



无人驾驶车辆路径跟踪控制研究现状

白国星 孟宇 刘立 顾青 王国栋 周碧宁

Current status of path tracking control of unmanned driving vehicles

BAI Guo-xing, MENG Yu, LIU Li, GU Qing, WANG Guo-dong, ZHOU Bi-ning

引用本文:

白国星, 孟宇, 刘立, 顾青, 王国栋, 周碧宁. 无人驾驶车辆路径跟踪控制研究现状[J]. *工程科学学报*, 2021, 43(4): 475–485. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2020.11.12.003

BAI Guo-xing, MENG Yu, LIU Li, GU Qing, WANG Guo-dong, ZHOU Bi-ning. Current status of path tracking control of unmanned driving vehicles[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2021, 43(4): 475–485. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2020.11.12.003

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.11.12.003>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

矿用铰接式车辆路径跟踪控制研究现状与进展

Current status and progress of path tracking control of mining articulated vehicles

工程科学学报. 2021, 43(2): 193 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.07.14.003>

基于非线性模型预测控制的自动泊车路径跟踪

Path tracking of automatic parking based on nonlinear model predictive control

工程科学学报. 2019, 41(7): 947 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2019.07.014>

基于预瞄距离的地下矿用铰接车路径跟踪预测控制

Path following control of underground mining articulated vehicle based on the preview control method

工程科学学报. 2019, 41(5): 662 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2019.05.013>

无人直升机自抗扰自适应轨迹跟踪混合控制

Trajectory-tracking hybrid controller based on ADRC and adaptive control for unmanned helicopters

工程科学学报. 2017, 39(11): 1743 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2017.11.018>

集总干扰下六旋翼飞行器的轨迹跟踪控制

Trajectory tracking control for an unmanned hexrotor with lumped disturbance

工程科学学报. 2018, 40(5): 622 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2018.05.013>

具有状态约束与输入饱和的全向移动机器人自适应跟踪控制

Adaptive tracking control for omnidirectional mobile robots with full-state constraints and input saturation

工程科学学报. 2019, 41(9): 1176 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2019.09.009>

无人驾驶车辆路径跟踪控制研究现状

白国星¹⁾, 孟宇^{1)✉}, 刘立¹⁾, 顾青^{1,2)}, 王国栋¹⁾, 周碧宁¹⁾

1) 北京科技大学机械工程学院, 北京 100083 2) 北京科技大学顺德研究生院, 顺德 528300

✉通信作者, E-mail: myu@ustb.edu.cn

摘要 近年来路径跟踪控制的发展十分迅猛, 研究者们发表了大量的研究成果. 考虑到在相同或相近工况下的路径跟踪控制存在一些共性的技术问题与解决思路, 从低速路径跟踪控制和高速路径跟踪控制两个角度对近年来的研究成果进行了回顾. 在关于低速路径跟踪控制的研究工作中, 研究者们较为重视前轮转角速度约束等系统约束对路径跟踪精确性的影响. 目前减少系统约束影响的方法包括在规划参考路径时将系统约束纳入考虑, 采用预瞄控制使控制器提前响应, 以及采用线性模型预测控制(LMPC)或非线性模型预测控制(NMPC)等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法等. 考虑到 NMPC 既能减少系统约束的影响, 又无需人为设置预瞄距离, 且对定位误差等扰动因素具有较强的鲁棒性, 加之低速路径跟踪控制对实时性的需求较低, 因此可以认为 NMPC 能够满足低速路径跟踪控制的绝大多数需求. 高速路径跟踪控制在受系统约束影响之外, 还面临着较高车速带来的行驶稳定性不足问题的挑战, 因此常采用能够将动力学层面的复杂系统约束纳入考虑且计算成本较低的 LMPC 作为路径跟踪控制方法. 不过仅采用动力学层面的 LMPC 控制方法无法完全解决高速路径跟踪控制中路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性之间存在耦合的问题, 目前常见的解决思路是在路径跟踪控制中加入额外的速度调节或权重分配模块. 此外, 在高速路径跟踪控制中, 地面附着系数等环境参数的影响也较大, 因此地面附着系数等环境参数的估算也成为了高速路径跟踪控制领域的重要研究方向.

