

基于鲁棒H。滤波的锂离子电池SOC估计

潘凤文 弓栋梁 高莹 寇亚林

Lithium-ion battery state of charge estimation based on a robust H_{∞} filter

PAN Feng-wen, GONG Dong-liang, GAO ying, KOU Ya-lin

引用本文:

潘凤文, 弓栋梁, 高莹, 寇亚林. 基于鲁棒H_∞滤波的锂离子电池SOC估计[J]. 工程科学学报, 2021, 43(5): 693-701. doi: 10.13374/j.issn2095-9389.2020.09.21.002

PAN Feng-wen, GONG Dong-liang, GAO ying, KOU Ya-lin. Lithium-ion battery state of charge estimation based on a robust H_{∞} filter[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2021, 43(5): 693–701. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2020.09.21.002

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2020.09.21.002

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于融合模型的锂离子电池荷电状态在线估计

Online estimation of the state of charge of a lithium-ion battery based on the fusion model 工程科学学报. 2020, 42(9): 1200 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2019.09.20.001

无烟煤制备高性能锂离子电池负极材料的研究

High-performance anode materials based on anthracite for lithium-ion battery applications 工程科学学报. 2020, 42(7): 884 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2019.07.11.005

锂离子电池安全性研究进展

Research progress on safety of lithium-ion batteries 工程科学学报. 2018, 40(8): 901 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2018.08.002

3D打印锂离子电池正极的制备及性能

Preparation and performance of 3D-printed positive electrode for lithium-ion battery 工程科学学报. 2020, 42(3): 358 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2019.10.09.006

微热管阵列应用于锂电池模块的散热实验

Experiment on heat dispersion of lithium-ion battery based on micro heat pipe array 工程科学学报. 2018, 40(1): 120 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2018.01.015

等效循环电池组剩余使用寿命预测

Investigation of RUL prediction of lithium-ion battery equivalent cycle battery pack 工程科学学报. 2020, 42(6): 796 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2019.07.03.003 工程科学学报,第 43 卷,第 5 期: 693-701, 2021 年 5 月 Chinese Journal of Engineering, Vol. 43, No. 5: 693-701, May 2021 https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2020.09.21.002; http://cje.ustb.edu.cn

基于鲁棒 H_∞滤波的锂离子电池 SOC 估计

潘凤文^{1,2)},弓栋梁^{1,2)},高 莹^{1,2)},寇亚林^{1,2)}

1) 吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室, 长春 130025 2) 吉林大学汽车工程学院, 长春 130025 ⊠通信作者, E-mail: gaoying@jlu.edu.cn

摘 要 荷电状态(State of charge, SOC)估计是电池管理系统的核心功能之一,它在电动汽车的生命周期中起着重要作用.针 对锂离子电池温度影响模型参数,进而导致 SOC 估计不准确的问题,本文提出了基于鲁棒 H。滤波的 SOC 估计方法.首先, 以二阶 Thevenin 等效电路模型做为锂离子电池基础模型,并将温度对电池模型参数的影响建模为标称电阻值和电池总容量 的加性变量,视温度变化为系统的外部扰动.其次,采用滑动线性法对电池模型进行线性化,并在此基础上运用线性矩阵不 等式技术设计了对 SOC 进行估计的鲁棒 H。滤波器.最后,分别采用四种不同类型的动态电流激励进行仿真实验验证,并将 SOC 的估计结果与 kalman 滤波对 SOC 的估计结果进行对比.结果表明所设计的鲁棒 H。滤波器能够实现对 SOC 更为准确的 跟踪,同时对外部扰动具有较好的鲁棒性.

关键词 锂离子电池; SOC 估计; 模型参数摄动; 模型线性化; H_∞滤波器 分类号 TM911.3

Lithium-ion battery state of charge estimation based on a robust H_{∞} filter

PAN Feng-wen^{1,2)}, GONG Dong-liang^{1,2)}, GAO ying^{1,2)™}, KOU Ya-lin^{1,2)}

1) State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130025, China

2) College of Automotive Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China

Corresponding author, E-mail: gaoying@jlu.edu.cn

ABSTRACT The state of charge (SOC) estimation is one of the core functions of the battery management system; it can play a significant role in the life cycle of electric vehicles. The SOC estimation method has attracted considerable research attention in recent years, particularly about improving estimation accuracy. However, most studies are limited by only focusing on known or fixed battery model parameters and not considering their temperature dependence. This indicates a need to explore how the lithium-ion battery temperature affects the model parameters, which leads to inaccurate SOC estimation. The principal objective of this study is to investigate the robust H_{∞} filter-based method for the problem that temperature affects battery model parameters and thus leads to inaccurate SOC estimation. First, the second-order Thevenin equivalent circuit model with two parallel resistor–capacitor pairs is taken as the basic model of the lithium-ion battery. The influence of temperature on battery model parameters is modeled as an additive variable of the nominal resistance value and the total battery capacity, and the temperature change is considered an external disturbance of the system. Afterward, the sliding linear method is used to linearize this battery model; on this basis, a robust H_{∞} filter for SOC estimation is designed using linear matrix inequality technology. Finally, the effectiveness of the proposed approach is verified using four different types of dynamic current load profiles (the BJDST-Beijing Dynamic Stress Test, FUDS-Federal Urban Driving Schedule, US06-US06 Highway Driving Schedule and BJDST-FUDS-US06 joint dynamic test) compared with the Kalman filter-based SOC estimation method. The simulation analysis results indicate that the proposed SOC estimation approach can realize a higher SOC estimation accuracy even if the model parameters vary with temperature, and it has good robustness to external disturbances.

