

双金属复合板矫直过程的弯曲及弹复解析

张超, 臧勇[✉], 管奔, 秦勤

北京科技大学机械工程学院, 北京 100083

✉ 通信作者, E-mail: yzang@ustb.edu.cn

摘要 基于工程弹塑性力学建立了不同组坯方式下双金属复合板弯曲矫直过程截面弹塑性状态演变路径的解析模型. 基于该模型分析不锈钢复合板矫直过程中的弯曲回弹特性, 解释复合板弯曲回弹过程中截面的反向屈服现象, 并将不锈钢复合板与单一材料板材弯曲过程进行对比. 研究表明: 双金属复合板在弯曲过程中截面会经历五种弹塑性状态, 并伴随着不同的中性层偏移规律, 弯曲回弹后的残余应力分布与单一材料板相比更加不均匀且可能进入反向屈服状态; 复合板与单一材料板材的弯矩相对差值随着屈服强度比的增大而增大, 其绝对值随着弯曲曲率先增大后减小.

关键词 双金属板; 弯曲; 回弹; 矫直; 残余应力

分类号 TG333.2

Bending and springback analysis of bimetal composite plates during leveling

ZHANG Chao, ZANG Yong[✉], GUAN Ben, QIN Qin

School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

✉ Corresponding author, E-mail: yzang@ustb.edu.cn

ABSTRACT An analytical model of section elastoplastic state evolution paths was built for bimetal composite plates under different assemble patterns during bending and leveling based on engineering elastoplastic mechanics. Based on this model, the bending and rebounding process of stainless steel clad plates was analyzed, the section reverse yield phenomenon during rebounding was explained, and the bending process of stainless steel clad plates was contrasted to that of single material sheets. The results show that five elastoplastic states of the bimetal composite plate section occurs along with different neutral layer offset laws, and the residual stress distribution is more uneven and may enter the reverse yield state after bending. The relative difference of bending moment between the bimetal composite plate and the single sheet increases with increasing yield strength ratio, and the absolute value first increases then decreases with increasing curvature.

KEY WORDS bimetal sheet; bending; springback; leveling; residual stress

金属复合板是使用各种复合技术使金属板材在界面上实现冶金结合的一种复合材料, 相比于传统单一材料板材, 它具有优异的服役性能与高性价比的特点. 石油、化工、海洋工程及造船等领域对高品质大规模金属复合板具有广泛的市场需求^[1-2]. 双金属复合板由于其层间材料物理性能及力学性能的差异, 使得其板坯截面呈现非对称结构. 因此其相较于对称结构的传

统单一材料板材, 在制备及冷却等过程中更普遍地出现大尺度几何变形缺陷, 往往需要运用弯曲矫直工艺进行矫正. 同时, 作为功能材料的复合板覆层结构由于相对较薄且处于截面的外侧, 导致其在矫直等工艺流程中承受较大的变形并使其内部产生较大的残余应力甚至处于塑性屈服状态, 严重影响复合板整体服役能力; 矫直作为板材成形中的弹塑性工艺流程, 其弯曲

收稿日期: 2016-01-05

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2013AA031302); 中国博士后科学基金资助项目(2014M550611); 北京市自然科学基金青年科学基金资助项目(3154036)

工艺参数对覆层结构矫后残余应力的影响与控制显得尤为重要。大多数板材矫直工艺的力学实质为一次或多次的弹塑性弯曲,弯曲过程截面的形状基本不发生变化,且剪应力对弯曲过程影响甚小可以忽略。由于弯曲曲率有限,弯曲过程的弹性效应与塑性效应均不可忽略。双金属复合板作为一种层间异性的非对称结构,弯曲过程截面弹塑性状态演变过程复杂,回弹过程可能诱发截面的部分反向塑性屈服等现象,因此传统的基于截面同性材料的弯曲理论并不能很好地解析金属复合板的弯曲矫直过程,也难以完成对覆层应力状态的预测与分析。

在金属复合板弯曲等力学行为方面, Yilamu 等^[3]对钢-铝复合板的 V 型弯曲弹复进行研究,分析内外弯时回弹比的不同; Hino 等^[4]对钢-铝复合板的拉弯弹复进行了试验及理论研究,发现复合板弹复后的残留曲率主要由组元材料的强度差决定; Choi 等^[5]对双金属复合板在单轴拉伸时宽度方向上的翘曲进行数值计算和有限元分析;王效岗等^[6]采用数值方法,对不锈钢复合板截面分层建立了一个双金属复合板辊式矫直数值模型。现有理论的研究对象往往是针对具体材料的金属复合板而不能对金属复合板的弯曲特性给出基于弹塑性力学的普适性结论。在板材的矫直理论方面,国内外学者进行了大量的探索^[7-9]。崔甫^[10]运用经典弹塑性力学对矫直过程进行了详细的力学分析; Liu 等^[11]和薛军安^[12]运用曲率积分法对矫直过程的板形曲线进行预测同时对矫直过程的截面应力和力能参数进行计算,成功应用于矫直机离线控制系统;管奔等^[13-14]在经典矫直理论的基础上,考虑截面连续反弯的应力遗传效应,提出更为精确的矫直过程解析模型。周存龙等^[15]根据梁弹塑性弯曲理论,通过建立板材在宽度上不同的弯曲模型,得到矫直辊弯辊量。可以看出,现有的矫直理论多是针对截面同性材料的板材弯曲过程,不足以准确描述层间材料力学性能不同的金属复合板弯曲矫直过程。

本文针对现有对双金属复合板矫直过程的弯曲及弹复解析的不足,根据工程弹塑性力学的相关理论,通过对双金属复合板截面的合理划分,建立了双金属复合板截面弹塑性状态演变路径的判定模型,对双金属复合板弯曲过程弯曲曲率、中性层偏移量及截面应力分布之间的耦合关系进行解析,并在其此基础上总结双金属复合板弯曲过程截面弹塑性状态演变规律,给出其基于弹塑性力学的普适性结论。继而以不锈钢复合板为例,研究不锈钢复合板弯曲过程的截面弹塑性状态演变路径与中性层偏移规律,对其弯矩-曲率关系的分段函数与回弹过程的反向屈服进行解析,并在此基础上对比双金属复合板和单一材料板材的弯曲过程。

1 金属复合板截面弯曲特性分析

1.1 参数量纲一化处理及截面弹塑性状态

根据双金属复合板截面特点及弹塑性力学相关理论,引入以下基本假设:弯曲过程截面应力为单向应力状态;复合板界面结合完好,层与层之间应变连续,变形过程不产生分层;金属复合板覆层作为功能性材料,厚度较薄,弯曲过程中应变中性层位于基层。

