



## 离散元法在磨矿设备及参数优化研究中的应用现状

戴惠新 唐冬冬 王飞旺 谢佩 赵明珠

### Application status of discrete element method in grinding equipment research and parameter optimization

DAI Hui-xin, TANG Dong-dong, WANG Fei-wang, XIE Pei, ZHAO Ming-zhu

引用本文:

戴惠新, 唐冬冬, 王飞旺, 谢佩, 赵明珠. 离散元法在磨矿设备及参数优化研究中的应用现状[J]. *工程科学学报*, 2022, 44(3): 319–327. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2020.11.05.004

DAI Hui-xin, TANG Dong-dong, WANG Fei-wang, XIE Pei, ZHAO Ming-zhu. Application status of discrete element method in grinding equipment research and parameter optimization[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2022, 44(3): 319–327. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2020.11.05.004

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.11.05.004>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于DEM的高频振网筛多参数优化

Multi-parameter optimization of high-frequency vibrating screen based on DEM

*工程科学学报*. 2021, 43(6): 852 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.04.16.005>

#### 移动床固体颗粒绕流顺排圆管的过程

Particles flowing process across aligned tubes in a moving bed

*工程科学学报*. 2018, 40(6): 735 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2018.06.012>

#### 轧辊偏移条件下六辊轧机的板形调控特性

Shape-control characteristics of six-high mill with roll offset

*工程科学学报*. 2017, 39(8): 1188 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2017.08.008>

#### 柔性隔离层下多漏斗散体矿岩力链演化特征的离散元模拟

Discrete element simulation for evolution characteristics of multi-funnel mineral-rock force chain under flexible isolation layer

*工程科学学报*. 2020, 42(9): 1119 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2019.10.03.001>

#### 基于全局优化支持向量机的多类别高炉故障诊断

Multi-class fault diagnosis of BF based on global optimization LS-SVM

*工程科学学报*. 2017, 39(1): 39 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2017.01.005>

#### 电化学方法在不锈钢腐蚀研究中的应用现状及发展趋势

Current application and development trend in electrochemical measurement methods for the corrosion study of stainless steels

*工程科学学报*. 2020, 42(5): 549 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2019.05.15.002>

# 离散元法在磨矿设备及参数优化研究中的应用现状

戴惠新, 唐冬冬, 王飞旺<sup>✉</sup>, 谢佩, 赵明珠

昆明理工大学国土资源工程学院, 昆明 650093

✉通信作者, E-mail: [wangfw0310@qq.com](mailto:wangfw0310@qq.com)

**摘要** 介绍了离散元法(DEM)在磨矿领域的应用背景;解释了 DEM 中 Hertz-Mindlin 接触模型和颗粒黏结模型的基本原理;分类综述了 DEM 在球磨机、搅拌磨机和自磨机/半自磨机等三类磨矿设备及参数优化研究中的应用现状;指出了 DEM 在磨矿领域研究中的独特优势及其发展方向。

**关键词** 离散元法;球磨;搅拌磨机;自磨机;半自磨机

**分类号** TD453

## Application status of discrete element method in grinding equipment research and parameter optimization

*DAI Hui-xin, TANG Dong-dong, WANG Fei-wang<sup>✉</sup>, XIE Pei, ZHAO Ming-zhu*

Faculty of Land Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China

✉ Corresponding author, E-mail: [wangfw0310@qq.com](mailto:wangfw0310@qq.com)

**ABSTRACT** Grinding is an important link in the process of mineral processing. This is because whether the useful minerals in the ore can fully dissociate the monomers and the particle size meets the sorting requirements have a decisive effect on the beneficiation index. Over the last two decades, the discrete element method (DEM) has become an important tool for understanding comminution fundamentals and providing theoretical guidance for the design, optimization, and operation of comminution devices. DEM is now widely used in industries where comminution is critical. The application of DEM in simulating fracture, breakage, crushing, milling and equipment wear has become increasingly extensive and complex, resulting in tremendous changes in the understanding of the grinding process. In this article, the application background of DEM in the field of grinding was introduced; the basic principles of two commonly used models in DEM, the Hertz-Mindlin contact model, and the bonding particle model, were explained. Subsequently, the application status of DEM in ball mills, stirring mills and self-mill/semi-automatic mills, and other three types of grinding equipment and parameter optimization research were summarized. Finally, it further pointed out the unique advantages of DEM in the field of grinding and its development direction.

**KEY WORDS** discrete element method; ball mill; stirring mill; autogenous mill; semiautogenous mill

磨矿是选矿工艺的重要环节,磨矿工段的投资以及经营费用在整个选矿厂中占有很大的比例。另外,矿石中有用矿物能否充分单体解离、粒度是否达到选别要求对选矿指标具有决定性的作

用。为了经济合理地确定磨机装球量、转数、临界转速和磨机功率等工作参数,以提高磨矿效率、优化设备结构参数,需要对磨机工作时研磨介质在磨机筒体内的运动规律以及磨机的结构进行研

收稿日期: 2020-11-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51764023)

究。传统磨矿工艺的研究和设备的优化改进依赖于经验,通过试验或工程应用来验证,使得磨矿技术的发展及设备的优化改进迟缓。随着计算机性能的提高,计算机仿真模拟技术发展迅速,并成为工程问题的研究的一种重要方法,在磨矿领域也得到了广泛应用。其中,离散元法(DEM)是研究矿石碎磨机理的重要工具。基于该方法可以更好的了解磨机的内部运动、不同设计参数和操作条件对物料运动状态、磨矿介质和衬板的磨损状态以及磨损给磨机磨矿效率带来的影响,从而进行磨机的优化设计和操作条件的优化,提高磨机的生产效率,达到降低能量消耗和生产成本的目的<sup>[1]</sup>。随着离散元理论不断完善和计算机计算能力的增强,DEM成为有效解释矿石矿粒运动并通过其优化结构参数来改善磨机运行和生产效率的强大工具。

