

# 基于传热反问题的高炉炉衬单层侵蚀模型

苏福永<sup>✉</sup> 温 治

北京科技大学能源与环境工程学院, 北京 100083

✉通信作者, E-mail: sfyong@ustb.edu.cn

**摘 要** 基于传热反问题, 建立了高炉炉衬侵蚀过程的数学模型, 确定了模型的边界条件, 并采用共轭梯度法将反问题分解为三个问题: 正问题、灵敏度问题和伴随问题进行求解。通过不同形状函数的反演结果证明了其可行性, 并分别研究初始猜测形状曲线、测点数等对反演结果的影响。研究结果表明, 初始猜测曲线的选取对反演结果影响很小, 充分说明该方法不受初始猜测曲线的限制, 具有较好的通用性。而测点数的选取对反演结果有一定的影响, 测点数越多, 曲线特征被捕捉的越好。但在保证得到曲线特征的前提下, 较少的测点数也能得到比较满意的反演结果, 平均相对误差控制在 3% 以内。

**关键词** 炉衬侵蚀; 边界形状; 导热反问题; 共轭梯度法

**分类号** TF549

## Blast furnace layer lining erosion problem based on inverse the heat conduction model

SU Fu-yong<sup>✉</sup>, WEN Zhi

School of Energy and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

✉Corresponding author, E-mail: sfyong@ustb.edu.cn

**ABSTRACT** A blast furnace lining mathematical model was established based on the inverse heat transfer problem. After determining the boundary conditions of the model, this inverse heat transfer problem is divided into three problems which are the direct problem, the sensitivity problem and the adjoint problem, and these were solved using the conjugate gradient method. The feasibility of this model was proved by the inversion results of different shape functions and then it was discussed that the initial guess shape and number of measurement points effect on the inversion results. The results show that the accuracy of the inverse solution is independent of the the initial guess shape, but the number of measurement points has some impact on these results, whereby the more points are measured, the better the curve features are captured. An accurate inverse solution can be obtained with fewer measurement points and an average relative error within 3%, even though the arrangement of more points can achieve a slightly better solution.

**KEY WORDS** lining erosion; boundary shape; inverse heat conduction problem; conjugate gradient method

高炉炼铁是钢铁生产中的一个重要环节, 由于高炉炉衬时时刻刻受到高温、炉气、炉尘、炉渣、铁水等的热应力、化学作用和剧烈冲刷, 结果导致炉衬严重侵蚀<sup>[1]</sup>。然而, 如何能在正常生产条件下, 通过监测和检测与高炉炉衬侵蚀厚度相关的其他热工参数来及时预报高炉炉衬内的侵蚀情况, 继而采取相应的措施来延长高炉炉衬寿命是摆在我们面前亟待解决的重大课题<sup>[2]</sup>。

导热反问题 (inverse heat conduction problem, IH-CP)<sup>[3-5]</sup>产生于许多实际测量比较困难的传热问题。自 Stolz<sup>[6]</sup>于 1960 年发表了第一篇关于导热反问题的论文以来, 许多科学工作者对传热反问题的数值解法进行了研究, 提出了各种有效的求解方法, 如 Tikhonov 与 Arsenin<sup>[7]</sup>的正则化法 (1977 年)、Beck 的序列化法 (1985 年)、Blackwell 的时间推进算法<sup>[8]</sup> (1981 年)、Weber 的空间推进算法<sup>[9]</sup> (1981 年)、Eldén 等的 Fou-

rier 正则化法<sup>[10]</sup> (2000 年)、目前国内外流行的共轭梯度法<sup>[11-12]</sup>等, 这些方法极大地推动了导热反问题在实际工程和科学实验测量中的应用. 共轭梯度法<sup>[13-15]</sup> (conjugate gradient) 是介于最速下降法与牛顿法之间的一个方法, 它仅需利用一阶导数信息, 但克服了最速下降法收敛慢的缺点, 又避免了牛顿法需要存储和计算 Hesse 矩阵并求逆的缺点, 具有步收敛性和稳定性高的特点.