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2016YFB0100300)

锂离子电池能够提供较高的能量密度和比功 率,没有记忆效应,具有较低的自放电率和较长的 可循环使用寿命,且后续回收过程中对环境污染 相对较少,这些特性使其成为目前新能源汽车的 重要动力源^[1-3].但随着锂离子电池在新能源汽车 中进一步广泛而深入的使用,其可靠性和安全性 正在受越来越严苛的考验.电池管理系统(Battery management system, BMS)的核心目标就是获得表 征锂电池可用容量的 SOC,保证电动车辆安全有 效的运行,并通过降低电压极限的不确定性来实 现动力分配的优化,从而延长电池的使用寿命^[4-6]. 然而,目前锂离子电池可用的测量是电流、电压和 温度,SOC不能直接测量^[7-8].因此,准确估计 SOC 对保证锂电池的安全性和可靠性至关重要.

对于锂离子电池 SOC 的估计方法,目前可大 致分为两类:无模型法(安时积分法、开路电压法) 和基于模型的方法^[9-13].基于模型的 SOC 估计中, 常用的建模方式有黑箱模型、电化学模型、等效 电路模型等.黑箱模型通常使用传递函数来描述 电池的行为,无需重建其基本的物理化学过程,但 是该模型应用场景受限,且模型精度不高. 电化学 模型采用一组偏微分方程来构建整个物理化学过 程的"时-空"动态变化,该模型中大量复杂的电化 学方程计算耗时长,主要用于优化电池的物理设 计和电池相关的设计参数,表征电能产生的基本 机理等. 等效电路模型一般可分为 Thevenin 模型 和阻抗模型两大类.这些基于电压源,电阻和电容 组合的模型具有直观、实用和易于处理的特点,通 常用于控制设计,且特别适合与其它电路或系统 进行协同设计和协同仿真. Thevenin 模型又可分 为一阶 RC 等效电路模型,考虑电压滞后的增强自 校正模型,以及二阶和高阶 RC 模型等.

在有关实时获取电池 SOC 的文献中,广泛采用 基于模型的 SOC 估计方法进行研究. 文献 [14] 采用 二阶 RC 等效电路模型,结合安时积分法与基于模 型的方法对锂电池的 SOC 进行估计,其结果表明, 该方法增强了对测量噪声的鲁棒性. 文献 [15] ~ [16] 针对离散化的锂离子电池二阶 RC 等效电路模型, 采用线性参变技术,设计了计算资源需求较少的 SOC 估计器,而且其所设计的估计器的稳定性可 由线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI) 技术来分析验证. 文献 [17] 采用大电容二阶 RC 电

池模型,该模型可用状态空间函数来表示,由大容 量电容的电压值和电容值来确定 SOC. 并在此模 型基础上设计了对未知扰动和模型不确定性具有 一定鲁棒性的 H_∞滤波器;其所设计的 H_∞滤波器 对 SOC 具有很好的估计性能. 文献 [18] 采用与文 献 [17] 中相同的等效电路模型, 相较于文献 [17], 文献 [18] 中设计了能够改善观测器响应速度的 H_∞切换观测器,进一步提升了对 SOC 的估计性 能. 文献 [9] 和 [19] 均采用电化学锂离子电池模 型,并基于该模型设计了用于估计 SOC 的具有常 值增益的龙伯格非线性观测器,以及一个改进的 输出雅可比矩阵加权增益的非线性观测器,其中 观测器增益的设计均被转化为了求解 LMI 问题. 文献 [20] 采用二阶 RC 等效电路模型, 把电池老化 建模为加性故障,并对锂离子电池模型进行了线 性化,设计了基于 H_∞观测器的故障估计器,从其 仿真结果来看,所设计的故障估计器对干扰具有 很好的鲁棒性,同时对老化故障具有很强的追踪 能力. 文献 [21] 采用与文献 [20] 中相同的锂离子 电池模型,针对 SOC 的估计问题,采用 LMI 技术 设计了基于 H_∞方法的非线性观测器. 文献 [22] 针 对锂离子电池 SOC 的估计误差收敛问题,设计了 三种基于 LMI 技术的鲁棒龙伯格 SOC 观测器,并 分别与传统的基于非线性等效电路模型的扩展卡 尔曼滤波器进行对比,对比结果表明,其设计的两 种基于 LMI 的 SOC 观测器与广泛使用的扩展卡 尔曼滤波器具有相近的性能,并且设计方法更为 简单. 文献 [23] ~ [24] 均采用非线性分数阶锂离子 电池模型对 SOC 进行估计,不同之处是前者采用 二阶 RC 等效电路模型,并基于 SOC 估计误差动 力学方程,运用LMI技术来设计SOC观测器;后 者采用基于阻抗模型和分数阶卡尔曼滤波方法对 SOC 进行估计.

综上可知,大多数文献在锂离子电池 SOC 估 计中选择与 LMI 技术相结合,这样不仅可以简化 设计过程,而且也保证了 SOC 的估计准确性和一 定的鲁棒性.然而,针对锂离子电池模型参数随温 度变动而产生摄动,进而影响 SOC 估计准确性的 问题讨论的并不多.因此,本文在前述工作基础之 上,考虑电池温度波动对模型参数的影响,把温度 对模型参数的影响方式建模为标称电阻值和电池 总容量的加性变量,并视温度变化为系统的外部 扰动. 然后,采用切线法对模型进行线性化. 继而 采用 LMI 技术设计了对 SOC 进行估计的鲁棒 *H*_∞滤波器. 最后,采用四种不同类型的动态激励电 流,并与 kalman 滤波对 SOC 的估计进行对比,对 所设计的 SOC 观测器进行验证.