## 1 离散元法的基本原理

DEM是一种用于计算矿粒的运动和碰撞的数值模拟方法,广泛地应用于解决矿粒状和不连续材料中的工程问题<sup>[2]</sup>。从简单的二维模拟效果验证到复杂的三维过程模拟,从单一的DEM模型到DEM与其他技术的结合使用,都验证了DEM在磨机数值模拟中取得了实质性的突破<sup>[3]</sup>。在计算过程中,DEM充分考虑了所研究系统中每个矿粒的运动,将系统中所研究的矿粒视为相互独立的单元,并基于公认的接触力学来明确各单元之间以及单元与系统边界之间的相互作用;根据单元彼此间存在的力与力矩,应用牛顿第二定律,采用相关的迭代分析方法对系统整体进行交替计算,最后通过单元内每一点的线速度和单元的角速度来描述单元的物理状态。通过对各个矿粒的追踪计算,从宏观上即可反应整体的运动规律<sup>[4-5]</sup>。另外,模拟得到的信息还可估算磨机的能耗,提供力和

能量信息可评估整体磨矿性能;通过将试验中的矿石可磨性与DEM模拟中的能量条件相结合,还可以建立数学模型来预测磨机的性能,进而确定磨机最优的工作参数以及对磨机结构进行优化改进<sup>[6]</sup>。在磨矿过程的模拟中,常用的离散元模型包括接触模型和黏结模型两种<sup>[7]</sup>。

### 1.1 接触模型

接触模型是求解颗粒边界间接触力的核心技术。为了提高磨机DEM仿真中接触力和功率等力学参数计算的准确性,研究者们已将各种接触模型引入磨机DEM仿真中<sup>[8]</sup>。Tsujii等<sup>[9]</sup>提出了一种非线性接触模型,在该模型中,Hertz接触理论用于求解法向力-位移关系,Mindlin切向模型<sup>[10]</sup>用于求解无滑移时的切向力-位移关系,此外,还忽略了矿粒表面的黏结,并假设矿粒的表面光滑且矿粒间的接触面相对整个矿粒表面很小。目前,常用的接触模型就是通过结合法线方向上的Hertz接触理论和切向方向的Mindlin无滑动模型来对矿粒间的接触进行建模,因此矿粒受到的作用力可以看作是接触点上切向和法向上的合力,其关系式如下<sup>[11-12]</sup>:

法向接触力( $F_n$ )是法向重叠量 $\delta_n$ 的函数:

$$F_n = -K_n \delta_n + C_n v_n^{\text{rel}} \quad (1)$$

式中, $K_n$ 是法向弹簧刚度常数, $C_n$ 是法向方向的阻尼系数, $v_n^{\text{rel}}$ 是相对速度的法向分量。

切向上受到的阻尼力( $F_t$ )为:

$$F_t = \min\{\mu F_n, K_t \delta_t + C_t v_t^{\text{rel}}\} \quad (2)$$

式中, $K_t$ 是切向弹簧刚度常数, $\delta_t$ 是切向重叠量, $C_t$ 是切向方向的阻尼系数, $v_t^{\text{rel}}$ 是相对速度的切向分量, $\mu$ 是静摩擦系数。

接触模型中使用的弹簧刚度和阻尼系数如表1所示,其中 $E^*$ 是弹性模量, $R^*$ 是等效半径, $G^*$ 是剪切模量, $\varepsilon$ 是恢复系数, $m^*$ 是质量。

表1 接触模型中使用的弹簧刚度和阻尼系数

Table 1 Spring stiffness and damping coefficients used in the contact model

Coil type	Normal direction	Tangential direction
Spring stiffness constant, $K$	$K_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^* \delta_t}$	$K_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}$
Damping coefficient, $C$	$C_n = 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} \sqrt{m^* 2E^* \sqrt{R^* \delta_n}}$	$C_t = 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} \sqrt{K_t m^*}$

### 1.2 矿粒黏结模型

矿粒黏结模型(BPM)是矿石破裂模拟时常用的模型,如图1所示。在模型中,将矿石假设为球

体在一定空间内填充分布或粘合在一起形成的易碎物体,其中的颗粒和胶结键都是可形变的,通过控制每个键的强度和机械性能,来模拟岩石材料

的机械性能和破损过程. 在模型中, 根据梁理论, 作用在平行黏结边缘上的最大拉伸应力( $\bar{\sigma}^{\max}$ )和剪切应力( $\bar{\tau}^{\max}$ )为<sup>[13]</sup>:

$$\bar{\sigma}^{\max} = \frac{-\bar{F}^n}{A} + \frac{|\bar{M}^s| \bar{R}}{I} \quad (3)$$

式中,  $\bar{F}^n$ 是法向力,  $\bar{M}^s$ 是切向转矩,  $A$ 是黏结键的横截面积,  $I$ 是黏结键的转动惯量,  $\bar{R}$ 是黏结键的半径.

$$\bar{\tau}^{\max} = \frac{-\bar{F}^s}{A} + \frac{|\bar{M}^n| \bar{R}}{I} \quad (4)$$

式中,  $\bar{M}^n$ 是法向转矩.