双金属复合板截面如图 1 所示,将双金属复合板截面划分为如图所示三部分进行研究。其中 P_1 为复合板截面覆层部分, P_2 为截面应变中性层以上基层部分, P_3 为截面应变中性层以下基层部分。图中复合板总厚度为 H ,覆层厚度为 h_1 ,基层厚度为 h_2 ,中性层偏移量为 h_3 ,应变中性层位于几何中性层以上时 h_3 为正,反之则为负。设复合板弯曲曲率为 A ,弯矩为 M ,当覆层受拉时 A 和 M 为正,受压时 A 和 M 为负,弹复曲率为 A_1 ,残留曲率为 A_c 。覆层和基层的弹性模量分别为 E_1 和 E_2 ,强化模量分别为 E'_1 和 E'_2 ,覆层和基层的屈服极限分别为 σ_{s1} 和 σ_{s2} 。为方便后续研究工作,定义如下量纲一的参数:弹性模量比 $\lambda_E = E_1/E_2$,屈服强度比 $\lambda_\sigma = \sigma_{s1}/\sigma_{s2}$,覆层强化模量比 $\lambda_r = E'_1/E_1$,基层强化模量比 $\lambda_j = E'_2/E_2$,覆层量纲一的厚度 $\lambda = 2h_1/H$,量纲一的中性层偏移量 $e = 2h_3/H$,弯曲曲率比 $C = A/A_1$,弹复曲率比 $C_1 = A_1/A_1$,残留曲率比 $C_c = A_c/A_1$,弯矩比 $\bar{M} = M/M_1$ 。这里的 A_1 和 M_1 分别为厚度为 H 的单位宽度基层材料板材的弹性极限曲率和弹性极限弯矩,其计算公式分别为 $A_1 = 2\sigma_{s2}/E_2H$, $M_1 = \sigma_{s2}H^2/6$ 。经量纲一化处理后,后续研究均在截面厚度为 ± 1 的截面上进行演算。

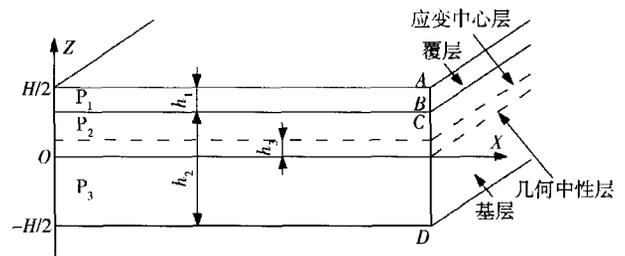


图 1 双金属复合板截面示意图

Fig. 1 Schematic diagram of bimetal composite plate section

双金属复合板层间材料力学性能不同,弯曲过程中应变中性层必然会偏离几何中性层,且偏移量是随弯曲曲率变化的。应变中性层的偏移量需要根据截面应力分布计算,而截面应力分布需要根据应变中性层的偏移量与弯曲曲率确定,即弯曲曲率、中性层偏移量及截面应力分布之间是相互耦合的。要完成三者关系的解耦,需要假定截面弹塑性状态,根据截面应力平衡方程,建立关于截面应力分布、弯曲曲率和中性层偏移

量的方程,对其耦合关系进行求解. 所以,对于双金属复合板确定截面弹塑性状态演变路径是进行后续计算的基础. 如图1所示,截面的弹塑性状态是 P_1 、 P_2 和 P_3 三部分弹塑性状态的组合. 一般情况下, P_1 可能的弹塑性状态有三种:弹性变形、弹塑性变形和完全塑性变形. P_2 、 P_3 可能的弹塑性状态有两种:弹性变形和弹塑性变形. 双金属复合板弯曲过程中截面可能的弹塑性状态理论上 $有3 \times 2 \times 2$,即12种情况,它们对应的中性层偏移量计算公式和弯矩-曲率关系($M-C$ 关系)表达式各不相同,下面将对其关系进行研究.

1.2 截面弹塑性状态演变路径判定方法

双金属复合板弯曲过程截面的弹塑性状态可以根据图1中 A 、 B 、 C 和 D 四点的应力值进行判断, A 和 B 点分别对应覆层上侧和下侧, C 和 D 点分别对应基层上侧和下侧. 覆层受拉(后续分析均以此种弯曲方式为例),弯曲曲率为 A 时,双金属复合板沿厚度截面的应变分布为

$$\varepsilon = \frac{H}{2}A(z-e) = \frac{H}{2}A_1 \frac{A}{A_1}(z-e) = \frac{\sigma_{s2}}{E_2}C(z-e). \quad (1)$$

根据式(1),弯曲曲率为 C 时,在弹性范围内沿厚度截面的应力分布为

$$\begin{cases} \sigma_i = \lambda_E C \sigma_{s2}(z-e), & 1-\lambda \leq z \leq 1; \\ \sigma_j = C \sigma_{s2}(z-e), & -1 \leq z \leq 1-\lambda. \end{cases} \quad (2)$$

式中, σ_i 为覆层弯曲应力, σ_j 为基层弯曲应力, λ 为覆层量纲一的厚度.

此时,图1中 A 、 B 、 C 和 D 四处弹性范围内的弯曲应力值为

$$\begin{cases} \sigma_A = \lambda_E \sigma_{s2} C(1-e), \\ \sigma_B = \lambda_E \sigma_{s2} C(1-\lambda-e), \\ \sigma_C = C \sigma_{s2}(1-\lambda-e), \\ \sigma_D = -C \sigma_{s2}(1+e). \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)中 A 和 B 处的弯曲应力与覆层屈服极限 σ_{s1} 做比值, C 和 D 点的弯曲应力与基层屈服极限 σ_{s2} 做比值,取绝对值为

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_A = \lambda_E C(1-e)/\lambda_{\sigma}, \\ \bar{\sigma}_B = \lambda_E C(1-\lambda-e)/\lambda_{\sigma}, \\ \bar{\sigma}_C = C(1-\lambda-e), \\ \bar{\sigma}_D = C(1+e). \end{cases} \quad (4)$$

当式(4)中的 $\bar{\sigma}_A$ 、 $\bar{\sigma}_B$ 、 $\bar{\sigma}_C$ 和 $\bar{\sigma}_D$ 值不小于1时,表明此处发生塑性变形.

1.2.1 截面弹性变形状态

弯曲曲率比 C 较小时,此时复合板截面处于纯弹性变形状态, $\bar{\sigma}_A$ 、 $\bar{\sigma}_B$ 、 $\bar{\sigma}_C$ 和 $\bar{\sigma}_D$ 的值均小于1,根据截面应力平衡方程可得

$$\int_{-1}^{1-\lambda} C \sigma_{s2}(z-e_1) dz + \int_{1-\lambda}^1 \lambda_E C \sigma_{s2}(z-e_1) dz = 0. \quad (5)$$

式中: e_1 为截面纯弹性变形时量纲一的中性层偏移量.

将式(5)中积分展开并化简,可得

$$e_1 = 1 - \frac{4 + (\lambda_E - 1)\lambda^2}{4 + 2(\lambda_E - 1)\lambda}. \quad (6)$$

将 e_1 代入式(4)可求得 $\bar{\sigma}_A$ 、 $\bar{\sigma}_B$ 、 $\bar{\sigma}_C$ 和 $\bar{\sigma}_D$ 等于1时 A 、 B 、 C 和 D 四点处分别对应的弯曲曲率比 C_A 、 C_B 、 C_C 和 C_D ,它们中最小值即为截面的弹性变形极限曲率比 C_1 ;最小值对应的位置在弯曲曲率比达到 C_1 时,最先发生塑性变形. 至此,复合板截面在弹性变形时的极限曲率比和随着弯曲曲率比增大最先发生塑性变形的位位置就确定了. 将上述步骤称为截面弹塑性状态演变过程判定第1步.

