

基于混合整数规划法的自然崩落法放矿计划优化

任助理^{1,2)}, 毕林^{1,2)}✉, 王李管^{1,2)}, 陈鑫^{1,2)}

1) 中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083 2) 中南大学数字矿山研究中心, 长沙 410083

✉ 通信作者, E-mail: mr.bilin@163.com

摘要 放矿计划是自然崩落法矿山生产过程中最重要的环节. 针对传统手工编制放矿计划随意性大及出矿品位不均衡, 在对其进行科学系统的分析基础上, 本文运用混合整数规划法解决自然崩落法放矿计划优化问题. 以计划期内与目标品位偏差最小为目标函数, 综合考虑矿量、品位、放矿速率、崩落指数、排产指数等约束条件, 构建放矿计划优化的混合整数规划模型, 并在 MATLAB 环境下用 YALMIP 编写模型语言调用 CPLEX 求解器进行求解, 使品位波动降低 18%, 进而得到最优短期放矿计划方案. 经实例验证, 此方法科学可行, 对充分发挥自然崩落法的优越性和提高矿产资源的回收率具有重要的理论和现实意义.

关键词 自然崩落采矿法; 混合整数规划; 放矿; 计划; 优化

分类号 TD853

Optimization of drawing scheduling based on mixed integer programming in block cave mining

REN Zhu-li^{1,2)}, BI Lin^{1,2)}✉, WANG Li-guan^{1,2)}, CHEN Xin^{1,2)}

1) School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

2) Center of Digital Mine Research, Central South University, Changsha 410083, China

✉ Corresponding author, E-mail: mr.bilin@163.com

ABSTRACT Drawing scheduling is the most important process in block cave mining. The traditional analysis process of drawing scheduling is random and inefficient without system scientific analysis. A mixed integer programming method was proposed in this paper to solve the optimization problem of drawing scheduling. Taking the ore reserve quantity, ore grade, drawing index and production scheduling index as the constraints and the grade fluctuation as the objective function, a drawing scheduling optimization model was built based on the mixed integer programming method. It was solved with the CPLEX solver invoked by model language that was programmed with YALMIP in MATLAB for a certain copper mine. Finally, the optimal arrangement scheme of drawing scheduling was obtained. It is proved that this model is scientific and feasible, the grade fluctuation reduces by 18%, and compared with the traditional, this drawing scheduling saves costs by meeting the desired production quantity more closely and reducing the employee time spent on preparing schedules.

KEY WORDS block caving method; mixed integer programming; drawing; scheduling; optimization

自然崩落法^[1]是一种依靠矿岩自身应力, 在拉底工程的诱导下, 通过矿岩自重作用使矿体发生崩落并进而放出的大规模、高效率的采矿方法. 开采过程中的放矿管理是最重要的工艺环节之一, 国内外学者对

其进行过大量研究, 40 年代原苏联马拉霍夫^[2]以实验室实验为基础, 首先提出放出体为近似旋转椭球体的观点及计算方法. 加拿大 Jolley^[3]提出电算模拟放矿的数学模型, 称之为 Jolley 模型, 根据建立的数学模

型,在计算机上进行放矿模拟实验. 阿尔伯塔大学的 Pourrahimian 等^[4-8]和 Diering 等^[9-10]运用数学规划的方法研究放矿顺序,建立了数学规划模型,使崩落法矿山在生命周期内净现值达到最大. 基于劳伯斯特放矿理论开发的放矿模拟和管理系统^[11-13]应用于矿山可行性研究和日常生产中,保障了矿山安全生产. 东北大学任凤玉和刘兴国^[14-15]在研究端部放矿放出体形态和放矿后的矿石残留体及放矿时崩落矿岩界面的移动过程之后,也认为可以把放出体近似看成椭球,并建立了放出体方程、矿岩颗粒移动迹线方程和移动方程. 中南大学王新华和潘长良^[16]探讨自然崩落法放矿控制的排产优化问题,给出正向优化和逆向优化的数学模型,为实现均匀放矿提供一种理想的理论方法. 大量的研究成果为自然崩落法的推广应用及放矿管理提供了重要的理论依据. 然而通过目前的生产实践发现,放矿控制研究却难以满足实际生产的需求,特别是如何安排放矿区域内各放矿椭球体的出矿量,以保证矿石品位波动最小并且快速、有效、经济和低贫化地满足矿山生产的需要. 针对此种情况,运用运筹学中的混合整数规划法^[17]解决自然崩落法放矿计划问题,合理安排放矿区域内各漏斗的出矿量,使其不仅满足产量和矿岩接触面均匀的要求,而且使其品位波动最小满足选厂对矿石品位的要求,相对于目前的放矿计划编排,在实际生产实践中有着更大适用空间和应用价值.