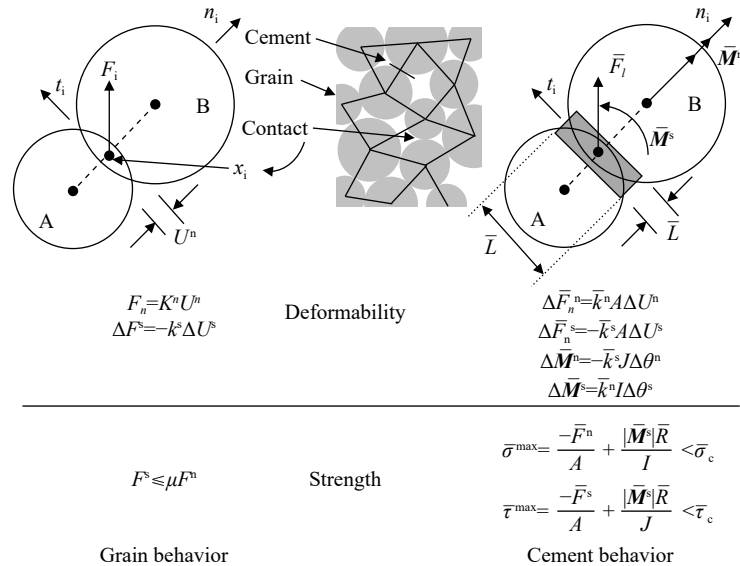


图1 矿粒-黏结系统的受力及位移<sup>[13]</sup>

Fig.1 Force-displacement behaviour of grain-cement system<sup>[13]</sup>

矿粒-黏结系统的受力及位移如图1所示, 其中,  $k^n$ 、 $k^s$ 分别是黏结键的法向弹性系数和切向弹性系数,  $U^n$ 、 $U^s$ 分别是黏结键的法向位移和切向位移,  $J$ 是黏结键的极转动惯量,  $\theta^n$ 、 $\theta^s$ 分别是黏结键的法向转动角度和切向转动角度. 当最大拉伸应力超过拉伸强度( $\bar{\sigma}^{\max} \geq \bar{\sigma}_c$ )或最大剪切应力超过剪切强度( $\bar{\tau}^{\max} \geq \bar{\tau}_c$ )时, 平行键断裂, 并将其连同其伴随的力、力矩和刚度从模型中删除, 实现矿粒的破碎<sup>[13]</sup>.

## 2 离散元法在磨矿设备中运用

磨矿过程需要将矿石分阶段的由大到小磨细成不同粒度, 而针对不同性质的矿石以及不同的产品要求需要不同系列的磨矿设备. 这些不同的磨矿设备为矿石提供了完全不同的机械环境, 而不同环境中影响磨矿过程的因素也不同, 因此模拟的方式及研究的重点也不一样. 目前, 已采用DEM对球磨机、搅拌磨机以及自磨半自磨机等常用磨机进行了数值模拟研究.

### 2.1 球磨机

球磨机是矿物加工行业中的主要研磨设备, 磨矿方式以冲击破碎和研磨为主. 多数研究从矿石性质(粒度、形状)、衬板的形状及数量和研磨

介质的形状等方面对磨矿过程的影响进行研究.

1992年, Mishra和Rajamani<sup>[14-15]</sup>首次采用球磨机的二维DEM模型对矿粒系统的多体碰撞行为进行建模, 研究了球磨机中钢球的运动, 并将模拟得到的物料底脚位置及球磨机的功耗与实验室测得数据进行比较, 发现两者结果十分接近, 离散元法也在磨矿研究中首次得到运用. 随后, Cleary等<sup>[16-17]</sup>根据冲击破碎的能量吸收或挤压破碎的高应力来识别要研磨的矿粒, 研究了进料粒度对球磨机能量利用的影响. 研究表明, 对于较细的物料, 研磨过程中使用的能量占比较大, 而对于较粗的物料, 介质和衬板的磨损较高. 2016年, Weerasekara等<sup>[18]</sup>在DEM模拟中通过改变球磨机尺寸和进料粒度分布来模拟磨机中的研磨环境, 并通过总的能量消耗和导致粉碎的碰撞环境的性质对各尺寸的磨机进行分析. 研究表明, 进料粒度分布对磨机输入功率以及能量在整个装料上的分配方式有很大影响, 较小的矿粒具有较高的能量, 而较大的矿粒具有较小的能量, 但是这种影响的程度取决于球磨机的尺寸. 后来, Jiang等<sup>[19]</sup>采用基于DEM的相似原理来减少模拟中的矿粒数量, 研究了矿粒加速度和磨机转速之间的关系, 并在一系列不同直径磨机中模拟了矿粒运动, 该方案虽然大大提



高了计算的速度和效率,但忽略了矿粒间的相互作用。

提升衬板是影响球磨机研磨效率的重要组件。为了研究提升衬板的磨损对磨机磨矿效率的影响, Radziszewski 和 Tarasiewicz<sup>[20]</sup> 使用简化的 DEM 模型计算能量损耗,分析由于球磨介质的磨损而导致尺寸变化的分布情况以及衬套轮廓的变化规律。Bian 等<sup>[21]</sup> 进一步研究了提升衬板的高度和数量对球磨机中矿粒运动行为的影响。研究表明,提升衬板的高度过低时,大多数矿粒以相对较低的速度运动,球磨机的工作效率较低;提升衬板的高度过高时,多数矿粒直接撞击在提升衬板上,加速了提升衬板的磨损;此外,抛落矿粒的数量会随着提升衬板数量增加而增加,而且矿粒流会随着提升衬板数量增加变得更加密集和连续<sup>[21]</sup>。随后, Peng 等<sup>[22]</sup> 考虑了物料形状的影响,使用球形矿粒组合成的非球形铁矿石矿粒,研究了提升衬板轮廓对球磨机中非球形铁矿石矿粒载荷行为的影响。

球磨机滚筒衬板的轮廓是一个重要的设计参数,它会影响到球磨机的荷载行为,进而影响到磨机的磨矿效率。通常情况下,随着滚筒衬板的磨损,磨机的性能会略有提高,然后下降。为了确定滚筒衬板磨损给磨机能耗带来的影响, Kalala 等<sup>[23]</sup> 使用 DEM 研究了滚筒衬板对干式磨机工作状态的影响。研究发现,磨机中消耗的总冲击能随着衬板的磨损而降低,而消耗的摩擦能量随着衬板的磨损而增加。为了进一步预测磨机整个使用周期中滚筒衬板形状的变化, Cleary 等<sup>[24]</sup> 以 Hicom 110 磨粉机为研究对象,构建磨损过程的 DEM 模型来预测衬板表面的变化以及对磨矿效率的影响。研究发现,衬板形状的变化是由矿石和球磨介质对其的磨损造成的。

除了矿石性质和衬板外,研磨介质也会直接影响负载行为,进而影响到研磨物料的粒度、能耗以及研磨的成本。为了探索研磨介质的形状对磨机能耗的影响, Kiangi 等<sup>[25]</sup> 在不同负载下分别对圆柱体、球形和磨损的球形等三种形状介质进行建模。研究表明,在介质尺寸相同且填充率小于 25.0% 的条件下,介质的球形度越小,磨机功耗越小。