1.2.2 截面弹塑性变形状态

假设在第1步中是 A 处率先发生塑性变形,即此时的 C_1 的值为上一步求得的 C_A . 当弯曲曲率比稍大于 C_1 时,截面 P_1 弹塑性变形, P_2 和 P_3 弹性变形(覆层弹塑性变形,基层弹性变形). 若材料模型满足理想弹塑性模型,根据截面应力平衡方程可求得此时的量纲一的中性层偏移量为

$$e_2 = \sqrt{(1-\lambda_E) \left(4 + \lambda^2 - 4\lambda - \frac{2\lambda_{\sigma}\lambda}{C} \right) + \frac{4\lambda_{\sigma}}{C} \times \frac{1}{\lambda_E} - \frac{\lambda_{\sigma}}{\lambda_E C} - \frac{2+\lambda}{\lambda_E} - \lambda + 1}. \quad (7)$$

式中: e_2 为截面 P_1 弹塑性变形, P_2 和 P_3 弹性变形时量纲一的中性层偏移量.

将 e_2 代入式(4)中可求得 $\bar{\sigma}_B$ 、 $\bar{\sigma}_C$ 和 $\bar{\sigma}_D$ 值为1时 B 、 C 和 D 三点处分别对应的弯曲曲率比 C_B 、 C_C 和 C_D 值,其中的最小值即为截面 P_1 弹塑性变形, P_2 和 P_3 弹性变形的弯曲曲率比上限 C_2 . 当弯曲曲率比略大于 C_2 时, C_2 求解过程对应的位置将发生塑性变形. 上述步骤称为截面弹塑性状态演变过程判定的第2步. 如此反复,经过四步,即能确定随着弯曲曲率比 C 变化的截面弹塑性状态以及中性层偏移量.

1.3 双金属复合板截面弹塑性状态演变规律

由上文分析可知双金属复合板截面弹塑性状态演变路径的判定需要四步,意味着对于双金属复合板,随着弯曲曲率的增大,截面将经历五种不同的截面弹塑性状态. 经过四步判定过程,理论上可求得双金属复合板弯曲过程的截面弹塑性状态演变路径,但一般情况下,中性层偏移量 e 与弯曲曲率比 C 存在着复杂的函数关系(如式(7)所示),导致计算过程难以继续.

若双金属复合板在弯曲曲率较大时,满足“截面 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形”的假设,演变过程计算的第1步和第4步就分别是确定满足截面为纯弹性变形的最大曲率比,即截面的弹性极限曲率比 C_1 以及使截面 P_1 塑性变形和 P_2 、 P_3 弹塑性变形的最小弯曲曲率比 C_4 . 截面纯弹性变形时中性层偏移量 e_1 如式(6)

所示. 根据截面应力平衡方程, 截面 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形时中性层偏移量为

$$e_s = 1 - \frac{\lambda_j C(4 - \lambda^2) + 2(1 - \lambda_j)(2 + \lambda) - 2(1 - \lambda_f)\lambda_\sigma \lambda + \lambda^2 \lambda_f \lambda_E C}{4\lambda_j C - 2\lambda_j \lambda C + 2\lambda \lambda_f \lambda_E C + 4(1 - \lambda_j)} \quad (8)$$

式中, e_s 为截面 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形时量纲一的中性层偏移量.

当上式中 λ_f 和 λ_j 都为 0, 即材料模型为理想弹塑性模型时, 式(8)中 e_s 可表示为

$$e_s = \frac{\lambda}{2}(\lambda_\sigma - 1). \quad (9)$$

从上述分析可以看出, 复合板在弯曲曲率较小截面纯弹性变形以及弯曲曲率较大截面 P_1 塑性变形和 P_2 、 P_3 弹塑性变形时, 弯曲过程的中性层偏移量 e 与弯曲曲率比 C 无关或是容易求解的函数关系, 此时能较简单地确定截面弹塑性状态与弯曲曲率比 C 的关系. 同时双金属复合板弯曲过程截面弹塑性状态、中性层偏移量 e 和弯曲曲率比 C 具有以下特点:

- (1) 双金属复合板截面弹塑性状态演变路径的判定需要分四步完成, 对应五种不同的截面弹塑性状态;
- (2) 截面演变过程计算的第 1 步和第 4 步为计算弹性极限曲率比 C_1 以及使截面 P_1 塑性变形和 P_2 、 P_3 弹塑性变形的最小曲率比 C_4 ;
- (3) 每一步计算求得的某种截面弹塑性状态的弯曲曲率比上限为弯曲曲率比继续增大的后一种截面弹塑性状态弯曲曲率比的下限, 即弯曲曲率比 C 具有连续性, 中性层偏移量 e 同样具有连续性.

根据双金属复合板截面弹塑性状态演变过程的特点, 可采用下述方法简化前一节的判定过程:

- (1) 将 e_1 代入式(4)求得各式值为 1 时最小 C 值和对应的位置, 即确定截面弹性变形极限曲率比 C_1 和截面弹性变形之后的后一种截面弹塑性状态, 将其称为第 2 种截面弹塑性状态, 再根据截面应力平衡方程求得此截面状态对应的中性层偏移量 e_2 ;
- (2) 将 e_2 代入式(4)求得各式值为 1 时最大 C 值和对应的位置, 可以求得截面 P_1 塑性变形和 P_2 、 P_3 弹塑性变形最小曲率比 C_4 和随着弯曲曲率比减小截面 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形的前一种截面弹塑性状态, 将其称为第 4 种截面弹塑性状态, 并求得此截面状态对应的中性层偏移量 e_4 ;
- (3) 根据第 2 种截面弹塑性状态与第 4 种截面弹塑性状态确定其中间的截面弹塑性状态, 并求得此截面状态对应的中性层偏移量 e_3 .

这样五种截面弹塑性状态及其先后顺序就确定了. 在确定截面弹塑性状态演变路径与中性层偏移量 e 后, 不难确定每一种截面弹塑性状态与弯曲曲率比 C

的关系.

2 双金属复合板弯曲回弹过程解析

不锈钢复合板在工程上得到广泛应用且具有代表性, 本文以不锈钢复合板为例具体分析双金属复合板的弯曲回弹过程. 不锈钢复合板以不锈钢作为覆层材料, 碳钢作为基层材料, 材料可以近似认为是理想弹塑性材料, 覆层材料不锈钢和基层材料碳钢的弹性模量比 $\lambda_E \approx 1$.