1 锂离子电池建模

锂离子电池的动态特性高度依赖于它的工作 条件,具有时变参数的二阶 RC 等效电路模型可以 足够精确的来表征锂电池系统特性,同时又相对 简单且计算量不大.因此,本文主要采用二阶 RC 等效电路模型.

表征锂离子电池动态特性的二阶 RC 等效电

1.1 电气模型

路模型如图 1 所示. $I_c \xrightarrow{R_0} \xrightarrow{C_1} \xrightarrow{C_2} \xrightarrow{C_2} \xrightarrow{U_{cv}} \xrightarrow{U_{cv}} \xrightarrow{U_1} \xrightarrow{U_2} \xrightarrow{U_$



根据基尔霍夫电压定律, 锂离子电池的二阶 RC 等效电路模型的动力学方程可表述为

$$\begin{cases} \frac{dU_1}{dt} = -\frac{U_1}{R_1C_1} + \frac{I_c}{C_1} \\ \frac{dU_2}{dt} = -\frac{U_2}{R_2C_2} + \frac{I_c}{C_2} \\ U_T = U_{ocv} - R_0I_c - U_1 - U_2 \end{cases}$$
(1)

式中: t 代表时间, s; U_{ocv} 代表与 SOC 相关的开路 电压(其为 SOC 的函数), V; I_c 为进入或离开电池 正极的电流(放电时为正, 充电时为负), A; R_0 为 内阻, Ω ; R_1 和 C_1 分别为电化学极化电阻(Ω)和电 容(F); R_2 和 C_2 分别为浓差极化电阻(Ω)和电容 (F); U_1 和 U_2 分别代表电化学极化电容 C_1 和浓差 极化电容 C_2 的电压, V; U_T 为端电压, V.

1.2 电池荷电状态模型

电池 SOC 的定义为可用容量(A·h)与电池的 总容量的比值. 简化的 SOC 估计模型如下:

$$\frac{\mathrm{dSOC}}{\mathrm{d}t} = -\frac{I_{\mathrm{c}}}{Q} \tag{2}$$

$$SOC = SOC_0 - \int \frac{I_c}{Q} dt \qquad (3)$$

式中, *Q* 为电池总容量, SOC₀ 为电池的初始 SOC. 需要指出的是电池容量也会随着温度的升高而变 化, 从而影响 SOC 估计的准确性^[13].

大量试验表明, 开路电压 U_{ocv} 与 SOC 在较大的工作区间内均存在一定的线性关系(除了 SOC 非常高或非常低的情况, 小于 20% 或大于 80%)^[14-15].因此, 可以在特定的工作范围采用 SOC 的线性函数来近似逼近开路电压. 它们之间的函数关系具有以下形式:

$$U_{\rm ocv} = a \cdot \text{SOC} + b \tag{4}$$

式中:a和b为给定的常量.

那么根据公式(4),终端电压 $U_{\rm T}$ 与 SOC 的关系可表示为:

$$U_{\rm T} = a \cdot {\rm SOC} + b - R_0 I_{\rm c} - U_1 - U_2 \tag{5}$$

所选用的电池模型参数如下表 1 所示^[20].该 模型参数的获取需要满足以下的条件: (1)T = 40 °C, $I_c=1$ A, SOC=0.5; (2)电池模型的参数与温度、SOC、 以及电流的大小和方向均无关.

表1 电池模型参数									
Table 1 Battery model parameters									
R_0 / Ω	R_1 / Ω	R_2 / Ω	C_1 / F	C_2 / F	<i>Q</i> /(A·h)	а	b		
0.00867	0.0124	0.0123	2239	41831	2.3	1/3	3.05		

上述条件假设非常严格,大量的实际实验已 表明:电池模型参数对于诸如温度、SOC 和充放电 状态以及电流等环境状况的变化是很敏感的;其 中,温度对电池模型参数的影响最为显著^[16].

2 模型线性化

由于温度对锂离子电池的模型参数具有较大 的影响,因此,本文将温度对模型参数的影响方式 建模为标称电阻值和电池总容量的加性变量.其 具有如下形式:

$$\tilde{R}_0 = R_{n0} + \Delta R_0 \tag{6}$$

 $\tilde{R}_1 = R_{n1} + \Delta R_1 \tag{7}$

$$\tilde{R}_2 = R_{n2} + \Delta R_2 \tag{8}$$

$$\tilde{Q} = Q + \Delta Q \tag{9}$$

式中: R_{ni} (*i*=0,1,2)分别表示 R_0 , R_1 , R_2 标称阻值; ΔR_i (*i*=0,1,2)表示由温度变化而引起的阻值变化; \tilde{R}_i (*i*=0,1,2)表示由温度变化而产生的最新阻值; ΔQ 表示由温度变化引起的电池容量变化, \tilde{Q} 表示 由温度变化产生的最新容量.

为了方便计算,把温度变化ΔT视为外部扰动

d,把电阻和容量随温度变化的关系式(6)~(9)进一步简化为以下线性形式:

$$\Delta R_0 = l_0 d \tag{10}$$

$$\Delta R_1 = l_1 d \tag{11}$$

$$\Delta R_2 = l_2 d \tag{12}$$

$$\Delta Q = l_3 d \tag{13}$$

式中: *l_i*(*i* = 0,1,2)表示阻值(或者容量)变化与温度 变化的比值^[20].