1 自然崩落法放矿计划优化模型设计

1.1 放矿计划优化理论

基于地质模型数据,通过自定义放出体形态、金属价值、金属回收率、采选成本等参数利用 DIMINE 公司开发的放矿优化与管理系统的统计放出体的分层品位信息、放矿点的最佳放矿高度、担负矿量等,根据崩落指数及出矿量要求,最终通过优化排产指数来安排每个出矿点的出矿量.

首先以指定的分层高度对每个放矿点的放出体划分分层,以地质模型数据为基础计算各个分层的平均品位,也用于估算出矿品位. 当定义放出体形态为圆柱体时,则每一分层也是一个圆柱体,底面以放矿点为中心,直径为放出体底面直径,高为分层高,根据 X 、 Y 和 Z 坐标找出地质模型中在空间上与该分层相交的块,求出相交部分的体积和品位,经过体积加权平均后计算得出该分层品位.

其次根据地质块段模型,通过三维空间上的加权平均,计算放矿至各个高度时的担负矿量和分层平均品位,并计算出采出这部分矿石所得的利润,当利润达到最大时的放矿高度即为最佳放矿高度. 计算公式如下:

$$V = \sum_{e \in E} G_e R_e P_e \quad (1)$$

$$Q = V - C_e \quad (2)$$

式中, V 为单位矿石量的总价值, Q 为单位矿石量的利润, e 为代表某一种金属, E 为金属种类集合, C_e 为单位矿石量的采选成本, G_e 为金属品位, R_e 为金属回收率, P_e 为金属价值.

最后按照出矿量计划,计算计划出矿点出矿量和出矿品位. 根据拉底情况确定各放矿点的崩落指数,得到每个放矿点存窿矿量,其中崩落指数为崩落矿石量占担负矿量的百分比. 而在进行出矿量分配时,要确定其排产指数^[18],排产指数是漏斗排产的重要参数之一,它反映了漏斗的放矿强度,其表示为可放出矿量占存窿矿量的百分比,具体值根据国外矿山的成功经验取得,其取值范围为 $1/8 \sim 1/6$,最终通过混合整数规划法来确定最终每个放矿点的排产指数,进而得出每个放矿点出矿量,使其满足矿山矿量,矿岩接触面平稳下降以及选厂品位要求. 具体放矿点每日出矿计划的计算公式及流程(图 1)为:

$$\text{存窿矿量} = \text{担负矿量} \times \text{崩落指数} - \text{已放矿量},$$

$$\text{计划矿量} = \text{存窿矿量} \times \text{排产指数}.$$

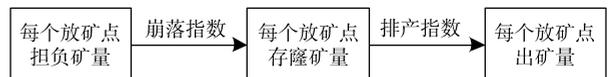


图 1 每个放矿点出矿计划计算流程

Fig. 1 Drawing scheduling flow chart for calculation in each draw-point

1.2 系统建模

1.2.1 混合整数规划模型构建

假设自然崩落法矿山正在进行生产放矿的放矿点有 D 个,每个放矿点根据月排产指数 $1/8 \sim 1/6$ 变化范围得到每个时期 t 放矿点 d 可放矿量有 p 种,则矿山放矿计划出矿量的决策变量为: $X_{d,p,t}$ 等于 1 表示在 t 时期放矿点 d 的出矿量为第 p 种;其他为 0.

矿山在计划期内对矿石的品位有固定要求为 $G_{e,t}$,此次模型构建选择在矿石量达到需求的前提下要使品位的波动偏差最小,则其目标函数的数学表达式为

$$\text{Minimize } \sum_{e \in E} (G_{e,t}^+ + G_{e,t}^-), \forall t \in T \quad (3)$$

式中, $e \in \{1, 2, \dots, E\}$, 为每个放在矿椭球体的矿体元素, E 为金属种类集合, T 为时间的集合, $G_{e,t}^+ \geq 0$ 即在 t 时期金属元素 e 大于需求品位 $G_{e,t}$ 的偏差值, $G_{e,t}^- \geq 0$ 即在 t 时期金属元素 e 小于需求品位 $G_{e,t}$ 的偏差值.