## 2.2 搅拌磨机

搅拌磨是依靠研磨筒中搅拌器的旋转来带动研磨介质运动,利用研磨介质之间的挤压力对物料进行摩擦、冲击、剪切作用使物料粉碎。因此,多数研究者主要针对介质的形状、大小,矿粒的滑

动摩擦系数、阻尼系数,磨机的搅拌速度、回转直径与磨机直径的比以及矿浆的黏度对研磨的作用效果进行研究。

### 2.2.1 塔式磨机

塔式磨机是一种垂直安装的搅拌型细磨设备<sup>[26]</sup>。通常情况下,认为塔式磨机比球磨机更加节能。因此, Morrison 等<sup>[27]</sup> 使用 DEM 模型对中试塔磨机和小型球磨机产生的碰撞能谱进行了比较,发现中试塔磨机产生的碰撞能谱更清晰、更集中,因而能够更加有效地研磨矿粒。随后,王鑫等<sup>[28]</sup> 运用 DEM 进一步模拟了试验磨机中介质球的运动情况,发现介质球在磨机内做螺旋上升与下降运动;搅拌器末端的环形料层间研磨效果最佳;介质球的轴向运动影响能量利用率与研磨强度;该塔磨机能量利用率达到 26.3%,是传统球磨机的数倍。此外, Sinnott 等<sup>[29]</sup> 对比了球型和非球型两种介质对塔式磨机性能的影响,研究表明,非球形介质流动性较差,研磨区域中孔隙率的增加会导致物料粉碎率降低。Sinnott 等<sup>[30]</sup> 和 Cleary 等<sup>[31]</sup> 针对中试规模的塔式磨机的研磨介质流动进行了三维 DEM 模拟,分析了塔式磨机中的介质流动模式、能量吸收率和能量分布,进而分析磨机中的碰撞环境、介质流动、衬板应力、冲击磨损以及矿浆混合和运输效率。随后,任廷志等<sup>[32]</sup> 基于该方法对塔磨机搅拌槽内介质的运动进行建模,并进一步研究了搅拌器直径、螺旋升角、搅拌器转速以及介质填充率对磨机工作性能的影响。研究发现,研磨力和功耗随着搅拌器转速、直径以及介质填充率增大而增大,随着螺旋升角变大而减小;在搅拌槽内,研磨力沿搅拌轴由下至上逐渐减小;同一高度时,环形区域的研磨力最大。此外,肖正明等<sup>[33]</sup> 还研究了介质填充率对磨矿效率的影响,发现随着介质填充率升高,介质球附近的矿石颗粒减少,有效碰撞降低,碰撞能严重流失,磨机的功率急剧增大,能量利用率逐渐下降;随着介质球填充率下降,矿石颗粒附近的介质球减少,碰撞次数减少,甚至出现无法破磨的现象;研究表明,当介质球填充率为 60% 时,磨矿效率最高。

除了研磨介质外,矿浆的流动性对于优化塔式磨机的性能非常重要。其中,矿浆黏度是影响矿浆流动和磨机研磨效率的重要参数。为了评估塔式磨机中矿浆黏度对矿浆流体的分布和流动方式的影响, Sinnott 等<sup>[34]</sup> 使用平滑矿粒流体动力学 (SPH) 方法对流体流动进行建模,研究了高黏度 (0.1 Pa·s) 和低黏度 (0.01 Pa·s) 条件下矿浆在塔式

磨机中的流动特性。研究表明,当矿浆黏度较低时,矿浆压力随着矿浆在磨机中的深度的增加而增加,大部分物料通过矿浆流传递到研磨机的底部;在较高的黏度下,压力较低且较均匀,介质的阻力占主导地位,导致浆料被离心到磨机周围。向上流动的速度与低黏度流动的速度相似,但向上流动的区域宽很多,从而产生更大的体积再循环率,矿浆向下流动更加均匀,但速度较慢。

### 2.2.2 艾莎磨机

艾莎磨机(Isa mill)是一种用于细磨和超细磨的卧式高速搅拌磨机,可在干式或湿式条件下用于从相对粗磨到超细磨的一系列研磨任务。

Yang等<sup>[35]</sup>基于DEM对干式艾莎磨机进行建模,研究了材料特性和磨机的工作条件对流动特性的影响,并分析了矿粒参数(滑动摩擦系数、阻尼系数)和操作条件(搅拌速度和固体负荷)对研磨的作用效果。结果表明,虽然矿粒的阻尼系数在所考虑的范围内影响可忽略不计,但其他参数(例如磨机的滑动摩擦系数,转速和固体负荷)对流动性能有显著影响。Jayasundara等<sup>[36]</sup>将这项工作扩展到多个圆盘,用于研究与研磨性能有关的微观动力学特性,发现圆盘附近的矿粒比侧壁附近的矿粒移动更剧烈,碰撞能量更高。随后, Jayasundara等<sup>[37]</sup>进一步研究了矿粒性质(矿粒间滑动摩擦、矿粒恢复系数、密度和粒度)对艾莎磨机中矿粒流动的影响。研究表明,通过减小矿粒间的滑动摩擦系数促进矿粒的流动,有助于提高设备的研磨性能;较重的矿粒往往具有较高的碰撞频率和碰撞能量,因此需要较高的功率输入;此外,研磨介质的恢复系数越高,更能有效地进行研磨;分析了磨机负荷和转速等运行变量对流量特性(如流速,功率消耗,碰撞频率,碰撞能量和总冲击能量)的影响,发现增加磨机负荷或转速会增加矿粒之间的冲击能量<sup>[38]</sup>。后来, Jayasundara等<sup>[39]</sup>又将DEM模型和常用的磨损模型相结合,对艾莎磨机中圆盘孔的磨损情况以及圆盘磨损对研磨磨机能耗的影响进行了研究。研究表明,在圆盘的外表面和孔的提升侧磨损更为严重;冲击能量随着磨损的增加而增加,而功率消耗无明显变化。