2.1 不锈钢复合板截面弹塑性状态演变路径和中性层偏移

不锈钢复合板的材料与结构参数主要为屈服强度比 λ_σ 和覆层量纲一的厚度 λ . 当 λ_σ 和 λ 不同时, 截面弹塑性状态随弯曲曲率比的变化情况如图 2 所示. 从图中可以看出, 不锈钢复合板截面弹塑性状态的演变路径共有四条. 不同屈服强度比 λ_σ 和不同覆层厚度 λ 下中性层偏移量随弯曲曲率比的变化如图 3 和图 4 所示. 由图 3 可以看出, 当 $\lambda_\sigma > 1$ 时, 中性层偏移量 e 大于 0; 当 $\lambda_\sigma < 1$ 时, 中性层偏移量 e 小于 0. 即中性层向力学性能较强的一侧偏移. 由图 4 可以看出, 中性层偏移量的绝对值先是随着弯曲曲率比的增大而增大, 当增至最大值后中性层偏移量随着弯曲曲率比的增大不再变化, 这个最大值随着覆层所占的比例增大而增大. 由后续分析可知, 当截面 P_1 发生塑性变形, P_2 和 P_3 发生弹塑性变形时中性层偏移达到最大值.

2.2 不锈钢复合板弯曲过程的弯矩和回弹过程解析

根据截面弹塑性状态的不同, 可将不锈钢复合板弯曲过程的弯矩比表述为曲率比的分段函数. 以 $\lambda_\sigma = 0.9$ 和 $\lambda = 1/3$ 的不锈钢复合板为例, 不同弯曲曲率比对应的截面弹塑性状态、中性层偏移量 e 和 $M-C$ 关系如表 1 所示.

此时, 弯矩比 \bar{M} 与屈服强度比 λ_σ 的关系如图 5 所示. $\lambda_\sigma = 1$ 的曲线表示同厚度由基层材料组成的碳钢板弯矩比. 在 C 为 1 时, $\lambda_\sigma > 1$ 的不锈钢复合板与碳钢板的弯矩比的值相同, 在图中存在重合点, 重合点弯矩比 \bar{M} 值为 1. 这是因为对于 $\lambda_\sigma > 1$ 的不锈钢复合板, 在 C 为 1 时截面处于弹性变形状态, 由于覆层和基层的弹性模量基本相同, 弯矩比也相同; 而对于 $\lambda_\sigma < 1$ 的复合板, 由于覆层已经发生塑性变形, 弯矩比会小于碳钢板弯矩比的值, 在图中表现为在 C 为 1 时的弯矩比在重合点下方. $\lambda_\sigma > 1$ 的不锈钢复合板弯曲过程的弯矩比大于同厚度碳钢板的弯矩比, $\lambda_\sigma < 1$ 的不锈钢复合板弯曲过程的弯矩比小于同厚度碳钢板的弯矩比. 弯矩比差值随着弯曲曲率比 C 的增大而增大, 且当不锈钢复合板截面 P_1 塑性变形, P_2 、 P_3 弹塑性变形时, 弯矩比的差值达到固定的最大值.

当不发生反向屈服时, 不锈钢复合板回弹过程类

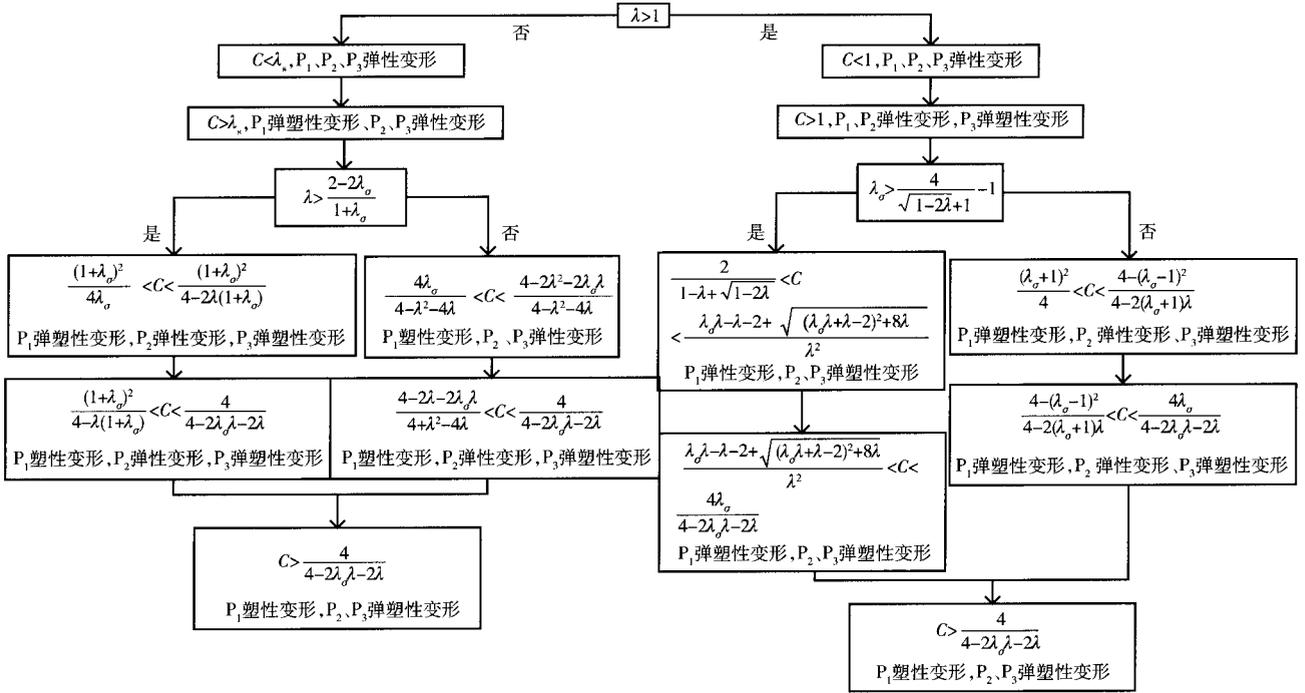


图2 不锈钢复合板截面随弯曲曲率变化过程

Fig. 2 Section variation process of stainless steel clad plates with curvature

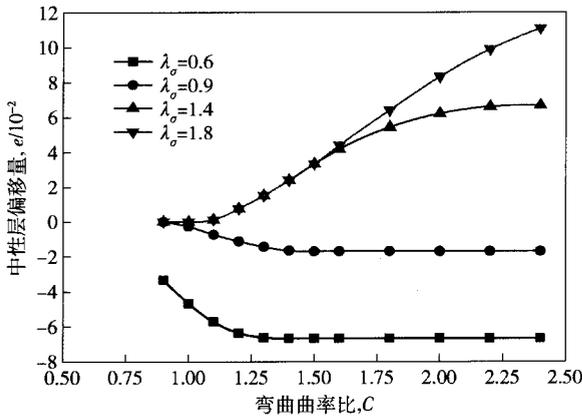


图3 不同屈服强度比下中性层偏移量($\lambda=1/3$)

Fig. 3 Values of neutral layer offset at different yield limit ratios ($\lambda=1/3$)