根据自然崩落法放矿管理的原则,保持矿岩接触面水平下降,使倾斜的矿岩接触面在 45° 左右,见图 2. 因为矿岩接触面太陡容易增加贫化,太缓势必扩大放矿区面积,放矿控制尽可能保持这一角度的矿岩接触

面均匀平整,尤其在矿量接近采完时更应如此.为此,在矿块回采中要保证每个放矿点都要出矿,以免在废石中裹有残留矿石,使得在接近采完时进行分点回采,从而增大矿石贫化,并给生产区带来大的地压.保证这一原则的数学表达式为:

$$\sum_p X_{d,p,t} = 1, \forall d \in \{1, 2, \dots, D\}, t \in T. \quad (4)$$

式中, $d \in \{1, 2, \dots, D\}$ 为放矿点, D 为放矿点的集合, p 为表示每个放矿点可放矿量的种类.

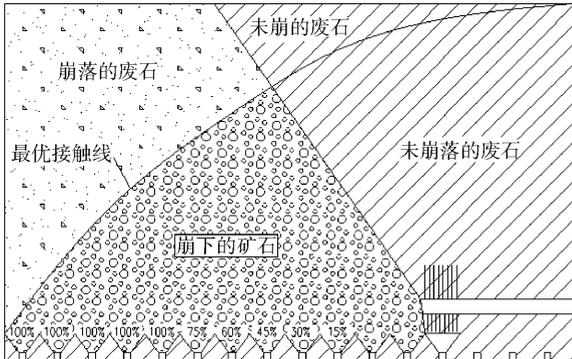


图2 自然崩落法理想的放矿控制

Fig. 2 Ideal ore control in block cave mining

矿山进行生产的目标之一就是要达到所需矿石量的要求,才能为矿山创造效益,因此在计划期内矿石量的约束条件为

$$\sum_{d=1}^D \sum_p (X_{d,p,t} \text{Ton}_{d,p}) = M_t, \forall t \in T. \quad (5)$$

式中, $\text{Ton}_{d,p}$ 为 d 放矿点 p 种可放矿石量的集合, M_t 为 t 时期矿山对矿石的需求量集合.

排产的品位是影响金属矿山经济效益的重要指标,根据放矿优化与管理系计算出的每个放矿点每个分层来合理安排每个放矿点的出矿量使其品位也满足矿山的经济要求,具体品位的约束条件为:

$$\frac{\sum_{d=1}^D (X_{d,p,t} \text{Ton}_{d,p} G_{d,e})}{M_t} - G_{e,t}^+ = G_{e,t}, \quad \forall e \in \{1, 2, \dots, E\}, t \in T. \quad (6)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D (X_{d,p,t} \text{Ton}_{d,p} G_{d,e})}{M_t} + G_{e,t}^- = G_{e,t}, \quad \forall e \in \{1, 2, \dots, E\}, t \in T. \quad (7)$$

式中 $G_{d,e}$ 为放矿圆锥 d 的 e 元素分层品位集合.

在进行放矿计划编排时,确定每个放矿点的矿量必须考虑放矿速度对顶板形状的影响,避免崩落顶板和崩落矿堆之间的距离太大,造成顶板的突然冒落产生空气冲击波,以保证矿山持续安全的进行生产,则对放矿速度的约束为:

$$\underline{\text{DR}}_{d,t} \leq \sum_p (X_{d,p,t} \text{Ton}_{d,p}), \forall d \in \{1, 2, \dots, D\}, t \in T; \quad (8)$$

$$\sum_p (X_{d,p,t} \text{Ton}_{d,p}) \leq \overline{\text{DR}}_{d,t}, \forall d \in \{1, 2, \dots, D\}, t \in T. \quad (9)$$

式中, $\underline{\text{DR}}_{d,t}$ 为在 t 时期内 d 放矿点的最小放矿速率, $\overline{\text{DR}}_{d,t}$ 为在 t 时期内 d 放矿点的最大放矿速率.

1.2.2 混合整数规划模型求解

一般来说,对于求解混合整数规划模型要比求解线性规划模型困难的多.根据最优解必须与可行域的一个“顶点”相对应的事实,非常容易求解一个线性规划问题.然而对于混合整数规划模型的解未必对应可行域中的一个顶点.我们常用的混合整数规划模型的求解方法是“分支定界”的方法,现在也有很多求解规划模型的软件包,如最新的计算机软件 MATLAB + CPLEX、LINDO 和 LINGO. 本文采用的是在 MATLAB 环境下用 YALMIP 编写模型语言,之后调用 CPLEX 求解器进行模型的求解,它具有求解混合整数规划模型的功能,并且求解速度也较快.算法实现的流程如图3.