把温度对模型参数的影响与系统(1)相结合,则系统的非线性动力学方程可重新表述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = -\frac{1}{C_{1}(R_{n1} + l_{1}d)}x_{1} + \frac{I_{c}}{C_{1}} \\ \dot{x}_{2} = -\frac{1}{C_{2}(R_{n2} + l_{2}d)}x_{2} + \frac{I_{c}}{C_{2}} \\ \dot{x}_{3} = -\frac{1}{Q + l_{3}d}I_{c} \end{cases}$$
(14)

$$U_{\rm T} = a \cdot \text{SOC} + b - (R_{n0} + l_0 d)I_{\rm c} - x_1 - x_2$$

式中, $x_1 = U_1$, $x_2 = U_2$, $x_3 = \text{SOC}$, 选取状态向量 $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, 系统输出 $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} U_T & \text{SOC} & I_c & d \end{bmatrix}^T$.

选取稳态运行点: $x_{1,op} = 0.124$, $x_{2,op} = 0.123$, $x_{3,op} = 0.5$, $I_{c,op} = 1$, $d_{op} = 0$; $\bar{x} = x - x_{op}$, $\bar{I}_c = I_c - I_{c,op}$, $\bar{d} = d - d_{op}$, $\bar{y} = y - y_{op}$. 采用滑动线性法(切线法), 在运行点处进行线性化,可得到鲁棒 H_{∞} 滤波器设 计所需的线性化模型:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{I}_{c} + E\bar{d} \\ \bar{y} = C\bar{x} + D\bar{I}_{c} + F\bar{d} \\ S\bar{O}C = I\bar{x} \end{cases}$$
(15)

 $\begin{aligned} \vec{\mathbf{x}} \dot{\mathbf{p}} \colon \vec{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \, \vec{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \bar{U}_{\mathrm{T}} & \mathrm{S}\bar{\mathrm{O}}\mathrm{C} & \bar{I}_{\mathrm{c}} & \bar{d} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -0.036 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0019 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0004 \\ 0 \\ -0.4348 \\ \overline{3600} \end{bmatrix}, \, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \overline{3600} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -0.0087 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0.0012 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$

3 鲁棒 SOC 估计器设计

针对线性化系统(15),设计一个渐近稳定的 H_∞滤波器,实现对 SOC 的估计,使得传递函数(从 外部扰动到 SOC 估计误差)的 H_∞范数小于给定值 γ,该滤波器具有以下状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_{s} = \boldsymbol{A}_{s}\boldsymbol{x}_{s} + \boldsymbol{B}_{s}\boldsymbol{y} \\ \hat{\boldsymbol{SOC}} = \boldsymbol{C}_{s}\boldsymbol{x}_{s} + \boldsymbol{D}_{s}\boldsymbol{y} \end{cases}$$
(16)

式中: x_s为滤波器的状态向量; A_s, B_s, C_s, D_s是待 设计的适当维数的状态空间矩阵; SÔC为 SOC 的 估计值.

定义增广矩阵 $\tilde{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{x}} & \boldsymbol{x}_s \end{bmatrix}^T$,则滤波误差动态 方程为:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{A}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{B}\bar{I}_{c} + \tilde{E}\bar{d} + G\mathbf{y}_{op} \\ \tilde{z} = \tilde{C}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{D}\bar{I}_{c} + \tilde{F}\bar{d} - D_{s}\mathbf{y}_{op} \end{cases}$$
(17)

 $\vec{x} \neq , \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_s C & A_s \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ B_s D \end{bmatrix}, \quad \tilde{E} = \begin{bmatrix} E \\ B_s F \end{bmatrix},$ $G = \begin{bmatrix} 0 \\ B_s \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} L - D_s C & -C_s \end{bmatrix}, \quad \tilde{D} = -D_s D, \quad \tilde{F} = -D_s F, \quad \tilde{z} = \text{SOC} - \text{SOC}.$

对于系统(17),根据有界实引理,那么存在一个对称正定矩阵 **P**使得

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} + \boldsymbol{P} \tilde{A} & \boldsymbol{P} \tilde{B} & \tilde{C}^{\mathrm{T}} \\ * & -\boldsymbol{I} & \tilde{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma^{2} \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \qquad (18)$$

式中, **I**为适当维数的单位矩阵, γ是 H_∞性能指标, "*"表示矩阵的对称转置.由于公式(18)中存在决 策的变量的耦合, 是一个非线性矩阵不等式.因 此, 下面采用变量替换的方法使其转换为线性矩 阵不等式.定义正定矩阵 **P**及其逆矩阵具有以下 分解形式:

则有

$$\boldsymbol{P}_{11}\boldsymbol{S}_{11} + \boldsymbol{P}_{12}\boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{I} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{\mathrm{res}} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{res}} \mathbf{S}^{\mathrm{T}} = 0 \qquad (20)$$

定义:
$$J = \begin{bmatrix} S_{11} & I \\ S_{12}^{T} & 0 \end{bmatrix}$$
, 那么可得 $PJ = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^{T} & P_{22} \end{bmatrix}$
 $S_{11} & I \\ S_{12}^{T} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}S_{11} + P_{12}S_{12}^{T} & P_{11} \\ P_{12}^{T}S_{11} + P_{22}S_{12}^{T} & P_{12}^{T} \end{bmatrix}$, 即 $PJ =$

$$0 \boldsymbol{P}_{1}^{\mathrm{T}}$$

对矩阵不等式(18)进行同余变换, 左乘矩阵 diag {**J**^T, **I**, **I**}, 右乘矩阵 diag {**J**, **I**, **I**}, 可得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{J} & \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{B}} & \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \\ * & -\boldsymbol{I} & \tilde{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma^{2}\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