郑坤灿等<sup>[16]</sup>提出了基于传热反问题的高炉炉衬侵蚀厚度的在线动态实时预报方法, 并提出了详细的技术方案和实施策略, 为高炉炉衬侵蚀厚度的在线实时预报提供了新的解决思路, 但其模型主要基于高炉炉衬表面温度的测量值, 容易受到外部环境的干扰. 张伟等<sup>[17]</sup>分析了当前高炉炉衬检测技术, 介绍了冲击回波法的基本原理和测试特点, 并应用此方法对炉缸炉衬等进行了厚度测试研究及应用, 其试验结果表明冲击回波法能为高炉炉衬厚度监测提供一个新的有效手段, 但目前该方法还并未进行大规模应用. 鞠贵冬等<sup>[18]</sup>基于计算流体力学 (CFD) 方法, 建立了一种考虑冷却水进出口温差的冷却壁数值模型, 并利用热态试验研究确立了更为准确的数值模拟边界条件, 全面模拟了冷却壁运行时的各项指标. 左海滨等<sup>[19]</sup>建立了高炉冷却壁稳态传热模型, 模拟了不同材质不同工况下的温度场分布, 并分析了渣皮对冷却壁体起温度的影响和保护作用. 石琳等<sup>[20]</sup>利用非稳态热传导反问题数学模型研究了高炉监测热电偶数据与高炉炉衬侵蚀厚度的关系, 采用了整个时间域上的空间距离步进迭代算法和离散软化过滤法, 模拟计算得出高炉炉衬剩余厚度随时间的变化关系, 为高炉炉衬侵蚀状况的离线模拟研究做出了贡献.

本文基于高炉炉衬侵蚀问题, 试图依靠炉衬内部的热电偶的测量数据来反推炉衬侵蚀轮廓线, 即求解边界形状导热反问题.

## 1 数学模型

本文建立的数学模型主要是求解边界形状导热反问题 (即高炉炉衬的内部侵蚀形状曲线). 计算区域如图 1 所示, 研究的是二维无内热源的稳态导热问题. 左侧内壁上温度保持恒定值  $T_0$ , 而右侧外壁上有一个恒定热流值  $q_0$ , 上下壁面为绝热条件, 初始形状曲线函数为  $x=f(y)$ , 计算区域坐标合集为  $\Omega$ . 在左侧壁面或接近左侧壁面处布置若干个热电偶, 通过此热电偶测出的温度值来反演内壁面真实的侵蚀曲线.

本文采用共轭梯度法求解边界形状导热反问题, 计算过程分解为三个问题的求解, 分别为正问题、灵敏度问题和伴随问题.

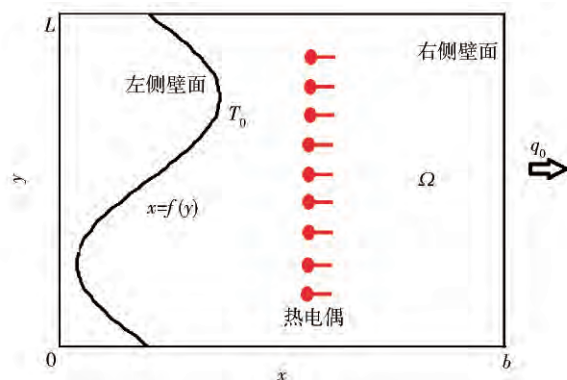


图 1 二维计算区域示意图

Fig. 1 Two-dimensional schematic diagram of the calculation area

### 1.1 正问题

在假设已知内壁侵蚀曲线的条件下, 通过求解二维稳态导热问题来获得整个区域的温度场分布. 正问题的数值求解采用有限差分的方法, 半隐式差分格式, 离散方程采用三对角矩阵算法 (tridiagonal matrix algorithm, TDMA) 进行计算. 其控制方程及边界条件如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0, & \Omega; \\ -k \frac{\partial T}{\partial x} = q_0, & x = b; \\ T = T_0, & x = f(y); \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0, & \text{在 } y = 0 \text{ 和在 } y = L; \\ T(x_i, y_i) = T_i^*, & i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $k$  为材料热导率,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ;  $q_0$  为外壁面热流强度,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ;  $T_0$  为内壁表面温度,  $\text{K}$ ;  $T_i^*$  为测点  $i$  处的实际测得的温度值,  $\text{K}$ ;  $\Omega$  为计算区域内的坐标合集.