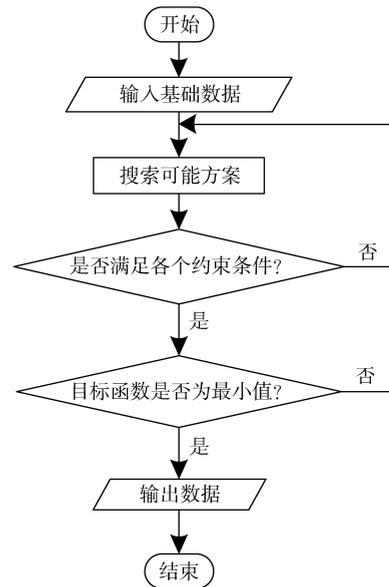


图3 模型的算法实现流程

Fig. 3 Model arithmetic flow

2 应用实例

2.1 矿山概况

云南某矿山采用自然崩落法开采,拉底开刀部位位于富矿区域,根据拉底面积、拉底速度和崩落速度,安排自然崩落法出矿计划第4年达到矿石每年1250万t的生产规模,见图4和图5.出矿计划第1年350万t,第2年650万t,第3年950万t,第4年达产.为更好保证崩落效果,拉底高度最高处为15m,基建期副产矿石量约100万t,生产期副产矿石量每年50万t.由此可以得出,生产期矿石量第1年500万t,第2年700万t,第3年1000万t,第4年1250万t.生产前两

年基本上可以满足选矿一个系列才生产,第 3 年后可以满足选矿两个系列生产.

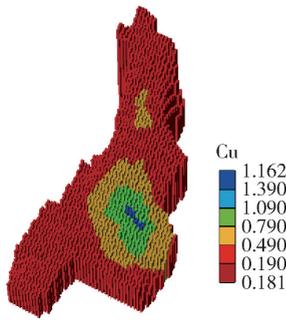


图 4 矿山 Cu 品位分布图
Fig.4 Cu grade distribution map

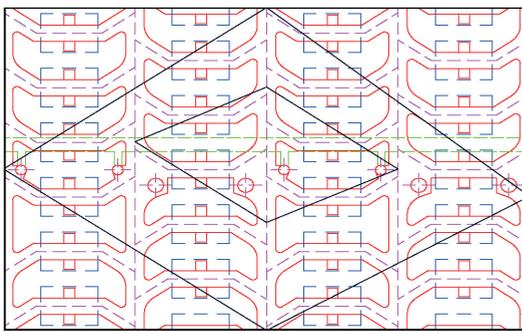


图 5 出矿及拉底水平布置图(局部)
Fig.5 Layout of the ore drawing and undercutting level

目前该矿山还在基建期,此次放矿计划优化选择达产前 71 个放矿点作为研究对象进行放矿,按照每天 10000 t 的产量需求进行排产,分两期(I 和 II)编排共 60 d 的日放矿计划.

2.2 基础数据准备

根据该矿的情况,选择 71 个放矿点作为优化分析对象,定义放矿点集合 $D = [1, 2, \dots, 71]$,每个放矿点最佳放矿高度下的担负矿量, $Sore = [121858, 121105, \dots, 115062]$,为了使放矿品位更加接近矿山的实际,利用 IOREDRAW 放矿优化与管理系统每 5 m 一个分层计算 Cu 品位及矿量,则其每个放矿点分层品位信息

$$\text{为 } G_{d,e} = \begin{bmatrix} 1.42\% & \dots & 0.69\% \\ \dots & \dots & \dots \\ 0.43\% & \dots & 0.24\% \end{bmatrix}, \text{ 其每一行表示 } 1 \sim 71$$

个放矿点每个分层的品位信息. 按该矿矿石体重 2.68

$$t \cdot m^{-3}, T_d = \begin{bmatrix} 3015 & \dots & 141705 \\ \dots & \dots & \dots \\ 3015 & \dots & 132660 \end{bmatrix}, \text{ 其每一行表示每个}$$

分层累积矿量,便于根据每个放矿点计划的矿量来定位其品位信息. 考虑矿山的生产实际情况,初期矿山矿石产量要求为 $10000 t \cdot d^{-1}$,由于该矿拉底开刀部位位于 1~4 号勘探线富矿区域,选择 Cu 的目标品位为放矿优化与管理系统排产的平均品位. 对于崩落指数