其中,

$$J^{T}P\tilde{AJ} = \begin{bmatrix} AS_{11} & A \\ P_{11}AS_{11} + P_{12}B_{s}CS_{11} \\ +P_{12}A_{s}S_{12}^{T} & P_{11}A + P_{12}B_{s}C \end{bmatrix},$$

$$J^{T}P\tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ P_{11}B + P_{12}B_{s}D \end{bmatrix}, J^{T}\tilde{C}^{T} = \begin{bmatrix} S_{11}L^{T} - S_{11}C^{T}D_{s}^{T} - S_{12}C_{s}^{T} \\ L^{T} - C^{T}D_{s}^{T} \end{bmatrix},$$

$$\emptyset|\tilde{A}|$$

$$\begin{bmatrix} S_{11}A + A^{T}S_{11} & W_{0} & B & T_{0} \\ & P_{11}B + \\ * & V_{0} & P_{12}B_{s}D & L^{T} - C^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & * & -I & \tilde{D}^{T} \\ * & * & * & -\gamma^{2}I \end{bmatrix} < 0$$
(22)

 $\vec{\mathbf{x}} \stackrel{\text{th}}{=} : W_0 = A + S_{11}A^{\mathrm{T}}P_{11} + S_{11}C^{\mathrm{T}}B_s^{\mathrm{T}}P_{12}^{\mathrm{T}} + S_{12}A_s^{\mathrm{T}}P_{12}^{\mathrm{T}},$ $T_0 = S_{11}L^{\mathrm{T}} - S_{11}C^{\mathrm{T}}D_s^{\mathrm{T}} - S_{12}C_s^{\mathrm{T}}, \quad V_0 = P_{11}A + A^{\mathrm{T}}P_{11} + P_{12}B_sC + C^{\mathrm{T}}B_s^{\mathrm{T}}P_{12}^{\mathrm{T}}.$

定义: $Z = P_{12}B_s$, $\tilde{Z} = C_s S_{12}^T$, $\hat{Z} = P_{12}A_s S_{12}^T$, 则有: $W_1 = A + S_{11}A^T P_{11} + S_{11}C^T Z^T + \hat{Z}^T$, $T_1 = S_{11}L^T - S_{11}C^T D_s^T - \tilde{Z}^T$, $V_1 = P_{11}A + A^T P_{11} + ZC + C^T Z^T$. 则公 式(22)可重新表述为

$$\begin{bmatrix} AS_{11} + S_{11}A^{T} & W_{1} & B & T_{1} \\ * & V_{1} & P_{11}B + ZD & L^{T} - C^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & -I & -D^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & * & -\gamma^{2}I \end{bmatrix} < 0$$
(23)

从公式(23)中可以看出,矩阵 W₁中依然存在 矩阵变量的耦合,从而产生非线性.那么,公式 (23)分别左乘和右乘矩阵 diag{S⁻¹₁, I, I, I},可得

$$\begin{bmatrix} S_{11}^{-1}A + A^{\mathrm{T}}S_{11}^{-1} & W_2 & S_{11}^{-1}B & T_2 \\ * & V_2 & P_{11}B + ZD & L^{\mathrm{T}} - C^{\mathrm{T}}D_s^{\mathrm{T}} \\ * & * & -I & -D^{\mathrm{T}}D_s^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$
(24)

式中: $W_2 = S_{11}^{-1}A + A^T P_{11} + C^T Z^T + S_{11}^{-1} \hat{Z}^T, T_2 = L^T - C^T D_s^T - S_{11}^{-1} \tilde{Z}^T, V_2 = P_{11}A + A^T P_{11} + ZC + C^T Z^T.$

定义: $Y = S_{11}^{-1}, X = P_{11}, M = \hat{Z}S_{11}^{-1} = \hat{Z}Y, N = \tilde{Z}S_{11}^{-1} = \tilde{Z}Y, 则有以下线性矩阵不等式形式:$

$$\begin{bmatrix} YA + A^{T}Y & W & YB & T \\ * & V & XB + ZD & L^{T} - C^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & -I & -D^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & * & -\gamma^{2}I \end{bmatrix} < 0$$
(25)

式中: $W = YA + A^{\mathrm{T}}X + C^{\mathrm{T}}Z^{\mathrm{T}} + M^{\mathrm{T}}, T = L^{\mathrm{T}} - C^{\mathrm{T}}D_{s}^{\mathrm{T}} - N^{\mathrm{T}}, V = A^{\mathrm{T}}X + XA + ZC + C^{\mathrm{T}}Z^{\mathrm{T}}.$

对称矩阵 P 是正定的, 也就是说 P > 0, 那么有

 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{P}_{11} \end{bmatrix} > 0, \, \bar{\boldsymbol{\omega}} \, \boldsymbol{\Pi} \, \operatorname{Schur} \, \boldsymbol{N}, \, \boldsymbol{\mathcal{M}} \, \boldsymbol{P}_{11} - \boldsymbol{S}_{11}^{-1} > 0, \, \boldsymbol{\mathcal{W}}$

$$\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y} > \boldsymbol{0} \tag{26}$$

根据上述(18)~(26)的推导过程,可总结为 如下的定理形式.