Cleary等<sup>[17]</sup>根据轴向方向上的周期性边界条件建立了研磨室的DEM模型,通过沿轴向的周期性截面来描述磨机中矿石和介质的径向分布。在给矿端,矿粒在磨机外部的空间密集填充;在磨机中部的磨盘上,矿粒都被限制在圆盘外部狭窄的环形空间内,并通过圆盘上四个圆孔来识别要磨

碎的矿石;在磨盘出料口,磨细的矿粒再次密集的填充在旋转轴和外壳之间的空间。基于该模型, Cleary等<sup>[40]</sup>又进一步研究整个工业规模艾莎磨机中介质的行为和碰撞环境。研究发现,小于15 mm的介质产生的流型非常相似,但磨机的功耗随着介质尺寸的降低而降低;大于25 mm的介质会在圆盘之间会发生桥接,使得矿粒被卡住,从而导致介质速度和功率消耗大大增加,并且碰撞能量也随着介质填充量的增加而增加。另外, Cleary和 Sinnott<sup>[41]</sup>使用单向耦合的离散元法-光滑矿粒流体动力学(DEM-SPH)模型来研究矿粒介质的基本行为,预测了矿浆的运动情况。

在湿磨过程中,矿浆的运动是由圆盘和周围的流体流引起的,尽管DEM为了解矿粒流动提供了必不可少的步骤,但必须结合矿浆流的影响才能充分了解磨机中的复杂研磨过程。因此, Jayasundara等<sup>[42]</sup>使用离散元法-计算流体力学(DEM-CFD)来研究磨机中矿粒和矿浆的流动,分析了矿浆密度和黏度等矿浆性质对流动性质的影响。研究表明,矿粒受到的曳力随着矿浆密度的增加而增大,矿粒在轴向上显示出更高的循环,产生更高的碰撞频率和碰撞能量,从而导致总冲击能量显著增加;矿浆黏度的增加限制了矿粒向磨机壁面移动并提高了沿轴向的循环速度,增加了矿粒与圆盘之间的相互作用,导致更高的碰撞频率,使得功率消耗显著增加。

### 2.2.3 离心磨机

离心磨机是一种可用于超细研磨的设备。由于研磨腔围绕固定轴旋转,并且不受临界速度的限制,从而降低了额定功率并减小了磨机的体积,使得磨矿效率显著提高。旋转直径与磨机直径的比值( $G/D$ )是影响离心磨机的重要参数,随着 $G/D$ 值的变化,离心磨机的装料运动呈现明显的差异<sup>[43-44]</sup>。因此, Lee等<sup>[45]</sup>结合DEM和总量平衡模型(PBM)研究了不同 $G/D$ 值对离心磨机研磨特性的影响,并对不同情况下离心磨机中的伊利石样品进行了一系列的研磨试验。结果表明,不同研磨条件下的破碎率与DEM模拟计算的冲击能量有很好的相关性,在恒定转速下,冲击能随 $G/D$ 值的增加而增加;当 $G/D$ 值由0.06增加到1.0时,冲击能增加了100倍。随后,这些信息被用于开发离心磨机在 $G/D$ 比率、转速、磨机直径、磨机介质直径和球负荷方面的放大功能。陈懿<sup>[46]</sup>运用DEM对离心滚磨机的回转倾角、传动比和截面形状进行仿真,发现回转倾角为 $10^\circ$ 时,滚筒内介质和物



料的碰撞频率最高, 碰撞作用较均匀, 适合物料的精磨; 传动比在 0.6~1.4 时, 磨机内介质和物料的碰撞频率较高, 切向冲击能量占比高, 低于或超过这两个传动比时, 滚筒内的强制流动层不明显, 加工效率较低; 正八边形截面的滚筒内, 介质和物料相对碰撞速度和碰撞作用力最大, 但碰撞速度不均匀, 而正六边形截面的滚筒内相对碰撞速度和作用力次之, 但碰撞作用均匀, 与实际生产中运用正六边形截面的滚筒相吻合。

### 2.3 自磨机和半自磨机

自磨和半自磨机(AG/SAG)是以少量钢球、顽石或矿石自身为磨矿介质来研磨矿石的设备。在磨机中, 矿石的破碎主要以剪切力和法向应力为主, 而矿粒间受到的剪切力和法向应力的比例将取决于研磨介质、研磨速度和矿石性质(弹性模量、滑动摩擦系数、矿粒的内聚力等), 其中矿粒的弹性模量和矿粒间的滑动摩擦往往会增加矿粒之间的接触次数从而影响磨矿效率。为了了解小型自磨机中矿粒的研磨情况, Khanal 和 Morrison<sup>[47]</sup> 使用 DEM 进行建模, 并结合碰撞次数和能谱分析了磨机直径和摩擦系数对矿粒磨损的影响。研究表明, 较小直径的磨机中获得相同次数的碰撞所需的能量较小。因此, 在相同功耗下, 较小直径的磨机中能产生更大比例的细粒矿粒; 摩擦系数为 0.4 的磨机显示出比摩擦系数为 0.2 和 0.5 更高的扭矩, 产生更多的碰撞, 磨矿效率更高; 随后, Antony 和 Kruyt<sup>[48]</sup> 采用 DEM 研究了矿粒的弹性模量和滑动摩擦系数对矿粒堆积的影响。研究发现, 在稳定状态下, 不管矿粒间的滑动摩擦系数以及矿粒的弹性模量如何, 堆积分数和体积应变都是恒定的。在高能量范围内, 矿粒间消耗的能量随着弹性模量和矿粒滑动摩擦系数的增加而增加; 碰撞频率随弹性模量的增加而增加。但是, 随着矿粒间滑动摩擦系数的增加, 这种趋势逐渐弱化<sup>[49]</sup>。另外, 在较高的旋转速度条件下, 较低的滑动摩擦系数会导致较高的功率消耗; 转速较低的磨机适合研磨矿粒, 而转速较高的磨机会产生更多的冲击作用, 适合于矿粒的破碎<sup>[11]</sup>。