### 1.2 反问题

反问题是通过若干测量点处温度值来反推内壁边界形状, 即测量点实际测得的温度值与猜测边界形状  $x=f(y)$  通过式 (1) 求解正问题计算得到的测点处温度值差的平方的最小值:

$$J(f(y)) = \| T_i - T_i^* \|^2 = \sum_{i=1}^m [T_i(x_i, y_i) - T_i^*(x_i, y_i)]^2. \quad (2)$$

式中:  $T_i(x_i, y_i)$  为测点  $i$  处计算得出的温度值,  $\text{K}$ ;  $T_i^*(x_i, y_i)$  为测点  $i$  处实际测得的温度值,  $\text{K}$ .

### 1.3 灵敏度问题

灵敏度问题就是指当边界形状  $f(y)$  有一个增量  $\Delta f(y)$  时, 测点处温度  $T(x, y)$  也会有一相应的变化量  $\Delta T(x, y)$ , 其变化量值为多少可以通过求解灵敏度问题方程, 具体方法就是在式 (1) 中, 用  $T + \Delta T$  代替原来的  $T$ , 而  $f(y) + \Delta f(y)$  代替原来的  $f(y)$ , 然后减去式

(1) 可得以下灵敏度问题方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \right) = 0, & \subset \Omega; \\ -k \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = 0, & x = b; \\ \Delta T = \Delta f \frac{\partial T}{\partial x}, & x = f(y); \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = 0, & y = 0; \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = 0, & y = L. \end{cases} \quad (3)$$

#### 1.4 伴随问题

伴随问题即泛函求导问题,是为了得到目标函数的梯度方向  $J'(f(y))$ 。为了导出伴随问题方程,可把式(1)乘上拉格朗日算子  $\lambda(x, y)$  (即伴随函数),并对其区域积分,然后加入到式(2)中,再用  $T + \Delta T$  代替  $T$ ,  $f(y) + \Delta f(y)$  代替  $f(y)$ ,经过一系列变形,得到变分  $\Delta J[f(y)]$ 。最后利用灵敏度问题的边界条件,使  $\Delta J[f(y)]$  趋近于0,得到伴随问题的方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} = 0, & \subset \Omega; \\ -\frac{\partial \lambda}{\partial y} = 2(T_i - T_i^*) \delta(y - y_i), & x = b; \\ \lambda = 0, & x = f(y); \\ \frac{\partial \lambda}{\partial y} = 0, & y = 0; \\ \frac{\partial \lambda}{\partial y} = 0, & y = L. \end{cases} \quad (4)$$

解得伴随函数  $\lambda(x, y)$  的相应值后,利用下式求出目标函数的导数:

$$J'(f(y)) = - \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=f(y)}. \quad (5)$$

#### 1.5 迭代搜索方法

共轭梯度法的基本思想是把共轭性和最速下降法相结合,利用已知点处的梯度构造一组共轭方向,并沿此组方向进行搜索,从而求出目标函数的极小值。此方向称为搜索方向,公式如下:

$$\begin{cases} d_1 = -J'_1, & n = 1; \\ d_n = -J'_n + \beta_n d_{n-1}, & n \geq 2. \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $d_n$  为第  $n$  次的搜索方向,第一次搜索方向直接取负梯度方向;  $J'_n$  为梯度方向;  $\beta_n$  为共轭系数。共轭系数  $\beta_n$  可由下式计算:

$$\beta_n = \frac{\int_0^L (J'_n)^2 dy}{\int_0^L (J'_{n-1})^2 dy}, \quad n \geq 2. \quad (7)$$

形状函数  $f(y)$  的变化过程可由下式得到:

$$f_{n+1} = f_n + \alpha_n d_n. \quad (8)$$

式中,  $\alpha_n$  为搜索步长。可通过下式求得:

$$\alpha_n = \frac{\sum_{i=1}^m (T_i - T_i^*) \Delta T_i}{\sum_{i=1}^m (T_i - T_i^*)^2}. \quad (9)$$

把以上整理归纳可得出共轭梯度法求解步骤如下。

(1) 先任意猜测一个内壁形状初始值  $f(y)$ , 通过求解正问题,即式(1),得出整个温度分布场,从而获得测点处的计算值  $T_i(x_i, y_i)$ 。