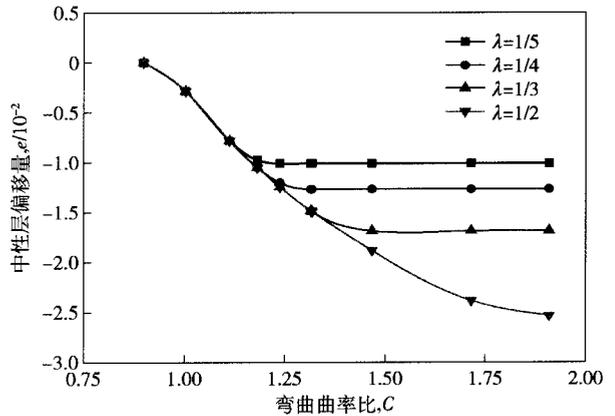


图4 不同覆层厚度下中性层偏移量($\lambda_0=0.9$)

Fig. 4 Values of neutral layer offset at different cladding proportions ($\lambda_0=0.9$)

似于单一材料板材,可看作是加载弯矩 M 反向等值的弯矩 $-M$ 所引起的弹性效应。结合表 1 中弹性加载时的 M_1 , 弹复曲率比 C_r 满足

$$C_r = \frac{-M}{M_1} = -\bar{M} \quad (10)$$

式中, M_1 为厚度为 H 的单位宽度基层材料板材的弹性极限弯矩。

当弯曲曲率比为 C 时,回弹后的残留曲率比 C_c 为

$$C_c = C + C_r \quad (11)$$

将式(10)中 C_r 代入式(11),可得

$$C_c = C - \bar{M} \quad (12)$$

由于不锈钢复合板弹性加载过程没有中性层偏移,回弹过程同样不出现中性层偏移。回弹后残余应力 σ_c 为

$$\sigma_c = \begin{cases} (\lambda_\sigma + C_r z) \sigma_{s2}, & 1 - \lambda < z \leq 1; \\ (1 + C_r z) \sigma_{s2}, & \frac{1}{C} + e < z \leq 1 - \lambda; \\ (Cz - Ce + C_r z) \sigma_{s2}, & -\frac{1}{C} + e < z \leq \frac{1}{C} + e; \\ (-1 + C_r z) \sigma_{s2}, & -1 \leq z < -\frac{1}{C} + e. \end{cases} \quad (13)$$

表 1 截面状态、中性层偏移量、弯矩比与曲率比的关系

Table 1 Variation of stainless steel clad plate section, neutral layer offset and moment ration with curvature

弯曲曲率比	截面弹塑性状态	中性层偏移量 e	$M-C$ 关系
$C < 0.9$	P_1 、 P_2 和 P_3 弹性变形	$e_1 = 0$	$\bar{M}_1 = C$
$0.9 < C < 1.003$	P_1 弹塑性变形, P_2 和 P_3 弹性变形	$e_2 = \sqrt{4 \frac{\lambda_\sigma}{C} - \frac{\lambda_\sigma}{C}} - 1$	$\bar{M}_2 = \frac{C}{2} + \frac{3}{4} \lambda_\sigma - \frac{\lambda_\sigma^3}{4C^2} + \frac{3\lambda_\sigma e_2}{2C} - \frac{3}{4} \lambda_\sigma e_2^2 - \frac{9}{4} \frac{\lambda_\sigma^2}{C} e_2 + \frac{3}{4} C e_2 - \frac{1}{4} C e_2^3$
$1.003 < C < 1.318$	P_1 弹塑性变形, P_2 弹性变形, P_3 弹塑性变形	$e_3 = 1 - \frac{\lambda_\sigma^2 + 4C - 1}{2\lambda_\sigma C + 2C}$	$\bar{M}_3 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \lambda_\sigma - \frac{3\lambda_\sigma^3}{4C^2} - \frac{3\lambda_\sigma^2 e_3}{4C} - \frac{3}{4} \lambda_\sigma e_3^2 - \frac{1}{4C^2} - \frac{3}{4} e_3^2 + \frac{3e_3}{4C}$
$1.318 < C < 1.463$	P_1 塑性变形, P_2 弹性变形, P_3 弹塑性变形	$e_4 = 1 - \lambda + \frac{1}{C} - \sqrt{\frac{4}{C} - 2 \frac{(\lambda_\sigma + 1)\lambda}{C}}$	$\bar{M}_4 = \left(\frac{3}{2} C - \frac{3}{4} \lambda_\sigma - \frac{3}{4} C e_4 \right) \lambda^2 + \frac{3}{4} - \frac{1}{4C^2} + \left(\frac{3}{2} \lambda_\sigma - \frac{3}{2} C + \frac{3}{2} C e_4 \right) \lambda - \frac{1}{2} C \lambda^3 + \frac{1}{4} C e_4^3 + \frac{3}{4} \frac{e_4}{C} - \frac{3}{4} e_4^2 + \frac{1}{2} C - \frac{3}{4} C e_4$
$1.463 < C$	P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形	$e_5 = \frac{\lambda}{2} (\lambda_\sigma - 1)$	$\bar{M}_5 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} e_5^2 - \frac{1}{2C^2} - \frac{3}{2} \lambda + \frac{3}{4} \lambda^2 + \frac{3}{2} \lambda_\sigma \lambda - \frac{3}{4} \lambda_\sigma \lambda^2$

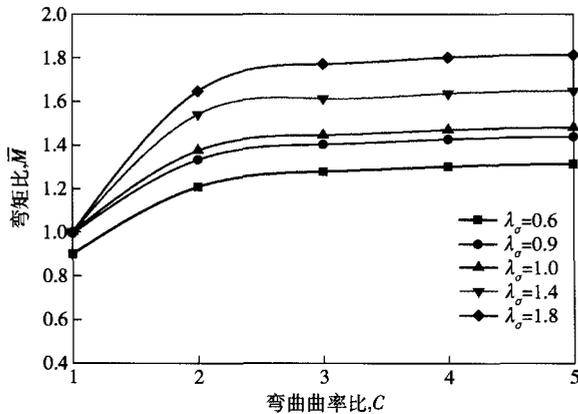


图 5 弯矩比 \bar{M} 随屈服强度比 λ_σ 的变化 ($\lambda = 1/3$)

Fig. 5 Variation of moment ration \bar{M} with yield limit ratio λ_σ ($\lambda = 1/3$)

2.3 不锈钢复合板回弹过程的反向屈服

单一材料碳钢板回弹后的残余应力绝对值小于屈服极限, 不会造成反向屈服, 回弹过程可以按照纯弹性效应考虑. 而不锈钢复合板由于不再具有单一材料碳钢板的矩形对称弯曲性, 回弹过程截面可能发生反向屈服, 造成覆层不锈钢或基层碳钢进入长期塑性状态, 所以需要对此一现象进行分析.