矿粒的形状对自磨和半自磨机中矿浆的流动特性有明显影响。因此, 需要准确的表示矿粒的形状, 以便对自磨和半自磨机中矿粒系统行为更精准的预测<sup>[50-51]</sup>。Cleary<sup>[52]</sup> 使用 DEM 定量地探索矿粒形状对矿粒的速度、体积分数、温度和应力分布的影响。研究表明, 矿粒的形状会急剧增加矿粒的强度, 使其更坚固, 更难剪切破碎; 在整个非圆

形矿粒流中产生的矿粒自旋会导致较高的矿粒温度、膨胀压力和较低的固相体积分数。

Delaney 等<sup>[53]</sup> 为了深入了解 SAG 中的磨矿机理, 假设在 SAG 中会发生五种磨矿机理, 即冲击破裂(矿粒通过单次冲击而破裂)、增量破碎(由于多次轻微碰撞而造成的累积损坏或疲劳导致的矿粒破裂)、磨蚀(岩石表面磨损而造成的质量损失)、磨圆(块状矿粒的拐角处出现较大的磨损)、碎裂(由于不规则形状或非圆形矿粒的小规模破碎而导致的拐角和边缘处的凹凸不平), 并采用 DEM 模拟了 SAG 磨机中不同尺寸和形状的矿粒的破碎过程。研究表明, 增量破碎是 SAG 破碎的主要机制。基于上述五种磨矿机制, Cleary 和 Morrison<sup>[54]</sup> 详细研究了研磨过程中矿粒形状变化, 以及随着矿粒变圆, 磨矿速率随时间的变化。研究再次证实多数物料都是通过增量破碎磨细的, 但是矿粒的磨损优先发生在拐角和边缘处, 因此与圆形矿粒相比, 块状或有棱角的矿块更容易被磨细; 此外, 随着矿粒粒度的减小, 能谱随着碰撞频率的增加而增加, 从而导致更快的增量破裂。Cleary 等<sup>[55]</sup> 使用扩展的 DEM+breaking+SPH 耦合模型对较粗粒的破损按照增量破碎理论进行计算, 使其包含增量破碎和破碎预测, 从而预测磨机中破碎产品的尺寸分布以及物料的破碎给矿浆性质带来的变化, 实现了矿浆性质与破碎之间的机械联系。随后, Cleary 和 Owen<sup>[56]</sup> 进一步考虑矿粒形状对工业规模的 SAG 磨机中装料的位置和结构、功率消耗和能量利用方式的影响。研究发现, 对于非球形(矿石和介质均为非球形)情况, 物料的提升高度和抛落位置都比物料为球形时高, 因此功率消耗更大; 能量耗散表明, 当矿粒为非球形时, 法向耗散的能量会显著降低, 剪切能会相应增加, 这表明磨机的能量利用以磨损为主。杜强<sup>[57]</sup> 应用该法研究了某大型半自磨机筒体衬板和提升条与物料之间的相对运动角度对衬板磨损的影响, 发现在使用初期, 衬板的磨损主要源于物料在“趾部”对筒体衬板提升条的不断冲击、切削和刮擦; 在使用中后期, 衬板的磨损主要源于提升条的磨损, 以及钢球、物料在提升过程中与衬板表面发生滑动。针对半自磨实验样机, 蔡改贫等<sup>[58]</sup> 使用离散元法研究了磨机转速率、衬板条数、衬板高度对半自磨机生产能力的影响, 获得了不同参数下半自磨机筒体内部载荷颗粒的状态流线图及筒体内部颗粒断裂键的断裂情况; 发现转速率为 0.8、衬板条数为 32、衬板高度为 8 mm 时磨机的有用功率最大。

### 3 结语与展望

DEM 已成为了解磨矿机理并为磨矿设备的设计、优化和操作提供理论指导的重要工具。从简单的 2D 模拟效果验证到复杂的 3D 过程模拟, 从单一的 DEM 模型到 DEM 与其他技术的结合使用, 都验证了 DEM 在磨机模拟中取得的实质性的突破。DEM 能够预测磨机中粗粒和中等粒径矿粒的流动特性, 预测并深入了解磨矿机提供的能量如何用于矿粒磨碎的本质, 预测衬板的应力和磨损, 从而了解衬板在整个寿命周期内形状轮廓和性能变化, 这为深入了解磨矿设备内部、了解介质运动、功率预测、磨损分布、能耗等方面提供了前所未有的能力。但是, DEM 在磨矿应用过程中依然有一定的局限性, 需要在以下几个方面做进一步深入研究:

(1) 离散元法对于颗粒的运动、受力、变形这三大要素都有假设, 在这些假设前提下, 模拟的结果有可能偏离实际很大。因此, 需要通过与试验数据对比进行参数调整和模型优化, 以提高 DEM 模型的仿真精度和预测的准确性。

(2) 离散元法适合于解决非连续介质问题, 需要与适合于解决连续介质问题的 CFD 等传统数值方法相结合, 才能更好的解决磨机中流固耦合的问题。然而, 迄今为止, 还没有适用于所有磨机中流动条件的公认连续理论。因此, 需要发展一种将 DEM 和 CFD 联系起来的通用理论, 以便根据(宏观)控制方程、本构关系和边界条件来量化从 DEM 或基于 DEM 模拟生成的矿粒尺寸信息。

(3) 离散元法只能对磨机的性能进行定性或者半定量分析, 还不能直接的、精确的掌握颗粒的磨细的过程。因此需要构建一种较为精确的方法对破碎效果进行表征。

(4) 离散元软件能够模拟的颗粒数目有限, 仿真时间过长。因此需要简化模型、优化算法, 以提高计算量和计算效率。

(5) 为了满足实际工程需求, 还需开发更完善的模型和高效的计算机代码, 将矿粒模拟的能力从两相扩展到多相, 从简单的球形扩展到复杂的非球形矿粒系统, 这对于转换现象模拟到过程模拟非常重要。