(2) 根据  $T_i^*(x_i, y_i)$  和  $T_i(x_i, y_i)$ , 判断式(2)的值是否满足收敛停止条件,即  $J(f(y)) < \varepsilon$ 。若满足,说明初始猜测值  $f(y)$  即为所得形状函数。否则,进行下一步。

(3) 求解伴随问题,即式(4),得出整个区域的伴随函数值,从而利用正问题的温度场分布解,通过式(5)求出目标函数的梯度值  $J'(f(y))$ 。

(4) 第一次求解时,可直接利用式(6)求出搜索方向。否则,先利用式(7)求出共轭系数,再通过式(6)求出搜索方向。

(5) 使  $\Delta f = d_n$ , 通过求解灵敏度问题,即式(3)得出温度增量  $\Delta T$ 。

(6) 利用式(9)算出搜索步长,再利用式(8)计算得到新的形状函数  $f(y)$ 。之后,利用式(1)求出新的  $T_i(x_i, y_i)$ , 回到第二步。

## 2 模型验证及仿真结果分析

### 2.1 模型验证条件

本文以高炉炉衬侵蚀为研究背景,取二维炉衬为研究区域。炉衬内壁面温度  $T_0 = 1150^\circ\text{C}$ , 即高炉炉渣熔点值。炉衬初期没有侵蚀时,  $x$  轴方向上的厚度  $b = 0.5\text{ m}$ ,  $y$  轴方向上的长度  $L = 1\text{ m}$ 。其测点均匀布置在外壁面处,个数为  $M$ 。此研究区域二维尺寸为  $0.5\text{ m} \times 1\text{ m}$ , 网格数选取  $50 \times 100$ , 网格大小为  $1\text{ cm}$ , 这就意味着形状函数最小变化量为  $1\text{ cm}$ 。网格数的选取是综合考虑了形状函数的变化量和程序运行时间得出的。计算中热流密度  $q_0$  取值  $50000\text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , 初始曲线全部采用的是形状函数  $x = f(y) = 0$ 。

### 2.2 计算结果分析

(1) 第一种真实形状函数方程:

$$x = f(y) = 0.35 - 0.1 \sin(2\pi y), \quad 0 \leq y \leq 1. \quad (10)$$

在真实的形状函数下,右侧固定位置上的热电偶实测值见表1。

利用这11个测点的实测值,可以通过共轭梯度法把求解边界形状反问题转化成不断求解正问题、灵敏度问题及伴随问题的循环,在满足停止收敛标准下,得到最终的反演曲线,它与真实侵蚀边界形状函数的比较如图2所示。反演得到的曲线是由相邻两个反演

表 1 第一种形状函数条件下测温点坐标及实测值

Table 1 Temperatures and coordinates of measurement points for shape function 1

测点编号	测点 $x$ 坐标/m	测点 $y$ 坐标/m	温度实测值/℃
1	0.5	0	230.50
2	0.5	0.1	203.76
3	0.5	0.2	175.17
4	0.5	0.3	203.29
5	0.5	0.4	308.40
6	0.5	0.5	487.64
7	0.5	0.6	707.81
8	0.5	0.7	869.31
9	0.5	0.8	872.59
10	0.5	0.9	748.91
11	0.5	1.0	670.73

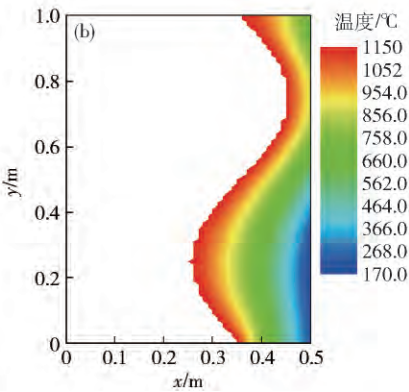
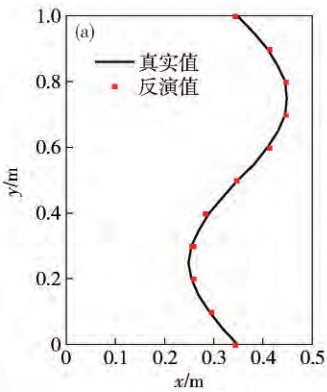