关键词 无人驾驶; 车辆; 路径跟踪; 系统约束; 跟踪精确性; 行驶稳定性

分类号 U471.15

Current status of path tracking control of unmanned driving vehicles

BAI Guo-xing¹⁾, MENG Yu^{1)✉}, LIU Li¹⁾, GU Qing^{1,2)}, WANG Guo-dong¹⁾, ZHOU Bi-ning¹⁾

1) School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

2) Shunde Graduate School of University of Science and Technology Beijing, Shunde 528300, China

✉ Corresponding author, E-mail: myu@ustb.edu.cn

ABSTRACT Path tracking control is a key technology in the hierarchical unmanned driving system. Its function is to control the vehicle so that it drives along the reference path given by the path planning system. The information such as the position and posture of the vehicle required for path tracking control is provided by the perception and positioning system. In recent years, the development of path tracking control has been very rapid, and researchers have published considerable research. As there are some common technical problems and solutions in path tracking control under the same or similar scenarios, recent research results are reviewed from the perspective of both low-speed and high-speed path tracking control. In the research of low-speed path tracking control, researchers pay more attention to the influence of system constraints on the accuracy of path tracking such as front-wheel angle speed. At present, methods to reduce the influence of system constraints include: (1) taking the system constraints into consideration when planning a reference path; (2) using preview control to make the controller respond early; and (3) using model predictive control methods, such as

收稿日期: 2020-11-12

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2018YFE0192900, 2018YFC0604403, 2018YFC0810500, 2019YFC0605300); 广东省基础与应用基础研究基金资助项目(2019A1515111015); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(FRF-TP-20-052A1)

linear model predictive control (LMPC) or non-linear model predictive control (NMPC), as path tracking control methods. NMPC can reduce the impact of system constraints and does not need manual setting of preview distance. It has strong resistance to disturbance factors such as positioning errors. Since low-speed path tracking control has low real-time requirements, it can be considered that NMPC can meet most needs of low-speed path tracking control. High-speed path tracking control, in addition to being affected by system constraints, is also challenged by insufficient driving stability caused by higher vehicle speeds. Therefore, LMPC, which can take the dynamics-level complex system constraints into account, has a lower computational cost. It is often used as the path tracking control method. However, due to high-speed path tracking control, there is a coupling relationship between path tracking accuracy and vehicle driving stability. The use of dynamics-level LMPC or other dynamics-level control methods cannot completely solve the problem caused by this coupling relationship. The current common solution is to add an extra speed adjustment module or weight distribution module to path tracking control. Additionally, in high-speed path tracking control, the influence of environmental parameters, such as ground adhesion coefficient, is also greater. Hence, the estimation of environmental parameters, such as ground adhesion coefficient, has also become an important research direction in the field of high-speed path tracking control.

KEY WORDS unmanned driving; vehicle; path tracking; system constraint; tracking accuracy; driving stability

分层递阶式体系结构是目前较为常见的一种无人驾驶车辆体系结构^[1], 而路径跟踪控制是这个体系结构中至关重要的一环, 其作用是根据传感器给出的车辆状态信息和路径规划层给出的参考路径向执行器发出控制信号, 从而控制车辆沿着参考路径行驶, 并尽量减少车辆与参考路径之间的偏差。近年来路径跟踪控制的发展十分迅猛, 研究者们发表了大量的成果。在这些研究工作中, 存在一些共性的技术问题与解决思路。

在相同或相近的工况下, 这些问题与思路也更加趋同。对于自动泊车和铰接转向车辆等特种车辆作业过程中的路径跟踪控制, 其特点是车辆行驶速度较低, 无需考虑车辆行驶稳定性对路径跟踪的影响, 控制目标仅包括路径跟踪精确性。而对于高速换道、高速过弯等工况下的路径跟踪控制, 车辆行驶稳定性是路径跟踪精确性和安全性的重要影响因素, 必须同时保证路径跟踪的精确性和车辆的行驶稳定性。这两种工况下的路径跟踪控制虽然可以采用相同的控制理论, 但是由于控制目标存在差异, 控制器设计中的要点也完全不同。因此可以按照工况, 将无人驾驶车辆路径跟踪控制分为两类, 即低速路径跟踪控制和高速路径跟踪控制。在此基础上, 可以对不同工况下的路径跟踪控制面临的问题以及研究学者们采取的方法进行梳理, 以期理清近年来无人驾驶车辆路径跟踪控制的发展趋势, 为这项技术的发展提供一定的参考。

1 低速路径跟踪控制研究现状

低速路径跟踪控制的特点是车辆的行驶速度较低, 通常不超过 $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 。在这种情况下由于车辆存在最小转弯半径约束, 侧向加速度较小, 因此