的选择,根据国外众多自然崩落法矿山和国内铜矿峪铜矿生产实践,按照距离拉底推进线和生产区域划分为阶梯,每个阶梯按照同样的崩落指数,崩落指数从拉底推进线后第三排开始计算,每个阶梯按 10% 递增. 实际操作中,从每个放矿点实际放出的矿量保持在最大允许量 50% 左右,以便当崩落受阻时,仍可以有合适的矿量维持几个月的生产. 此次选择的 71 个放矿点的崩落指数 $Drate = [10\%, 20\%, \dots, 10\%]$. 放矿速率是表示单个放矿点放矿周期内的下降速度,用于限制放矿点最大的放矿量. 根据该矿初步设计中平均放矿速度推荐 $0.2 m \cdot d^{-1}$,考虑初始崩落阶段大块率偏高,因此前期放矿速度按照 $0.12 m \cdot d^{-1}$ 计算,逐渐过渡到 $0.2 m \cdot d^{-1}$,放矿临近结束时,减少放矿速度,以便控制矿岩交界面的平整,防止放矿速度过快,废石提前混入,造成过早贫化. 根据存窿矿量及排产指数算出每个放矿点出矿量矩阵 $Ton_{d,p}$,具体算法为计算出每个放矿点该时期能出矿的范围,设定步进值精度,即可得到每个放矿点的出矿量矩阵,如第一个放矿点存窿矿量 10800 t,日排产指数为 $(1/8 \sim 1/6)/30$,则能排产的矿量范围为 45 ~ 60 t,步进值精度取 5 t, $Ton_{1,p} = [50 \ 55 \ 60]$,具体计算结果见表 1.

2.3 放矿优化模型求解

针对该矿山实际数据,利用 YALMIP 语言编写放矿计划优化的混合整数规划模型,在 MATLAB 中调用 CPLEX 采用分支定界算法进行快速求解. 程序运行环境为 MATLAB2014a, CPLEX Optimization Studio(64 bit) 12.5.1, Windows7 操作系统,4 GB 内存. 为了使运行结果更加清晰,对模型分别运行两次,一次 1 ~ 30 d 的排产结果,记作第 I 期,另一次 31 ~ 60 d 的排产结果,记作第 II 期.

运行第 I 期,首先得到每个放矿点出矿量种数 $Ton_{d,p}$,之后根据放矿优化的混合整数规划模型得到决策变量 $X_{d,p,t}$ 的结果,见表 2. 最后根据 $Ton_{d,p}$ 和 $X_{d,p,t}$ 可以得到放矿优化的计划出矿量,见表 3. 以同样的方法得到第 II 期的计划出矿量,见表 4.

2.4 结果分析

目前自然崩落法矿山采用均匀放矿的排产方式,根据矿山目标产量的需求及权重平均分配到每个放矿点,虽然达到矿石产量的要求,由于矿石品位变化不均,会造成排出矿石品位偏差较大,影响到选厂的生产需求,进而影响到矿山的经济效益. 而运用混合整数规划法来优化放矿计划,能很好的解决满足出矿量要求下品位变化不均衡的问题.

为了使矿石与废石之间的接触面均匀下降,就必须严格计划每一个放矿点放出的矿量. 首先从第 I 期和第 II 期任意选择 4 d 分析优化出矿量和均匀出矿量的波动情况.

表 1 每个放矿点出矿量集合 $Ton_{d,p}$
 Table 1 Set of extracted ore tonnage $Ton_{d,p}$

放矿点	P								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	50	55	60	—	—	—	—	—	—
2	100	105	110	115	120	—	—	—	—
3	105	110	115	120	125	—	—	—	—
4	155	160	165	170	175	180	185	—	—
5	160	165	170	175	180	185	190	—	—
6	210	215	220	225	230	235	240	245	250
...
66	105	110	115	120	125	—	—	—	—
67	110	115	120	125	130	—	—	—	—
68	110	115	120	125	130	—	—	—	—
69	55	60	65	—	—	—	—	—	—
70	55	60	65	—	—	—	—	—	—
71	45	50	55	—	—	—	—	—	—