图 2 第一种形状函数条件下反演结果。(a) 形状曲线图; (b) 温度云图

Fig. 2 Real and calculated shapes for shape function 1: (a) shape curve; (b) temperature nephogram

表 2 第二种形状函数条件下测温点坐标及实测值

Table 2 Temperatures and coordinates of measurement points for shape function 2

测点编号	测点 $x$ 坐标/m	测点 $y$ 坐标/m	温度实测值/℃
1	0.5	0	848.79
2	0.5	0.1	723.19
3	0.5	0.2	544.80
4	0.5	0.3	388.90
5	0.5	0.4	279.94
6	0.5	0.5	240.15
7	0.5	0.6	279.94
8	0.5	0.7	388.90
9	0.5	0.8	544.80
10	0.5	0.9	723.19
11	0.5	1.0	848.79

11 个点构成的 10 段连接线。图 3 中可以看出, 11 个测点反推出的曲线反演值基本重合在真实的侵蚀边界

值连线而得的, 相当于由 11 个点构成的 10 段连接线。图 2 中可以看出, 11 个测点反推出的曲线反演值基本重合在真实的侵蚀边界上, 符合度极高, 同时真实值与反演值每个对应点的相对误差保持在了 1% 左右, 平均相对误差为 0.83%, 控制在 3% 以内。

(2) 第二种真实形状函数方程:

$$x = f(y) = \begin{cases} 0.45 - 0.4y, & 0 \leq y < 0.5; \\ 0.25 + 0.4(y - 0.5), & 0.5 \leq y \leq 1. \end{cases} \quad (11)$$

此形状函数的特点是靠近上下壁面处侵蚀程度强, 中间侵蚀程度弱。在真实形状函数下, 右侧固定位置上的热电偶实测值见表 2。

利用 11 个测点的实测值, 通过共轭梯度法进行求解, 在满足停止收敛标准下, 得到最终的反演曲线, 它与真实侵蚀边界形状函数的比较如图 3 所示。反演得到的曲线是由相邻两个反演值连线而得的, 相当于由

上, 同时真实值与反演值之间的相对误差基本都控制在了 1% 以内, 整体的平均相对误差保持在 0.73%, 控制在 3% 以内。

### 2.3 测点数的影响

保持其他参数不变, 即炉衬外壁面热流强度值  $q_0 = 50000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , 初始猜测曲线为  $x = f(y) = 0$ , 导热率  $k = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , 同样的选取上面 2 种具有代表性的形状函数来进行计算, 将测点数  $M$  从 11 增加到 21。

在真实侵蚀边界曲线为第一种形状函数条件下, 求解正问题得到整个二维区域内的温度值, 同时也得到了测点处的实际值。利用这些测点温度值, 通过共轭梯度法得到最终反演侵蚀曲线, 其结果见图 4。如果测点数为 11, 则反演曲线就是由 11 个点之间连结而成的 10 小段直线构成, 若为 21 个, 则反演曲线由 21 个点之间连结而成的 20 小段直线构成。

从图 4 可以得知, 当测点数  $M = 11$  和 21 时, 其反演结果基本没有差别, 与真实曲线的吻合度也极高, 相对平均误差分别为 0.83% 和 0.81%, 都控制在了 3%

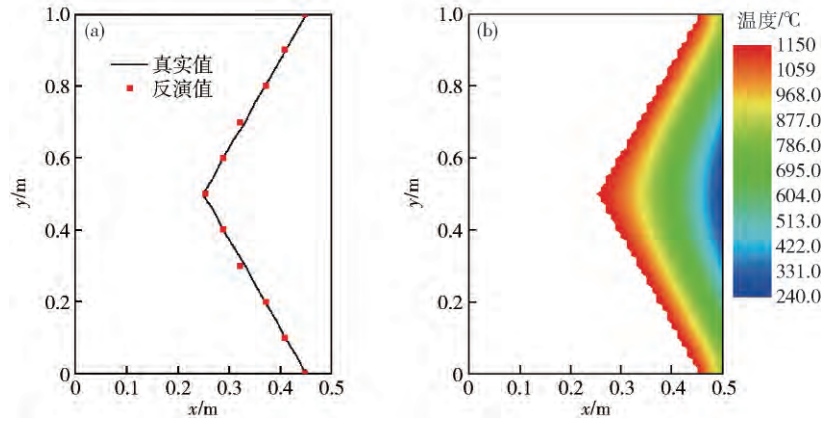


图3 第二种形状函数条件下反演结果. (a) 形状曲线图; (b) 温度云图

Fig. 3 Real and calculated shapes for shape function 2: (a) shape curve; (b) temperature nephogram