(6) 发展更全面的理论和实验技术, 研究和量化各种条件下矿粒之间以及矿粒与流体之间的相互作用力, 从而为矿粒磨损的模拟提供更具体的基础。

### 参 考 文 献

- [1] Han Q L, Tian Q J, Tian L. Application status of discrete element method in ball mill. *Constr Mach Dig*, 2011(1): 36  
(韩清林, 田秋娟, 田磊. 离散元方法在球磨机中的应用现状. 工程机械文摘, 2011(1): 36)
- [2] Tian Q J. *Study on the Working Performances of Large Tumbling Ball Mill Based on the Discrete Element Method* [Dissertation]. Changchun: Jilin University, 2011  
(田秋娟. 基于离散元方法的大型球磨机工作性能研究[学位论文]. 长春: 吉林大学, 2011)
- [3] Sang Y W, Zhang G W, Xiao X, et al. Application status of discrete element method in grinding equipment. *Min Metall Eng*, 2016, 36(suppl): 242  
(桑艳伟, 张国旺, 肖晓, 等. 离散元法在磨矿设备中的应用现状. 矿冶工程, 2016, 36(增刊): 242)
- [4] Gao Q. *Analysis Grinding of Horizontal Stirred Mill Based on Distinct Element Method* [Dissertation]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2016  
(高强. 基于离散元法的搅拌球磨机磨矿分析与研究[学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2016)
- [5] Tian R X, Jiao H G, Bai J Y. An introduction of distinct element method and its application in mineral processing engineering. *Coal Prep Technol*, 2012(1): 72  
(田瑞霞, 焦红光, 白璟宇. 离散元法在矿物加工工程中的应用现状. *选煤技术*, 2012(1): 72)
- [6] Zhu H P, Zhou Z Y, Yang R Y, et al. Discrete particle simulation of particulate systems: Theoretical developments. *Chem Eng Sci*, 2007, 62(13): 3378
- [7] Weerasekara N S, Powell M S, Cleary P W, et al. The contribution of DEM to the science of comminution. *Powder Technol*, 2013, 248: 3
- [8] Fang Z Q, Wu H L, Zhou X N. Analysis for the mechanical characteristics of contact models in the DEM simulation of a ball mill. *Machinery*, 2019, 46(2): 17  
(方自强, 吴洪亮, 周享楠. 球磨机DEM仿真中接触模型的精准性分析. *机械*, 2019, 46(2): 17)
- [9] Tsuji Y, Tanaka T, Ishida T. Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. *Powder Technol*, 1992, 71(3): 239
- [10] Mindlin R D. Compliance of elastic bodies in contact. *J Appl Mech*, 1949, 16(3): 259
- [11] Cleary P W. Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. *Miner Eng*, 1998, 11(11): 1061
- [12] Di Renzo A, di Maio F P. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chem Eng Sci*, 2004, 59(3): 525
- [13] Potyondy D O, Cundall P A. A bonded-particle model for rock. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2004, 41(8): 1329
- [14] Mishra B K, Rajamani R K. The discrete element method for the