2.3.1 覆层反向屈服分析

由式(13)易知覆层靠近截面外侧的残余应力更大. 不锈钢复合板覆层外表面处 ($z = 1$) 的残余应力 σ_{cl} 为

$$\sigma_{cl} = \sigma_{s1} + \sigma_{s2} C_f \tag{14}$$

将式(14)与覆层屈服极限 σ_{s1} 做比值, 得

$$\frac{\sigma_{cl}}{\sigma_{s1}} = 1 + \frac{C_f}{\lambda_\sigma} \tag{15}$$

以截面 P_1 塑性变形, P_2 、 P_3 弹塑性变形时的情况作考虑, 此时截面弯曲程度较大, 加载过程的 $M-C$ 关系如表 1 中 \bar{M}_5 所示. 若覆层回弹过程不发生反向屈服, 根据式(10), 此时的弹复曲率比 C_f 为

$$C_f = -\frac{3}{2} - \frac{3\lambda_\sigma \lambda}{2} - \frac{3\lambda^2}{4} + \frac{3\lambda}{2} + \frac{1}{2C^2} + \frac{3\lambda_\sigma \lambda^2}{4} + \frac{3e_5^2}{2} \tag{16}$$

截面覆层不发生反向屈服, 则式(15)应满足

$$1 + \frac{C_f}{\lambda_\sigma} \geq -1, \tag{17}$$

即是

$$C_f \geq -2\lambda_\sigma \tag{18}$$

将式(16)代入式(18), 化简可得到覆层回弹过程不发生反向屈服的条件为

$$\lambda_\sigma \geq \frac{6 + 3\lambda^2 - 6\lambda - \frac{2}{C^2} - 6e_5^2}{8 - 6\lambda + 3\lambda^2} \tag{19}$$

图 6 中曲面为覆层刚好发生反向屈服时的屈服强度比 λ_σ 与覆层厚度 λ 和弯曲曲率比 C 的关系. 曲面以下部分覆层会发生反向屈服, 以上部分不发生反向屈服. 由图中可以看出, 覆层越厚、弯曲曲率比越大及屈服强度比越小, 覆层越容易发生反向屈服. 当 $\lambda_\sigma > 0.7$ 时, 不锈钢复合板覆层基本上不会发生反向屈服.

2.3.2 基层反向屈服分析

同样以截面 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形时的弯曲过程作考虑, 不锈钢复合板基层最外侧 ($z = -1$)

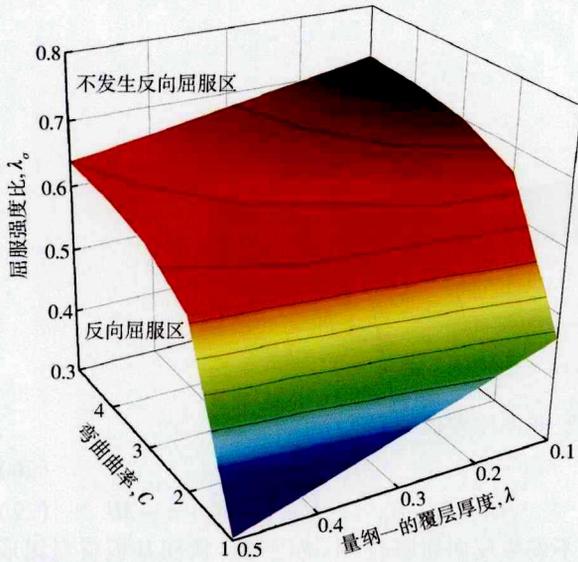


图6 覆层反向屈服时 λ_σ 与 C 和 λ 的关系

Fig. 6 Relations of λ_σ to C and λ during cladding layer reverse yielding

的残余应力 σ_{c2} 为

$$\sigma_{c2} = -\sigma_{s2} C_f - \sigma_{s2} \quad (20)$$

若回弹过程基层不发生反向屈服,需满足

$$-\sigma_{s2} C_f - \sigma_{s2} \leq \sigma_{s2} \quad (21)$$

化简可得弹复曲率 C_f 需满足

$$C_f \geq -2 \quad (22)$$

将(16)代入式(22)并化简得基层回弹过程不发生反向屈服的条件为

$$\lambda_\sigma \leq \frac{2 + \frac{2}{C^2} + 6\lambda - 3\lambda^2 + 6e_5^2}{6\lambda - 3\lambda^2} \quad (23)$$

图7中曲面为基层刚好发生反向屈服时的屈服强度比 λ_σ 与覆层厚度 λ 和弯曲曲率比 C 的关系。曲面以上部分基层会发生反向屈服,以下部分不发生反向屈服。由图中可以看出,覆层越厚、弯曲曲率比越大及屈服强度比越大,基层越容易发生反向屈服。当 $\lambda_\sigma < 2$ 时,不锈钢复合板基层基本上不会发生反向屈服。

对比不锈钢复合板基层和覆层发生反向屈服时的条件,屈服强度比 λ_σ 不存在重合区,即对于不锈钢复合板不会发生基层和覆层在回弹时同时发生反向屈服的情况。

当回弹发生反向屈服时,回弹应看作是 $-M$ 引起的板材弹塑性效应。以不锈钢复合板回弹过程覆层发生反向屈服为例,此时的弹复曲率比 C_f 根据表1中截面 P_1 弹塑性变形, P_2 和 P_3 弹性变形时的 \bar{M}_2 求得。截面的残余应力为回弹应力与加载应力线性叠加。由于回弹过程覆层发生塑性变形,回弹应力应看作是弹复曲率比 C_f 在覆层屈服极限为 $2\sigma_{s1}$, 基层屈服极限为 σ_{s2} 的复合板截面上产生的应力计算。

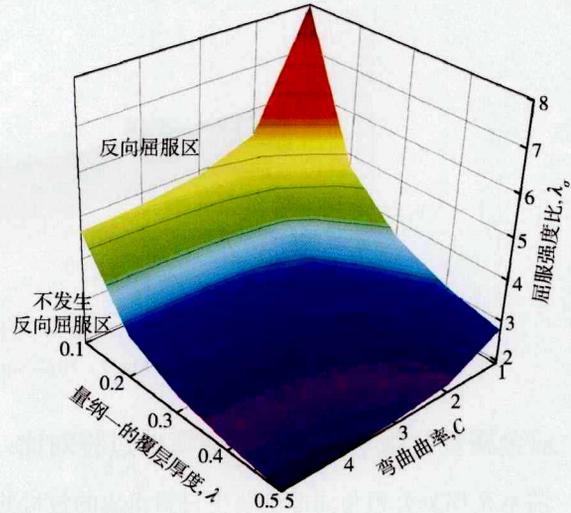


图7 基层反向屈服时 λ_σ 与 C 和 λ 的关系

Fig. 7 Relations of λ_σ to C and λ during basic layer reverse yielding

2.4 不锈钢复合板弯曲回弹过程解析模型的有限元验证

采用有限元仿真软件 ABAQUS 建模对前述推导的解析模型进行验证。有限元模型如图8所示,模拟四点弯曲实验。由于模型为对称模型,采用1/2模型建模。板长200 mm,厚度与宽度均为20 mm,其中覆层厚度为5 mm,基层屈服极限为345 MPa,屈服强度比为0.9,弹性模量均为206 GPa。由于不考虑结合界面的影响,复合板模型采用整体建模,对基层与覆层赋予不同的材料属性,采用实体单元 C3D8R 划分网格。两辊间距为70 mm,下辊固定,对上辊施加垂直向下5 mm的位移载荷。1/2模型对称后的板材 Mises 应力分布云图如图9所示。压下后,提取辊的支反力为9311.54 N,计算得到复合板中部受到的量纲一的弯矩为1.42。提取仿真模型复合板的中性层偏移量与曲率比并与理论解析模型求解得到的结果相对比,如表2所示。由表中可以看出,理论解析结果与有限元仿真结果接近。通过仿真验证,可认为理论解析模型是正确的。



图8 有限元仿真模型

Fig. 8 Finite element simulation model

表2 有限元仿真与理论解析结果对比

Table 2 Comparison of finite element simulation and analytical results

参数	有限元仿真	理论解析	相对误差/%
中性层偏移量, e	0.026	0.025	4.21
曲率比, C	4.83	4.68	3.11



图 9 板材 Mises 应力云图

Fig. 9 Mises stress nephogram of the plate

3 双金属复合板与单一材料板弯曲过程对比

将双金属复合板与同厚度基板材料组成的板材的弯曲过程进行对比,说明两者弯曲过程的差异. 仍以前述不锈钢复合板为例.