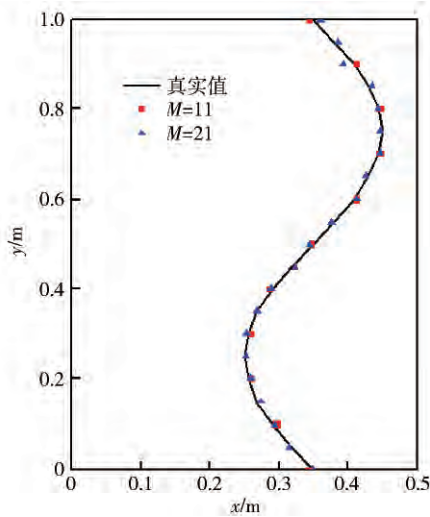


图4 第一种形状函数条件下测点数  $M$  对反演结果的影响

Fig. 4 Real and calculated shapes for shape function 1 ( $M = 11$  and  $M = 21$ )

以内.

在真实侵蚀边界曲线为第二种形状函数条件下, 其反演侵蚀曲线结果见图5. 可以看出, 当测点数  $M = 11$  和 21 时, 其反演结果也基本差别不大, 与真实曲线的吻合度也极高, 两者相对平均误差分别为 0.73% 和 0.66%, 都控制在了 3% 以内.

细细比较, 测点数  $M$  从 11 变为 21 时, 其反演结果的准确性略有提升, 这是因为测点数量的增加在一定程度上更能捕捉曲线的特征.

#### 2.4 初始猜测曲线的影响

保持其他参数都不变, 即炉衬外壁面热流强度值  $q_0 = 50000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , 测点数  $M = 11$ , 导热率  $k = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . 改变初始的猜测曲线, 反演值 1 的初始猜测曲线取的是  $x = f(y) = 0$ , 而反演值 2 的初始猜测曲线函数如下:

$$x = f(y) = b - k \frac{T_0 - T_i}{q_0}. \quad (12)$$

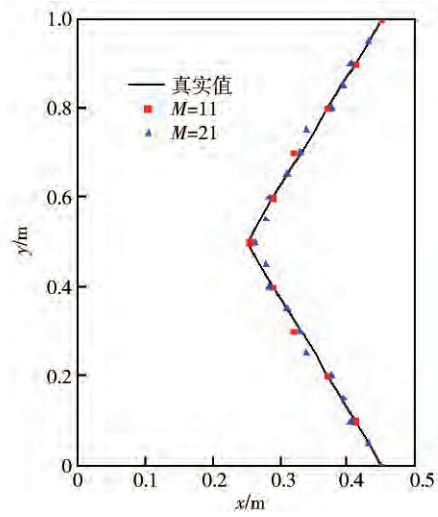


图5 第二种形状函数条件下测点数  $M$  对反演结果的影响

Fig. 5 Real and calculated shapes for shape function 2 ( $M = 11$  and  $M = 21$ )

式中:  $q_0$  为炉衬外壁面热流强度值,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ;  $k$  为材料热导率,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ;  $T_0$  为内壁表面温度,  $\text{K}$ ;  $T_i$  为测点  $i$  处的实际测得的温度值,  $\text{K}$ ;  $b$  为炉衬初期没有侵蚀时  $x$  轴方向上的厚度.

在真实侵蚀边界曲线为第一种形状函数条件下, 求解正问题得到了测点处的真实值, 即所谓的实际测得温度值. 之后分别选取不同的初始猜测曲线, 通过共轭梯度法, 获得了最终的反演侵蚀曲线, 其结果见图6. 图6中, 反演值 1 是在初始猜测曲线为  $x = f(y) = 0$  情况下得到的最终结果, 反演值 2 的初始猜测曲线为式(12). 可以看出, 两者的反演结果基本没有差别, 与真实曲线的吻合度极高, 相对平均误差分别为 0.83% 和 0.66%, 所有点都控制在了 3% 以内.

