Eng* , 2007 , 26( 5) : 1026  
(韩嵩, 蔡美峰. 节理岩体物理模拟与超声波试验研究. 岩石力学与工程学报, 2007 , 26( 5) : 1026)
- [11] Demirboğa R , Türkmen I , Karakoc M B. Relationship between ultrasonic velocity and compressive strength for high-volume mineral-admixed concrete. *Cem Concr Res* , 2004 , 34( 12) : 2329
- [12] Yilmaz T , Ercikdi B , Karaman K , et al. Assessment of strength properties of cemented paste backfill by ultrasonic pulse velocity test. *Ultrasonics* , 2014 , 54( 5) : 1386
- [13] Ercikdi B , Yilmaz T , Külekeci G. Strength and ultrasonic properties of cemented paste backfill. *Ultrasonics* , 2014 , 54( 1) : 195
- [14] Zhang Q L , Wang Y L , Cao X G. Prediction of backfill strength using grey-neural network. *Ind Miner Process* , 2011 , 40( 12) : 26  
(张钦礼, 王艳丽, 曹小刚. 基于灰色-神经网络的充填体强度预测. 化工矿物与加工, 2011 , 40( 12) : 26)
- [15] Lü F. Research on the Identification Coefficient of Relational Grade for Grey System. *Syst Eng Theory Pract* , 1997( 6) : 50  
(吕锋. 灰色系统关联度之分辨系数的研究. 系统工程理论与实践, 1997( 6) : 50)
- [16] Sun Y G. *Research on Grey Incidence Analysis and Its Application* [Dissertation]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , 2007  
(孙玉刚. 灰色关联分析及其应用的研究[学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2007)
- [17] Zhou X W. *The Study on The Grey Relational Degree and Its Application* [Dissertation]. Changchun: Jilin University , 2007  
(周秀文. 灰色关联度的研究与应用[学位论文]. 长春: 吉林大学, 2007)
- [18] Dong C H. *Matlab Neural Network and Application*. 2nd Ed. Beijing: National Defense Industry Press , 2007  
(董长虹. Matlab 神经网络与应用. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2007)
- [19] Bogas J A , Gomes M G , Gomes A. Compressive strength evaluation of structural lightweight concrete by non-destructive ultrasonic pulse velocity method. *Ultrasonics* , 2013 , 53( 5) : 962
- [20] Mahure N V , Vijh G K , Sharma P , et al. Correlation between pulse velocity and compressive strength of concrete. *Int J Earth Sci Eng* , 2011 , 4: 871
- [21] Xu F , Chu H T , Liu X L. On the full-tailings backfilling strength of a copper mine. *Met Mine* , 2013( 12) : 37  
(徐飞, 褚洪涛, 刘晓亮. 某铜矿全尾砂充填体强度研究. 金属矿山, 2013( 12) : 37)
- [22] Li Q J , Yin Y. Experiment on Improving the quality of fill mining. *Met Mine* , 2011( 12) : 154  
(李全京, 尹裕. 提高矿山充填质量试验研究. 金属矿山, 2011( 12) : 154)
- [23] Li P. *Analysis and Research of Influencing Factors of Tailing-Cement Backfill Strength* [Dissertation]. Kunming: Kunming University of Science and Technology , 2010  
(李鹏. 尾砂胶结充填体强度影响因素分析与研究[学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2010)
- [24] Gesoglu M. Influence of steam curing on the properties of concretes incorporating metakaolin and silica fume. *Mater Struct* , 2010 , 43( 8) : 1123
- [25] Ye G , Lura P , Van Breugel K , et al. Study on the development of the microstructure in cement-based materials by means of numerical simulation and ultrasonic pulse velocity measurement. *Cem Concr Compos* , 2004 , 26( 5) : 491
- [26] Chen Y , Huang Y H , Cao P , et al. Size effect experimental study of strength and deformation in different height-to-diameter ratio soft rocks. *J Cent South Univ Sci Technol* , 2010 , 41( 3) : 1073  
(陈瑜, 黄永恒, 曹平, 等. 不同高径比软岩强度与变形尺寸效应试验研究. 中南大学学报( 自然科学版), 2010 , 41( 3) : 1073)
- [27] Yang S Q , Su C D , Xu W Y. Experimental and theoretical study of size effect of rock material. *Eng Mech* , 2005 , 22( 4) : 113  
(杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 岩石材料尺寸效应的试验和理论研究. 工程力学, 2005 , 22( 4) : 113)
- [28] Sun C , Liu F , Jiang M J , et al. Size effect of compression strength and end constraint of rocks by distinct element simulation. *Chin J Rock Mech Eng* , 2014 , 33( Suppl 2) : 3421  
(孙超, 刘芳, 蒋明镜, 等. 岩石抗压强度的尺寸效应及端部约束的离散元数值模拟. 岩石力学与工程学报, 2014 , 33( 增刊2) : 3421)
- [29] Hassani F P , Nokken M R , Annor A. Physical and mechanical behavior of various combinations of minefill materials. *CIM Magazine/Bullet* , 2007 , 2( 11) : 22
- [30] Xu X L , Wang R H , et al. *Probability and Statistics*. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press , 2013  
(徐晓玲, 王蓉华, 等. 概率论与数理统计. 上海: 上海交通大学出版社, 2013)