不同屈服强度比 λ_σ 对应的沿厚度截面的应力如图 10 所示,其中屈服强度比为 1 的曲线代表同厚度基板材料组成的碳钢板,将截面应力与基层屈服极限作比值转化为量纲一的参数. 从图 10 可以看出,当 $\lambda_\sigma < 1$ 时,残余应力向覆层方向偏移,覆层会有较大的残余应力;当 $\lambda_\sigma > 1$ 时,残余应力向基层方向偏移,基层下部会有较大的残余应力. 与单一材料板弯曲过程相比,不锈钢复合板回弹后的残余应力的分布更加不均匀.

弯曲曲率比为 C 时,基板材料组成的碳钢板在弹塑性变形时的弯矩比 \bar{M}_0 和弹复曲率比 C_{r0} 为^[13]

$$\bar{M}_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2C^2}, \quad (24)$$

$$C_{r0} = -\bar{M}_0. \quad (25)$$

此时,不锈钢复合板的弯矩比为 \bar{M} , 弹复曲率比为 C_r 如式(10)所示. 定义不锈钢复合板与基板材料组成的碳钢板在相同弯曲曲率比 C 下的弯矩比差值 \bar{M}' 和

弹复曲率比差值 C_r' , 则

$$\bar{M}' = \bar{M} - \bar{M}_0, \quad (26)$$

$$C_r' = C_r - C_{r0} = -\bar{M} - (-\bar{M}_0) = -\bar{M}'. \quad (27)$$

当不发生反向屈服时,不锈钢复合板和基板材料组成的碳钢板的残留曲率比差值 C_r' 满足

$$C_r' = C + C_r - (C + C_{r0}) = C_r' = -\bar{M}'. \quad (28)$$

即不锈钢复合板和基板材料组成的碳钢板在弯曲曲率比相同时,残留曲率比的差值与弯矩比的差值为相反数.

如前所述,随着弯曲曲率比的增大,不锈钢复合板与碳钢板的弯矩比差值呈增大趋势. 当复合板截面 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形时,弯矩比差值达到固定的最大值. 根据表 1 中的 \bar{M}_5 和式(24),弯矩比差值 \bar{M}' 最大值为

$$\bar{M}' = \frac{1}{8}(3\lambda^2 - 3\lambda^2\lambda_\sigma^2 + 12\lambda\lambda_\sigma - 12\lambda). \quad (29)$$

将弯矩比差值 \bar{M}' 和碳钢板弯矩比 \bar{M}_0 做比值,定义为弯矩相对差值 ζ :

$$\zeta = \frac{\bar{M}'}{\bar{M}_0}. \quad (30)$$

不同屈服强度比 λ_σ 和弯曲曲率比 C 对应的弯矩相对差值 ζ 如图 11 所示. 从图中可以看出,弯矩相对

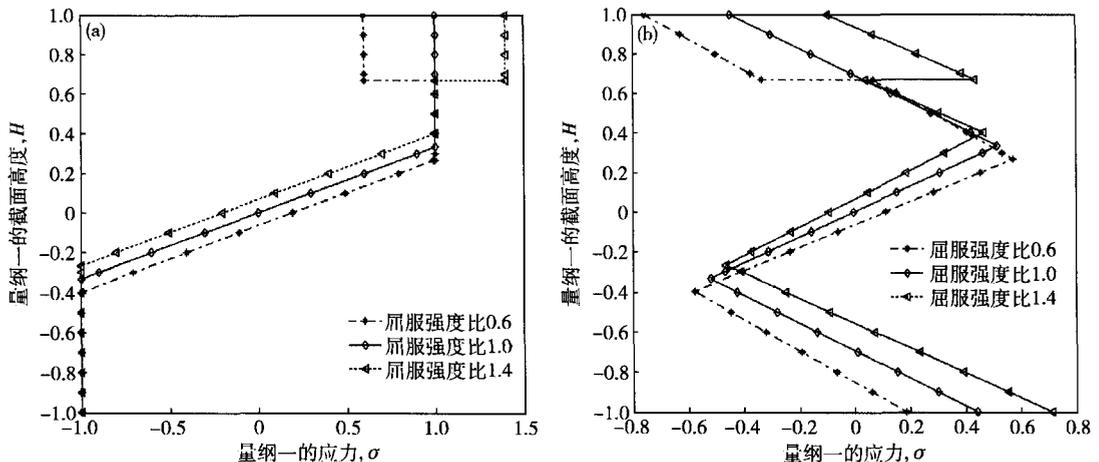


图 10 $C=3$ 时不同屈服强度比 λ_σ 对应的应力 ($\lambda=1/3$). (a) 加载应力; (b) 残余应力

Fig. 10 Stress at different yield limit ratios λ_σ when $C=3$ ($\lambda=1/3$): (a) loading stress; (b) residual stress

差值 ζ 随屈服强度比 λ_σ 的增大而增大, 弯矩相对差值 ζ 的绝对值随弯曲曲率比 C 的增大先增大后减小. 屈服强度比 λ_σ 一定时, 当弯曲曲率比 C 使得不锈钢复合板截面刚达到 P_1 塑性变形, P_2 和 P_3 弹塑性变形时对应的弯矩相对差值的绝对值达到最大值. 弯曲曲率比 C 进一步增大, 弯矩相对差值的绝对值减小, 但是减小量较小. 由表 3 和表 4 可以看出, 在弯曲曲率比较小时弯矩相对差值 ζ 不受覆层厚度 λ 变化的影响, 在弯曲曲率比较大时弯矩相对差值 ζ 的绝对值随着覆层厚度 λ 的增大而增大. 当覆层相对厚度小于 $1/2$, 覆层与基层屈服强度相差 10% 以内时, 弯矩相对差值的绝对值小于 5%. 也即是说不锈钢复合板相较于同厚度基板材料组成的碳钢板, 虽然在截面弹塑性状态、 $M-C$ 关系和残余应力分布上存在较大的差别, 但其弯曲过程的弯矩与回弹后的残留曲率差值有限.