在真实侵蚀边界曲线为第二种形状函数条件下, 求解正问题得到了测点处的真实值, 即所谓的实际测得温度值. 之后分别选取不同的初始猜测曲线, 通过共轭梯度法, 反推出了最终的侵蚀曲线, 其结果见图



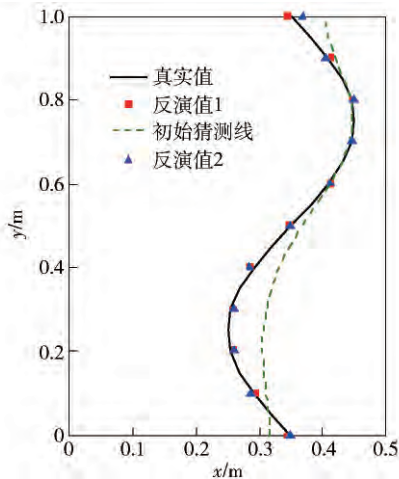


图6 第一种形状函数条件下初始猜测曲线对反演结果的影响

Fig.6 Real and calculated shapes for shape function 1 (1st initial inner wall shape functions)

7. 图7中,反演值1是在初始猜测曲线为 $x=f(y)=0$ 情况下得到的最终结果,反演值2是在初始猜测曲线为式(12)情况下得到的。从图中可以看出,两者的反演结果基本没有差别,与真实曲线的吻合度极高,相对平均误差分别为0.73%和0.74%,所有点都控制在3%以内。

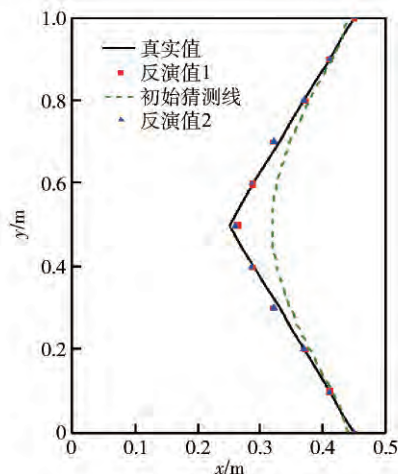


图7 第二种形状函数条件下初始猜测曲线对反演结果的影响

Fig.7 Real and calculated shapes for shape function 2 (2nd initial inner wall shape functions)

### 3 结论

本文以高炉炉衬导热过程及侵蚀厚度为研究对象,基于传热反问题建立了高炉炉衬侵蚀厚度预测的二维数学模型,利用共轭梯度法求解了稳态条件下的二维边界形状导热反问题。通过本文的仿真计算得到的主要结论如下。

(1) 通过对高炉炉衬侵蚀过程进行分析,确定了单层炉衬侵蚀过程导热反问题数学模型的边界条件,

并采用共轭梯度法将整个反问题分解为三个问题:正问题、灵敏度问题和伴随问题来求解。通过两种已知侵蚀曲线下的求解可以看出,通过本文所建立模型计算得到的侵蚀曲线和已知曲线的相对误差均小于3%,因此本文所建立的数学模型是准确可用的。

(2) 通过数学模型研究了炉衬测温热电偶的数量对于求解炉衬侵蚀曲线的影响,当测温热电偶数量从11增加到21后,两种计算曲线下的相对误差均有所减小(0.83%减小至0.81%和0.73%减小至0.66%),同时所有的相对误差均小于3%,因此增加测量点数可以增加本文模型计算的精度,但增加的幅度很小。

(3) 通过数学模型研究了初始猜测曲线的影响,当改变初始猜测曲线时,两种计算曲线下的相对误差变化没有规律(0.83%减小至0.66%和0.73%增加至0.74%),同时所有的相对误差均小于3%,因此本文认为初始猜测曲线对于本文所建立的模型的计算精度影响不大。