表 2 第 I 期某天的 $X_{d,p,t}$ 结果
 Table 2 Results of $X_{d,p,t}$ in the first stage

放矿点	$X_{d,p,t}$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	1	—	—	—	—	—	—
2	0	0	0	0	1	—	—	—	—
3	0	0	0	0	1	—	—	—	—
4	0	0	0	0	0	0	1	—	—
5	0	0	0	0	0	0	1	—	—
6	0	0	0	0	0	0	0	0	1
...
66	0	0	0	0	1	—	—	—	—
67	0	0	0	0	1	—	—	—	—
68	0	0	0	0	1	—	—	—	—
69	0	0	1	—	—	—	—	—	—
70	0	0	1	—	—	—	—	—	—
71	1	0	0	—	—	—	—	—	—

表 3 第 I 期每个放矿点计划出矿量
 Table 3 Planning quantity of ore drawing from every drawpoint in the first stage

时间/d	放矿点出矿量/t												
	1	2	3	4	5	6	...	66	67	68	69	70	71
1	45	95	105	185	185	235	...	135	110	110	50	50	50
2	45	95	105	185	185	235	...	135	110	110	50	50	50
3	45	95	105	185	185	235	...	135	110	110	50	50	50
4	45	95	105	185	185	235	...	135	110	110	50	50	50
5	45	95	105	185	185	235	...	135	110	110	50	50	50
6	45	95	105	185	185	235	...	135	110	110	50	50	50
...
25	45	125	100	180	185	230	...	105	110	110	50	50	50
26	45	125	100	180	185	230	...	135	110	110	50	50	50
27	45	125	100	180	185	230	...	135	110	110	70	50	50
28	55	125	100	190	185	230	...	135	110	110	70	50	50
29	45	125	125	185	195	230	...	100	110	110	70	50	50
30	45	125	100	185	190	230	...	100	105	105	50	50	60

表 4 第 II 期每个放矿点计划出矿量
 Table 4 Planning quantity of ore drawing from every drawpoint in the second stage

时间/d	放矿点出矿量/t												
	1	2	3	4	5	6	...	66	67	68	69	70	71
31	45	95	95	145	150	195	...	135	140	140	70	70	60
32	45	95	95	145	150	195	...	135	140	140	70	70	60
33	45	95	95	145	150	195	...	135	140	140	70	70	60
34	45	95	95	145	150	195	...	135	140	140	70	70	60
35	45	95	95	145	150	195	...	130	140	140	70	65	60
36	45	95	95	145	150	195	...	130	140	140	70	65	60
...
55	65	130	135	200	205	270	...	100	100	100	50	50	45
56	65	130	135	200	205	270	...	100	100	100	50	50	45
57	65	130	135	200	205	270	...	100	100	100	50	50	45
58	65	130	135	200	205	270	...	100	100	100	50	50	45
59	65	130	135	200	205	270	...	100	100	100	50	50	45
60	65	130	135	200	205	270	...	100	100	100	50	50	45

从图 6 和图 7 的第 I、II 期出矿量对比分析图可知,红色虚线表示每个放矿点优化的出矿量,绿色实线表示均匀放矿每个出矿点出矿量,在每天的总量保持恒定的情况下,经过优化的计划出矿量和平均计划出