- simulation of ball mills. *Appl Math Model*, 1992, 16(11): 598
- [15] Mishra B K, Rajamani R K. Simulation of charge motion in ball mills. Part 1: Experimental verifications. *Int J Miner Process*, 1994, 40(3-4): 171
- [16] Cleary P W. Recent advances in DEM modelling of tumbling mills. *Miner Eng*, 2001, 14(10): 1295
- [17] Cleary P W, Sinnott M D, Morrison R D. DEM prediction of particle flows in grinding processes. *Int J Numer Meth Fluids*, 2008, 58(3): 319
- [18] Weerasekara N S, Liu L X, Powell M S. Estimating energy in grinding using DEM modelling. *Miner Eng*, 2016, 85: 23
- [19] Jiang S Q, Ye Y X, Tan Y Q, et al. Discrete element simulation of particle motion in ball mills based on similarity. *Powder Technol*, 2018, 335: 91
- [20] Radziszewski P, Tarasiewicz S. Simulation of ball charge and liner wear. *Wear*, 1993, 169(1): 77
- [21] Bian X L, Wang G Q, Wang H D, et al. Effect of lifters and mill speed on particle behaviour, torque, and power consumption of a tumbling ball mill: Experimental study and DEM simulation. *Miner Eng*, 2017, 105: 22
- [22] Peng Y X, Li T Q, Zhu Z C, et al. Discrete element method simulations of load behavior with mono-sized iron ore particles in a ball mill. *Adv Mech Eng*, 2017, 9(5): 1
- [23] Kalala J T, Breetzke M, Moys M H. Study of the influence of liner wear on the load behaviour of an industrial dry tumbling mill using the discrete element method (DEM). *Int J Miner Process*, 2008, 86(1-4): 33
- [24] Cleary P W, Owen P, Hoyer D I, et al. Prediction of mill liner shape evolution and changing operational performance during the liner life cycle: Case study of a Hicom mill. *Int J Numer Meth Eng*, 2010, 81(9): 1157
- [25] Kiangi K, Potapov A, Moys M. DEM validation of media shape effects on the load behaviour and power in a dry pilot mill. *Miner Eng*, 2013, 46-47: 52
- [26] Yao F S. Application of large tower mill in cyanide fine grinding of gold concentrate. *Gold Sci Technol*, 2014, 22(3): 82  
(姚福善. 大型塔式磨机在金精矿氧化细磨中的应用. *黄金科学技术*, 2014, 22(3): 82)
- [27] Morrison R D, Cleary P W, Sinnott M D. Using DEM to compare the energy efficiency of pilot scale ball and tower mills. *Miner Eng*, 2009, 22(7-8): 665
- [28] Wang X, Xiao Z M, Long W. Simulation and analysis on media movement in tower mill based on DEM. *Min Process Equip*, 2015, 43(7): 74  
(王鑫, 肖正明, 龙稳. 基于离散元法的塔磨机介质运动仿真分析. *矿山机械*, 2015, 43(7): 74)
- [29] Sinnott M D, Cleary P W, Morrison R D. Is media shape important for grinding performance in stirred mills? *Miner Eng*, 2011, 24(2): 138
- [30] Sinnott M, Cleary P W, Morrison R. Analysis of stirred mill performance using DEM simulation: Part 1 — Media motion, energy consumption and collisional environment. *Miner Eng*, 2006, 19(15): 1537
- [31] Cleary P W, Sinnott M, Morrison R. Analysis of stirred mill performance using DEM simulation: Part 2 — Coherent flow structures, liner stress and wear, mixing and transport. *Miner Eng*, 2006, 19(15): 1551
- [32] Ren T Z, Li Z, Liu C Y, et al. Simulation of tower mill analysis based on discrete element method. *China Powder Sci Technol*, 2016, 22(4): 88  
(任廷志, 李卓, 刘长远, 等. 基于离散元法的塔磨机数值模拟分析. *中国粉体技术*, 2016, 22(4): 88)
- [33] Xiao Z M, Wang X, Wu X, et al. Simulation analyses and experimental investigation on optimum matching of operating parameters of tower mill. *China Mech Eng*, 2016, 27(4): 483  
(肖正明, 王鑫, 伍星, 等. 塔磨机运行参数优化匹配的仿真分析与试验研究. *中国机械工程*, 2016, 27(4): 483)
- [34] Sinnott M, Cleary P W, Morrison R D. Slurry flow in a tower mill. *Miner Eng*, 2011, 24(2): 152
- [35] Yang R Y, Jayasundara C T, Yu A B, et al. DEM simulation of the flow of grinding media in IsaMill. *Miner Eng*, 2006, 19(10): 984
- [36] Jayasundara C T, Yang R Y, Yu A B, et al. Discrete particle simulation of particle flow in the IsaMill process. *Ind Eng Chem Res*, 2006, 45(18): 6349
- [37] Jayasundara C T, Yang R Y, Yu A B, et al. Discrete particle simulation of particle flow in IsaMill—Effect of grinding medium properties. *Chem Eng J*, 2008, 135(1-2): 103
- [38] Jayasundara C T, Yang R Y, Yu A B, et al. Effects of disc rotation speed and media loading on particle flow and grinding performance in a horizontal stirred mill. *Int J Miner Process*, 2010, 96(1-4): 27
- [39] Jayasundara C T, Yang R Y, Yu A B, et al. Prediction of the disc wear in a model IsaMill and its effect on the flow of grinding media. *Miner Eng*, 2011, 24(14): 1586
- [40] Cleary P W, Sinnott M D, Pereira G G. Computational prediction of performance for a full scale Isamill: Part 1—Media motion and energy utilisation in a dry mill. *Miner Eng*, 2015, 79: 220
- [41] Cleary P W, Sinnott M D. Computational prediction of performance for a full scale Isamill: Part 2—Wet models of charge and slurry transport. *Miner Eng*, 2015, 79: 239
- [42] Jayasundara C T, Yang R Y, Guo B Y, et al. Effect of slurry properties on particle motion in IsaMills. *Miner Eng*, 2009, 22(11): 886
- [43] Cho H, Lee H, Lee Y. Some breakage characteristics of ultra-fine wet grinding with a centrifugal mill. *Int J Miner Process*, 2006, 78(4): 250
- [44] Bradley A A, Lloyd P J D, Stanton K H. The balancing of a centrifugal mill. *J South Afr Inst Min Metall*, 1983, 83: 229
- [45] Lee H, Cho H, Kwon J. Using the discrete element method to analyze the breakage rate in a centrifugal/vibration mill. *Powder Technol*, 2010, 198(3): 364
- [46] Chen Y. *Motion Analysis of Medium and Numerical Simulation of*

- Horizontal Centrifugal Barrel Finishing* [Dissertation]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2017  
(陈懿. 卧式离心滚磨介质运动分析及数值模拟[学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2017)
- [47] Khanal M, Morrison R. Discrete element method study of abrasion. *Miner Eng*, 2008, 21(11): 751
- [48] Antony S J, Kruyt N P. Role of interparticle friction and particle-scale elasticity in the shear-strength mechanism of three-dimensional granular media. *Phys Rev E*, 2009, 79: art. No. 031308
- [49] Khanal M, Jayasundara C T. Role of particle stiffness and interparticle sliding friction in milling of particles. *Particuology*, 2014, 16: 54
- [50] Cleary P W. Large scale industrial DEM modelling. *Eng Comput*, 2004, 21(2/3/4): 169
- [51] Cleary P W. Industrial particle flow modelling using discrete element method. *Eng Comput*, 2009, 26(6): 698
- [52] Cleary P W. The effect of particle shape on simple shear flows. *Powder Technol*, 2008, 179(3): 144
- [53] Delaney G W, Cleary P W, Morrison R D, et al. Predicting breakage and the evolution of rock size and shape distributions in Ag and SAG mills using DEM. *Miner Eng*, 2013, 50-51: 132
- [54] Cleary P W, Morrison R D. Comminution mechanisms, particle shape evolution and collision energy partitioning in tumbling mills. *Miner Eng*, 2016, 86: 75
- [55] Cleary P W, Delaney G W, Sinnott M D, et al. Inclusion of incremental damage breakage of particles and slurry rheology into a particle scale multiphase model of a SAG mill. *Miner Eng*, 2018, 128: 92
- [56] Cleary P W, Owen P. Effect of particle shape on structure of the charge and nature of energy utilisation in a SAG mill. *Miner Eng*, 2019, 132: 48
- [57] Du Q. Wearing analysis of shell liner in large SAG mill based on DEM. *Min Process Equip*, 2015, 43(1): 62  
(杜强. 基于离散元的大型半自磨机筒体衬板磨损分析. 矿山机械, 2015, 43(1): 62)
- [58] Cai G P, Qi B C, Xiao X H, et al. Numerical simulation and experiment research of grinding efficiency of SAG. *J Henan Polytech Univ Nat Sci*, 2017, 36(2): 89  
(蔡改贫, 祁步春, 肖贤煌, 等. 半自磨机磨矿效果的数值模拟及实验研究. 河南理工大学学报(自然科学版), 2017, 36(2): 89)