定理 1: 给定正定标量 $\gamma > 0$,系统(17)是渐近 稳定的,条件 $\|G_{\bar{z}\bar{d}}\|_{\infty} < \gamma$ 成立,当且仅当存在对称正 定矩阵 X, Y,矩阵 M, N, Z, D_s,使得如下线性矩阵 不等式成立

$$\begin{bmatrix} YA + A^{T}Y & W & YB & T \\ * & V & XB + ZD & L^{T} - C^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & -I & -D^{T}D_{s}^{T} \\ * & * & * & -\gamma^{2}I \end{bmatrix} < 0$$

$$(27)$$

$$X - Y > 0$$

$$(28)$$

式中: "*"表示矩阵的对称转置; $\|G_{\bar{z}\bar{d}}\|_{\infty} < \gamma$ 表示从 \bar{d} 到 \bar{z} 的传递函数的 H_{∞} 性能指标小于给定值 γ .

 $W = YA + A^{\mathrm{T}}X + C^{\mathrm{T}}Z^{\mathrm{T}} + M^{\mathrm{T}}, \ T = L^{\mathrm{T}} - C^{\mathrm{T}}D_{s}^{\mathrm{T}} - N^{\mathrm{T}},$ $V = A^{\mathrm{T}}X + XA + C^{\mathrm{T}}Z^{\mathrm{T}} + ZC.$

所设计的鲁棒 H_∞滤波器可以通过求解以下优 化问题得到:

$$\begin{array}{l} \min_{X,Y,M,N,Z,D_s} \gamma, \\ \text{s.t.} (27), (28) \end{array}$$

公式(29)中的半定规划问题可以通过 Matlab 中的第三方工具箱 Yalmip 进行求解,其中诸如 sedumi, sdpt3, mosek 等求解器都能处理以上的凸 优化问题^[25-26]. 由于 mosek 的计算速度、计算精度 和稳定性等综合性能最为出色,且免费供学术使 用,因此,本文中的线性矩阵不等式问题采用 mosek 求解器进行求解.获得矩阵变量后,可根据 公式(19),即 $I - XY^{-1} = P_{12}S_{12}^{T}$ 的奇异值分解来获 得矩阵 P_{12} 和 S_{12} . 进而,所获得的鲁棒 H_{∞} 滤波器的 状态空间矩阵可表示为: $A_s = P_{12}^{-1}\hat{Z}(S_{12}^{T})^{-1}$, $B_s = P_{12}^{-1}Z$, $C_s = \tilde{Z}(S_{12}^{T})^{-1}$.

4 仿真实验

通过在 Matlab 中求解优化问题(29),获得干 扰抑制性能指标 $\gamma = 5.7274 \times 10^{-5}$.最终获得所设计 的鲁棒 H_{α} 滤波器状态空间矩阵分别为

$$\boldsymbol{A}_{s} = \begin{bmatrix} -0.0002 & 0.0047 & -0.0069 \\ -0.0080 & -0.1062 & 0.1149 \\ 0.0124 & 0.0906 & -0.1349 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_{s} = \begin{bmatrix} -0.0010 & -0.0003 & -0.0169 & 0 \\ 0.0168 & 0.0074 & 0.1727 & 0 \\ -0.0254 & -0.0090 & -0.3921 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_{s} = 10^{-4} \times 10^{-4$$

[0.0539 -0.0296 0.1622], $D_s = [0 \ 1 \ 0 \ 0.0001]$. 仿真实验中给电流输入信号注入了能量为 0.001的白噪声,温度变动用幅值为 40的正弦函数 进行模拟,仿真结果与 kalman 滤波对 SOC 的估计 结果进行对比分析.采用四种类型的动态测试进 行仿真实验验证,其分别为 BJDST (Beijing Dynamic Stress Test)、FUDS (Federal Urban Driving Schedule)、 US06 (US06 Highway Driving Schedule) 以及 BJDST-FUDS-US06 联合驾驶时间表动态测试.一个完整 BJDST 循环是 916 s, 一个完整 FUDS 循环是 1372 s, 一个完整 US06 循环是 600 s. 其完整循环时间历 程如下图 2,图 3 所示.







BJDST, FUDS 和 US06 动态激励下的基于 H_∞ 滤波的 SOC 估计和基于 kalman 滤波的 SOC 估计 以及它们的 SOC 估计误差时间历程曲线如图 4~ 图 9 所示.其中蓝色实线表示模型输出,红色实线 表示 H_∞估计,绿色实线表示 kalman 估计.

从图 4 中可以看出,在 BJDST 动态激励下,基





于鲁棒 H_{∞} 滤波器的 SOC 估计时间历程曲线比基 于 kalman 滤波的 SOC 估计时间历程曲线更为接 近模型输出值.图 5中 BJDST 动态激励下的 SOC 估计误差表明,基于鲁棒 H_{∞} 滤波器的 SOC 估 计误差波动幅值小于基于 kalman 滤波的 SOC 估











计误差波动幅值.从表 2 中对应的均方根值对比结果可以看出,基于鲁棒 H_∞滤波器的 SOC 估计比模型输出大 0.1%,而基于 kalman 滤波的 SOC 估计相较于模型输出小 0.27%.基于鲁棒 H_∞滤波器的 SOC 估计误差均方根值是 0.0019, 明显小于基于

kalman 滤波的 SOC 估计误差均方根值 0.0041. 图 4, 图 5 以及对应表 2 中的均方根值分析结果表明,即 使在电流信号存在干扰,电池温度持续波动并对 模型参数产生一定影响的条件下,所设计的鲁棒 *H*_∞滤波器依然能够实现对 SOC 的准确估计.