矿量波动范围幅度可以忽略不计,大致趋势是同步的,能够保证矿岩接触面的稳定光滑下降,不会降低矿石的贫化率。

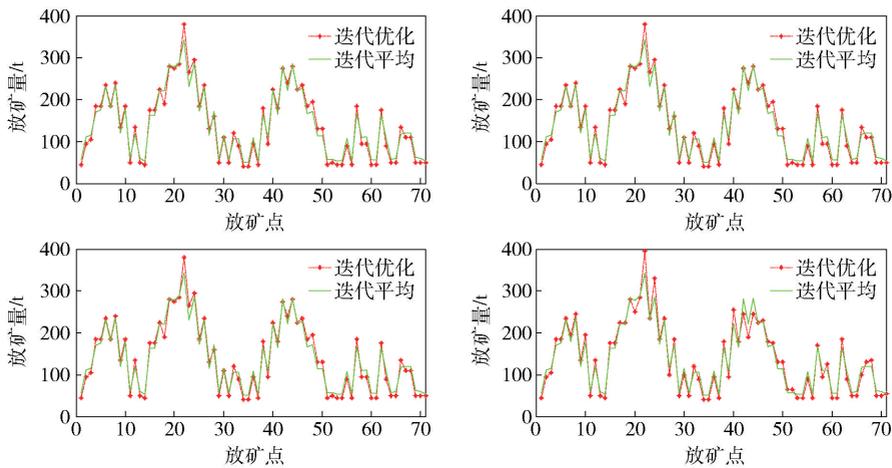


图 6 第 I 期任意 4 d 出矿量对比分析

Fig. 6 Contrastive analysis of ore drawing quantity in the first stage

从图 8 和图 9 的品位波动对比分析图可知,红色虚线表示优化放矿矿石的品位变化情况,蓝色实线表示均匀放矿矿石的品位变化情况,在第 I 期时,均匀放矿的品位从最小的 0.9525% 到最大的 0.956%,虽然波动幅度不是很大,但优化放矿的品位可以稳定控制在 0.9544%。在第 II 期时,优化效果十分的明显,均匀放矿的品位从 0.7832% 到 0.9557%,波动幅度高达 22%,而运用混合整数规划优化放矿计划时,品位波动从 0.8449% 到 0.8785%,波动幅度只有 3.9%,使其品

位的波动降低近 18%,优化放矿计划的效果良好。

3 结论

(1) 通过对我国自然崩落法矿山的放矿计划管理和混合整数规划法的研究,建立了放矿计划优化的混合整数规划模型。经实例验证,该模型对于求解编排自然崩落法放矿计划是非常适用的,得出每个放矿点最优出矿量方案,保证了出矿量和品位的要求,使其品位波动幅度降低近 18%,克服了当前放矿计划编排的

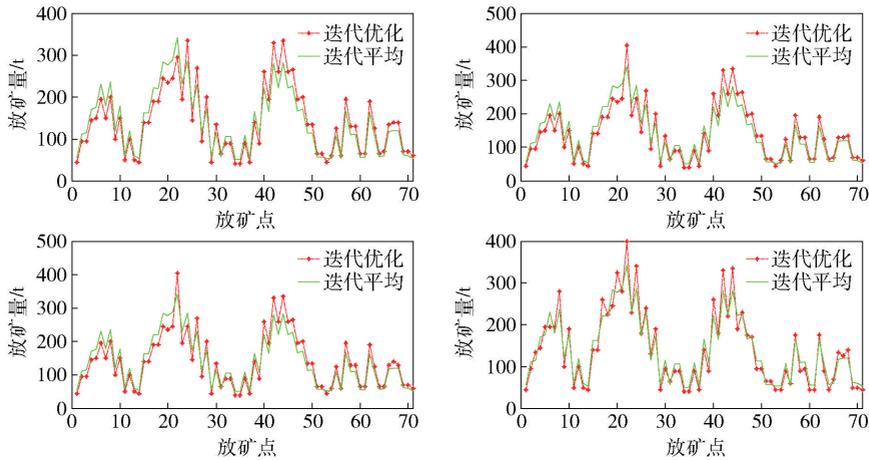


图7 第Ⅱ期任意4 d出矿量对比分析

Fig. 7 Contrastive analysis of ore drawing quantity in the second stage

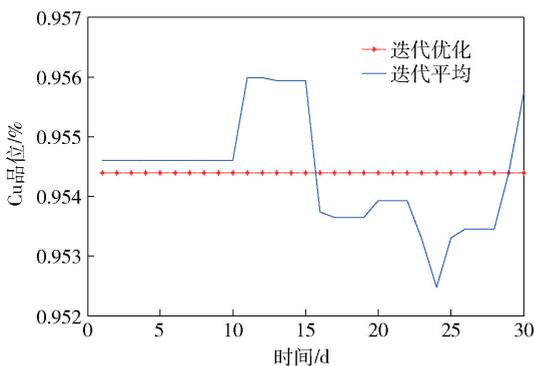


图8 第Ⅰ期品位波动对比分析

Fig. 8 Contrastive analysis of grade in the first stage

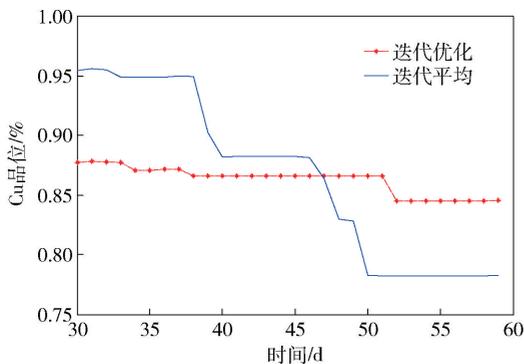


图9 第Ⅱ期品位波动对比分析

Fig. 9 Contrastive analysis of grade in the second stage

弊端。

(2) 在构建自然崩落法放矿计划优化的混合整数规划模型时,考虑崩落法放矿的基本原则,保证矿岩接触面的平整光滑下降,选择合适放矿速率、崩落指数和排产指数作为约束条件,在保证矿山矿石量满足要求的情况下,选择计划周期内矿石品位波动范围最小作为目标函数,使放矿计划得到优化。