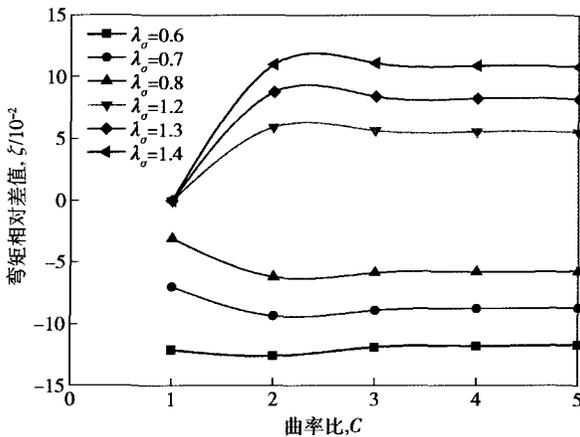


图 11 弯矩相对差值 ζ 随 λ_σ 和 C 的变化 ($\lambda = 1/3$)

Fig. 11 Variation of relative moment difference ζ with yield limit ratio λ_σ and C ($\lambda = 1/3$)

表 3 λ_σ 为 0.9 时弯矩相对差值 ζ 随 λ 与 C 的变化

Table 3 Variation of relative moment difference ζ with λ and C when λ_σ is 0.9

C	$\lambda = 1/5$	$\lambda = 1/4$	$\lambda = 1/3$	$\lambda = 1/2$
1	-0.75	-0.75	-0.75	-0.75
2	-1.97	-2.40	-3.06	-4.15
3	-1.88	-2.29	-2.91	-3.95
4	-1.85	-2.25	-2.86	-3.89
5	-1.83	-2.23	-2.84	-3.86

4 结论

(1) 双金属复合板在弯曲矫直过程中截面会出现复杂的弹塑性状态演变过程和中性层偏移, 将双金属复合板截面划分为三部分, 通过四步可确定其截面弹塑性状态演变路径及其对应的弯曲曲率比临界参数, 弯曲过程的 $M-C$ 关系用五个分段函数表征.

表 4 λ_σ 为 1.1 时弯矩相对差值 ζ 随 λ 与 C 的变化

Table 4 Variation of relative moment difference ζ with λ and C when λ_σ is 1.1

C	$\lambda = 1/5$	$\lambda = 1/4$	$\lambda = 1/3$	$\lambda = 1/2$
1	0	0	0	0
2	1.95	2.37	3.01	3.77
3	1.86	2.26	2.86	3.83
4	1.83	2.22	2.81	3.77
5	1.82	2.20	2.79	3.74

(2) 不锈钢复合板弯曲过程截面的弹塑性状态演变路径共有四条. 当材料满足理想弹塑性材料模型, 且弹性模量比为 1 时, 应变中性层向力学性能较强的一侧偏移, 偏移量先随着弯曲曲率的增大而增大, 增至最大值后不再变化.

(3) 双金属复合板在弯曲曲率、屈服强度比和覆层厚度满足一定的关系时, 回弹过程会造成截面部分进入屈服状态. 对于不锈钢复合板, 当覆层与基层屈服强度比大于 0.7 且小于 2 时, 复合板回弹过程基本不会发生反向屈服.

(4) 不锈钢复合板相较于同厚度基板材料的碳钢板, 回弹后的残余应力分布更加不均匀, 当屈服强度比大于 1 时残余应力向基层方向偏移, 小于 1 时残余应力向覆层方向偏移. 虽然在截面弹塑性状态、 $M-C$ 关系和残余应力分布上存在较大的差别, 但两种板材的矫直弯矩差值有限. 当覆层相对厚度小于 $1/2$, 覆层与基层强度相差 10% 以内时, 弯矩相对差值小于 5%. 残留曲率比的差值与弯矩比的差值呈相反数.

参 考 文 献

- [1] Liu H, Zheng X R. The manufacturing technique of clad metals sheet. *Mater Rev*, 2012, 26(Suppl 1): 131 (刘环, 郑晓冉. 层状金属复合板制备技术. 材料导报, 2012, 26(增刊 1): 131)
- [2] Tian Y Q, Qin J P, Li X H. Current state and trend of metal clad sheet manufacture technology. *Dev Appl Mater*, 2006, 21(1): 40 (田雅琴, 秦建平, 李小红. 金属复合板的工艺研究现状与发展. 材料开发与应用, 2006, 21(1): 40)
- [3] Yilamu K, Hino R, Hamasaki H, et al. Air bending and spring-back of stainless steel clad aluminum sheet. *J Mater Process Technol*, 2010, 210(2): 272
- [4] Hino R, Goto Y, Yoshida F, et al. Springback of sheet metal laminates in draw-bending. *J Mater Process Technol*, 2003, 139(1): 341
- [5] Choi S H, Kim K H, Oh K H, et al. Tensile deformation behavior of stainless steel clad aluminum bilayer sheet. *Mater Sci Eng A*, 1997, 222(2): 158
- [6] Wang X G, Li Y Y, Wang H L, et al. Numerical modeling for roller leveling process of bimetal-plate. *J Mater Res*, 2014, 28(4): 308

- (王效岗, 李乐毅, 王海澜, 等. 双金属复合板材辊式矫直的数值模型. 材料研究学报, 2014, 28(4): 308)
- [7] Doege E, Menz R, Huimink S. Analysis of the levelling process based upon an analytic forming model. *CIRP Ann Manuf Technol*, 2002, 51(1): 191
- [8] Higo T, Matsumoto H, Ogawa S. Effects of numerical expression of stress-strain curve on curvature of material of roller leveling process. *J Jpn Soc Technol Plast*, 2002, 43(5): 79
- [9] Fischer F D, Rammerstorfer F G, Friedl N, et al. Buckling phenomena related to rolling and levelling of sheet metal. *Int J Mech Sci*, 2000, 42(10): 1887
- [10] Cui F. *Straightening and Straightening Machine*. 2nd Ed. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2002
(崔甫. 矫直原理与矫直机械. 2 版. 北京: 冶金工业出版社, 2002)
- [11] Liu Z F, Wang Y Q, Yan X C. A new model for the plate leveling process based on curvature integration method. *Int J Mech Sci*, 2012, 54(1): 213
- [12] Xue J A. *Theoretical Analysis for Plate Leveling Process* [Dissertation]. Shenyang: Northeastern University, 2008
(薛军安. 中厚板矫直过程的理论分析及其控制系统[学位论文]. 沈阳: 东北大学, 2008)
- [13] Guan B, Zang Y, Pang X N, et al. Stress distribution and reverse bending behavior of section during roller leveling process. *J Cent South Univ Sci Technol*, 2012, 43(5): 1740
(管奔, 臧勇, 逢晓男, 等. 矫直过程截面复杂反弯的应力分布与反弯特性解析. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(5): 1740)
- [14] Guan B, Zang Y, Qu W Z, et al. Stress evolution and its influence on bending behavior during roller leveling process. *J Mech Eng*, 2012, 48(2): 81
(管奔, 臧勇, 曲为壮, 等. 辊式矫直过程应力演变及其对反弯特性的影响. 机械工程学报, 2012, 48(2): 81)
- [15] Zhou C L, Wang G D, Liu X H, et al. Bending model developed for levelling rollers. *J Northeast Univ Nat Sci*, 2005, 26(5): 460
(周存龙, 王国栋, 刘相华, 等. 辊式矫直机矫直辊的弯辊模型. 东北大学学报(自然科学版), 2005, 26(5): 460)