表 2 SOC 估计及其估计误差的均方根值 **Table 2** RMS value of SOC estimation and estimation error

Dynamic test	Model output (RMS)	H_{∞} filter (RMS)	Kalman filter (RMS)
BJDST	0.4874	0.4879	0.4861
BJDST estimation error		0.0019	0.0041
FUDS	0.4703	0.4704	0.4694
FUDS estimation error		0.0018	0.0036
US06	0.4991	0.4992	0.4986
US06 estimation error		0.0019	0.0043
BJDST-FUDS-US06	0.3186	0.3186	0.3175
BJDST-FUDS-US06 estimation error		0.0022	0.0033

四种不同类型动态激励下的 SOC 估计,以及 SOC 估计误差的均方根值(Root mean square, RMS) 如下表 2 所示.

BJDST-FUDS-US06联合动态测试下的SOC估 计及其估计误差时间历程曲线如下图10~11所示.





在 FUDS 动态激励下,图 6 中的 SOC 估计时 间历程曲线表明相较于基于 kalman 滤波的 SOC 估计,基于鲁棒 H_{∞} 滤波器的 SOC 估计与模型输出 较为接近.图 7 中的 SOC 估计误差时间历程曲线 表明了基于鲁棒 H_{∞} 滤波器的 SOC 估计误差波动 幅值比基于 kalman 滤波的 SOC 估计误差波动幅 值要小.从表 2 中 FUDS 动态测试下的均方根值 可以看出,基于鲁棒 H_{∞} 滤波器的 SOC 估计的均方





根值与模型输出的均方根值近乎一致,而基于 kalman 滤波的 SOC 估计的均方根值相较于模型输 出的均方根值小 0.21%.基于 kalman 滤波的 SOC 估计误差均方根值 0.0036 明显大于基于鲁棒 H_∞ 滤波器的 SOC 估计误差均方根值 0.0018.图 6, 图 7 以及表 2 中相对应的 FUDS 激励下的均方根 值分析对比结果表明,所设计的 H_∞滤波器不仅具 有很好的鲁棒性,而且具有优异的 SOC 估计性能.

在 US06 动态激励下,图 8 中的 SOC 时间历程 曲线和图 9 中的 SOC 估计误差时间历程曲线表 明,与基于 kalman 滤波的 SOC 估计相比,基于鲁 棒 H_a滤波器的 SOC 估计更为接近模型输出值. 表 2 中对应的 US06 动态激励下的均方根值对比 结果表明,基于鲁棒 H_a滤波器的 SOC 估计的均方 根值与模型输出的均方根值几近一致,而基于 kalman 滤波的 SOC 估计的均方根值比模型输出的均方根 值小 0.1%.基于鲁棒 H_a滤波器的 SOC 估计误差 均方根值是 0.0019,明显小于基于 kalman 滤波的 SOC 估计误差均方根值 0.0043. 仿真实验与均方 根值的对比结果表明,所设计的 H_a滤波器具有更 为优异的 SOC 估计性能,同时具有很好的干扰抑 制效果,即具有很强的鲁棒性.

在 BDST-FUDS-US06 联合动态测试下,图 10 中接近 10 h 的时间历程表明, H_∞滤波和 kalman 滤 波的时间历程均比较接近于模型输出结果.从 图 11 中的 SOC 估计误差时间历程曲线中可以看 出, H_∞估计误差比 kalman 滤波估计误差具有更小 的波动幅值.表 2 中对应的 BDST-FUDS-US06 联 合动态激励下的均方根值表明, H_∞滤波与模型输 出的均方根值均为 0.3186, 而 kalman 滤波比模型 输出的均方根值小 0.35%.基于 kalman 滤波的 SOC 估计误差均方根值 0.0033 明显大于基于鲁棒 H_∞滤波器的 SOC 估计误差均方根值 0.0022. 仿真 实验与均方根值的对比结果表明,所设计的鲁棒 H_∞滤波器不仅对外部扰动表现出了很好的鲁棒 性,而且能够实现对 SOC 的强跟踪能力.

5 结论

本文采用LMI技术设计了用于SOC估计的鲁 棒 H_a滤波器.该滤波器的设计考虑了锂离子电池 模型参数随温度变化产生摄动影响SOC估计准确 性的问题.把电池温度变化对模型参数的影响方 式建模为标称电阻值和电池总容量的加性变量, 并将电池温度变化看作系统的外部扰动.通过切 线法对模型进行了线性化,并基于该线性化模型 设计了估计 SOC 的观测器.最后,采用四种不同 类型的动态电流激励,并与 kalman 滤波对 SOC 的 估计结果进行仿真对比,其结果表明所设计的鲁 棒 H_a滤波器不仅具有优异的 SOC 估计性能,而且 对外部扰动表现出了很好的鲁棒性.