(3) 通过对优化放矿和均匀放矿对比分析,混合

整数规划法优化的放矿计划使矿山生产在满足产量要求的前提下,还达到品位波动最小,对指导矿山进行放矿计划的编排有实际可行的现实意义。

参 考 文 献

- [1] Xie S J. *Underground Mining of Metal Mines*. 2nd Ed. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2006
(解世俊. 金属矿床地下开采. 第2版 北京: 冶金工业出版社, 2006)
- [2] Малахов Г М. *Ore Drawing of Block Cave*. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1958
(马拉霍夫 Г М. 崩落矿块的放矿. 北京: 冶金工业出版社, 1958)
- [3] Jolley D. Computer simulation of the movement of ore and waste in an underground mining pillar. *Can Min Metall Bull*, 1968, 61 (675): 854
- [4] Pourrahimian Y. *Mathematical Programing for Sequence Optimization in Block Cave Mining* [Dissertation]. Edmonton: University of Alberta, 2013
- [5] Pourrahimian Y, Askari-Nasab H, Tannant D. Mixed-integer linear programming formulation for block-cave sequence optimisation. *Int J Min Miner Eng*, 2012, 4(1): 26
- [6] Pourrahimian Y, Askari-Nasab H. Block cave production scheduling optimization using mixed integer linear programming // *Proceedings of 6th International Conference & Exhibition on Mass Mining*. Sudbury, 2012
- [7] Pourrahimian Y, Askari-Nasab H, Tannant D. A multi-step approach for block cave production scheduling optimization. *Int J Min Sci Technol*, 2013, 23(5): 739
- [8] Pourrahimian Y, Askari-Nasab H. An application of mixed-integer linear programming for block-cave production scheduling // *International Conference on Innovation in Mine Operations*. Santiago, 2012: 594
- [9] Diering T. Quadratic Programming applications to block cave scheduling and cave management // *Proceedings MassMin Conference*. Sudbury, 2012: 6455
- [10] Rubio E, Diering T. Block cave production planning using oper-

- ations research tools // *Proceedings of Mass Mining*. Santiago, 2004: 141
- [11] Burgio N, Diering T. Simulating irregular cave propagation using PCBC // *5th International Conference and Exhibition on Mass Mining*. Lulea, 2008: 1033
- [12] Rahal D C, Smith M L. A draw control system for scheduling production in block caving // *MassMin 2004*. Santiago, 2004: 479
- [13] Parkinson A F. *Essay on Sequence Optimization in Block Cave Mining and Inventory Policies with Two Delivery Sizes* [Dissertation]. University of British Columbia, 2012
- [14] Ren Y F, Liu X G. Ore-bearing rock movement equation and its application in sublevel caving method. *Nonferrous Met Mine Sect*, 1986(2): 4
(任凤玉, 刘兴国. 无底柱分段崩落法放矿时崩落矿岩移动方程及其应用. 有色金属(矿山部分), 1986(2): 4)
- [15] Liu X G. Ore-bearing rock movement law in sublevel caving method: a study on ellipsoid theory. *Nonferrous Met Mine Sect*, 1979(4): 38
(刘兴国. 崩落采矿法放矿时矿石移动的基本规律: 关于椭球体理论的研究. 有色金属(矿山部分), 1979(4): 38)
- [16] Wang X H, Pan C L. Mathematical model for optimizing ore drawing scheduling of spontaneous caving method. *Chin J Nonferrous Met*, 1997, 7(1): 18
(王新华, 潘长良. 自然崩落法放矿排产优化的数学模型. 中国有色金属学报, 1997, 7(1): 18)
- [17] Zhang M J. *Research on the Application of Mixed Integer Programming in Engineering* [Dissertation]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005
(张明佳. 混合整数规划方法的工程应用研究[学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2005)
- [18] Wang S Q. The control and management of ore drawing in block cave mining. *Nonferrous Met Mine Sect*, 2002, 54(4): 5
(王树琪. 自然崩落法放矿控制技术与管理. 有色金属(矿山部分), 2002, 54(4): 5)