### 参 考 文 献

- [1] Zheng K C, Wen Z, Liu X L, et al. Research status and development trend of numerical simulation on lining erosion of the blast furnace. *J Iron Steel Res*, 2010, 22(3): 1  
(郑坤灿, 温治, 刘训良, 等. 高炉炉衬侵蚀数值模拟的研究现状及其发展趋势. *钢铁研究学报*, 2010, 22(3): 1)
- [2] Zhang Y, Deshpande R, Huang D F, et al. Numerical analysis of blast furnace hearth inner profile by using CFD and heat transfer model for different time periods. *Int J Heat Mass Transfer*, 2008, 51(1): 186
- [3] Hadamard J. Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations. *Phys Today*, 2003, 6(8): 18
- [4] Beck J V, Blackwell B, Clair C R S. *Inverse Heat Conduction Ill-posed Problem*. New York: John Wiley & Sons, 1985
- [5] Lin D T W, Yang C Y. The estimation of the strength of the heat source in the heat conduction problems. *Appl Math Modell*, 2007, 31(12): 2696
- [6] Stolz G. Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes. *J Heat Transfer*, 1960, 82(1): 20
- [7] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of ill-posed problems. *Math Comput*, 1977, 32(144): 491
- [8] Blackwell B F. Efficient technique for the numerical solution of the one-dimensional inverse problem of heat conduction. *Numer Heat Transfer*, 1981, 4(2): 229
- [9] Weber C F. Analysis and solution of the ill-posed inverse heat conduction problem. *Int J Heat Mass Transfer*, 1981, 24(11): 1783
- [10] Eldén L, Berntsson F, Reginska T. Wavelet and Fourier method for solving the sideways heat equation. *SIAM J Sci Comput*, 2000, 21(6): 2187
- [11] Lasdon L S, Mitter S K, Warren A D. The conjugate gradient method for optimal control problem. *IEEE Trans Autom Control*, 1967, 12(2): 132

- [12] Huang C H , Chao B H . An inverse geometry problem in identifying irregular boundary configurations. *Int J Heat Mass Transfer* , 1997 , 40( 9) : 2045
- [13] Colaço M J , Orlande H R B . Inverse natural convection problem of simultaneous estimation of two boundary heat fluxes in irregular cavities. *Int J Heat Mass Transfer* , 2004 , 47( 6) : 1201
- [14] Huang C H , Liu C Y . A three-dimensional inverse geometry problem in estimating simultaneously two interfacial configurations in a composite domain. *Int J Heat Mass Transfer* , 2010 , 53( 1) : 48
- [15] Huang C H , Chaing M T . A three-dimensional inverse geometry problem in identifying irregular boundary configurations. *Int J Therm Sci* , 2009 , 48( 3) : 502
- [16] Zheng K C , Liu X L , Wen Z . Methodological research about numerical simulation of lining erosion thickness on the basis of inverse heat transfer. *Energy Metall Ind* , 2009 , 28( 2) : 27  
( 郑坤灿,刘训良,温治,等. 基于传热反问题的高炉炉衬侵蚀厚度的数值模拟方法研究. 冶金能源, 2009, 28( 2) : 27)
- [17] Zhang W , Wang Z Y , Zhang L G , et al . Detecting technology for lining thickness of BF based on impact-echo method. *Metall Ind Autom* , 2014 , 38( 6) : 56  
( 张伟,王再义,张立国,等. 基于冲击回波法的高炉炉衬厚度检测方法. 冶金自动化, 2014, 38( 6) : 56)
- [18] Ju G D , Wu L J , Lu Z A . Heat transfer mechanism study of blast furnace cooling wall based on hot CFD simulation and model experiment. *J Iron Steel Res* , 2016 , 28( 2) : 9  
( 鞠贵冬,吴俐俊,陆祖安. 基于CFD模拟和热态实验的高炉冷却壁传热分析. 钢铁研究学报, 2016, 28( 2) : 9)
- [19] Zuo H B , Hong J , Zhang J L , et al . Numerical simulation of temperature field of BF cooling staves of different materials under different conditions. *J Wuhan Univ Sci Technol* , 2014 , 37( 2) : 102  
( 左海滨,洪军,张建良,等. 不同工况下各种材质高炉冷却壁温度场数值模拟. 武汉科技大学学报, 2014, 37( 2) : 102)
- [20] Shi L , Cheng S S , Zuo H B . Numerical simulation of erosion boundary identification of blast furnace lining. *J Iron Steel Res* , 2006 , 18( 4) : 1  
( 石琳,程素森,左海滨. 高炉炉衬侵蚀边界识别的数值模拟. 钢铁研究学报, 2006, 18( 4) : 1)