参考文献

- [1] Wang X L, Jin H Q, Liu X Y. Online estimation of the state of charge of a lithium-ion battery based on the fusion model. *Chin J Eng*, 2020, 42(9): 1200
 (王晓兰, 靳皓晴, 刘祥远. 基于融合模型的锂离子电池荷电状态在线估计. 工程科学学报, 2020, 42(9): 1200)
- [2] Su W, Zhong G B, Shen J N, et al. The progress in fault diagnosis techniques for lithium-ion batteries. *Energy Storage Sci Technol*, 2019, 8(2): 225
 (苏伟, 钟国彬, 沈佳妮, 等. 锂离子电池故障诊断技术进展. 储 能科学与技术, 2019, 8(2): 225)
- [3] Liu X T, Sun Z C, He Y, et al. SOC estimation method based on lithium-ion cell model considering environmental factors. J Southeast Univ Nat Sci Ed, 2017, 47(2): 306
 (刘新天, 孙张驰, 何耀, 等. 基于环境变量建模的锂电池SOC估 计方法. 东南大学学报(自然科学版), 2017, 47(2): 306)
- [4] Feng D W, Lu C, Chen Y, et. al. Battery state-of-charge online estimation based on H_∞ observer with current debasing and noise distributions. J Univ Electron Sci Technol China, 2017, 46(4): 547 (冯代伟, 陆超, 陈勇, 等. 具有电流偏差和噪声扰动的H_∞观测器 在线估计电池SoC状态. 电子科技大学学报, 2017, 46(4): 547)
- [5] Lin X F, Kim Y, Mohan S, et al. Modeling and estimation for advanced battery management. *Ann Rev Control Rob Autonom Syst*, 2019, 2: 393
- [6] Miao Z X, Xu L, Disfani V R, et al. An SOC-based battery management system for microgrids. *IEEE Trans Smart Grid*, 2014, 5(2): 966
- [7] Tan F M, Zhao J J, Wang Q. A novel robust UKF algorithm for SOC estimation of traction battery. *Autom Eng*, 2019, 41(8): 944

(谈发明,赵俊杰,王琪.动力电池SOC估计的一种新型鲁棒 UKF算法.汽车工程,2019,41(8):944)

- [8] Cheng K W E, Divakar B P, Wu H J, et al. Battery-management system (BMS) and SOC development for electrical vehicles. *IEEE Trans Veh Technol*, 2011, 60(1): 76
- [9] Dey S, Ayalew B. Nonlinear observer designs for state-of-charge estimation of lithium-ion batteries // 2014 American Control Conference. Portland, 2014: 248
- [10] Bhangu B S, Bentley P, Stone D A, et al. Nonlinear observers for predicting state-of-charge and state-of-health of lead-acid batteries for hybrid-electric vehicles. *IEEE Trans Veh Technol*, 2005, 54(3): 783
- [11] He H W, Xiong R, Fan J X. Evaluation of lithium-ion battery equivalent circuit models for state of charge estimation by an experimental approach. *Energies*, 2011, 4(4): 582
- [12] Ding Z T, Deng T, Li Z F, et al. SOC estimation of lithium-ion battery based on ampere hour integral and unscented Kalman filter. *China Mech Eng*, 2020, 31(15): 1823
 (丁镇涛, 邓涛, 李志飞, 等. 基于安时积分和无迹卡尔曼滤波的 锂离子电池SOC估算方法研究. 中国机械工程, 2020, 31(15): 1823)
- [13] Jin B W, Qiao H M, Pan T H, et al. Lithium battery SOC estimation based on internal resistance power consumption. *Autom Eng*, 2020, 42(8): 1008
 (靳博文,乔慧敏,潘天红,等.基于内阻功率消耗的锂电池 SOC估计.汽车工程, 2020, 42(8): 1008)
- [14] Codeca F, Savaresi S M, Rizzoni G. On battery state of charge estimation: A new mixed algorithm // 2008 IEEE International Conference on Control Applications. San Antonio, 2008: 102
- [15] Hu Y R, Yurkovich S. Battery state of charge estimation in automotive applications using LPV techniques // Proceedings of the 2010 American Control Conference. Baltimore, 2010: 5043
- [16] Hu Y, Yurkovich S. Battery cell state-of-charge estimation using linear parameter varying system techniques. *J Power Sources*, 2012, 198: 338

- [17] Zhang Y, Zhang C H, Zhang X F. State-of-charge estimation of the lithium-ion battery system with time-varying parameter for hybrid electric vehicles. *IET Control Theory Appl*, 2013, 8(3): 160
- [18] Liu C Z, Zhu Q, Li L, et al. A state of charge estimation method based on H∞ observer for switched systems of lithium-ion nickelmanganese-cobalt batteries. *IEEE Trans Ind Electron*, 2017, 64(10): 8128
- [19] Dey S, Ayalew B, Pisu P. Nonlinear robust observers for state-ofcharge estimation of lithium-ion cells based on a reduced electrochemical model. *IEEE Trans Control Syst Technol*, 2015, 23(5): 1935
- [20] Wang T H, Martinez-Molina J J, Sename O. H_{∞} observer-based battery fault estimation for HEV application. *IFAC Proc Vol*, 2012, 45(30): 206
- [21] Zhu Q, Li L, Hu X S, et al. H_{∞} -based nonlinear observer design for state of charge estimation of lithium-ion battery with polynomial parameters. *IEEE Trans Veh Technol*, 2017, 66(12): 10853
- [22] Dreef H J, Beelen H P G J, Donkers M C F. LMI-based robust observer design for battery state-of-charge estimation // 2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Miami Beach, 2018: 5716
- [23] Wang B J, Liu Z Y, Li S E, et al. State-of-charge estimation for lithium-ion batteries based on a nonlinear fractional model. *IEEE Trans Control Syst Technol*, 2017, 25(1): 3
- [24] Lu W, Xu D, Yang Q X, et al. Fractional model and state-ofcharge of lithium battery. J Xi'an Jiaotong Univ, 2017, 51(7): 124 (鲁伟, 续丹, 杨晴霞, 等. 锂电池分数阶建模与荷电状态研究. 西安交通大学学报, 2017, 51(7): 124)
- [25] Lofberg J. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB // 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans, 2004: 284
- [26] Löfberg J. Modeling and solving uncertain optimization problems in YALMIP // Proceedings of the 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008: 1337