不必考虑车辆行驶的稳定性, 可以采用运动学层面的控制方法实现路径跟踪控制。

自动泊车是一种较为常见的低速路径跟踪控制工况^[2-10]。2018年, Xu等提出了一种基于滑模变结构控制 (Sliding mode variable structure control, SMVSC) 和模糊逻辑控制 (Fuzzy logical control) 的自动泊车系统, 用以解决基于模糊逻辑控制的路径跟踪控制在车辆初始位置不在有效泊车位置时无法完成自动泊车的问题^[2]。SMVSC也常简称为滑模控制 (Sliding mode control, SMC)。

2019年, 姜立标与杨杰提出了一种基于趋近律的终端滑模路径跟踪控制方法, 降低了路径跟踪控制的稳态误差, 并减弱了抖振现象。同时姜立标与杨杰注意到自动泊车过程中存在系统约束问题, 采用路径规划获得了符合系统约束的自动泊车参考路径^[3]。姜立标与杨杰考虑的约束包括最大曲率约束、速度约束和横摆角速度约束, 由于在低速工况中最大曲率约束可以由前轮转角约束推导获得, 横摆角速度可以由转弯曲率和速度计算获得^[3], 因此该系统考虑的约束可以等效为前轮转角约束和速度约束。

Ye等同样注意到了系统约束对自动泊车路径跟踪控制的影响, 提出了一种基于线性模型预测控制 (Linear model predictive control, LMPC) 的自动泊车路径跟踪控制方法, 并采用通过加入松弛因子将硬约束转化为软约束的方法来避免系统无最优解的情况^[4]。Ye等考虑的系统约束包括速度约束、速度增量约束、前轮转角约束和前轮转角增量约束, 其中速度增量约束即加速度约束与控制周期的乘积, 前轮转角增量约束即前轮转角速度约束与控制周期的乘积。

陈龙等则针对自动泊车路径跟踪控制中参考路径曲率变化较为复杂的问题,提出了一种采用模糊控制自动调整预瞄距离的改进的纯跟踪路径跟踪控制方法^[5]。顾青等同样指出了自动泊车路径跟踪控制面临参考路径曲率较大的问题,提出了一种基于非线性模型预测控制(Nonlinear model predictive control, NMPC)的路径跟踪控制方法,并证明了在自动泊车工况下,该方法相比基于LMPC的路径跟踪控制方法具有更高的精确性。顾青等也考虑了速度增量约束、前轮转角约束和前轮转角增量约束等系统约束对自动泊车路径跟踪控制的影响,指出了前轮转角速度约束的影响较大^[6]。

Song等提出了一个完整的自动泊车控制系统,采用基于LMPC的路径跟踪控制方法,并证明了在自动泊车路径跟踪控制中,LMPC相比纯跟踪(Pure pursuit)、比例积分微分(Proportion integral differential, PID)等控制方法精确性更高。在Song等的控制器中,考虑的系统约束包括最小转弯半径约束和前轮转角速度约束^[7]。由于最小转弯半径约束可以由前轮转角约束推导获得^[3],所以该系统考虑的系统约束可以等效为前轮转角约束和前轮转角速度约束。

2020年,张家旭等设计了包括规划层和控制层的自动泊车系统,在规划层考虑了速度约束、加速度约束、加加速度约束等系统约束,而路径跟踪控制方法分别采用了不考虑系统约束的非时间基准滑模路径跟踪控制、 L_2 增益控制和快速终端滑模控制^[8-10]。

特种车辆的作业过程是另一种典型的低速路径跟踪控制工况^[11-17]。2018年,刘正铎等提出了用于农用车辆的NMPC和LMPC路径跟踪控制器^[11-12]。孟宇等指出考虑到铰接转向车辆存在铰接角速度约束,其转向机构反应速度较慢,可以通过预瞄控制引入前馈信息改善路径跟踪控制的精确性^[13-14]。Nayl等则提出了一种基于滑模控制的铰接转向车辆路径跟踪控制系统。采用模型车测试该系统时,为了避免控制输入超出系统约束,Nayl等在规划参考路径时引入了速度约束、铰接角约束和铰接角速度约束等系统约束^[15]。此后,白国星等、罗维东等提出了基于NMPC的铰接转向车辆路径跟踪控制器,并证明了这种控制器相比基于LMPC的控制器具有更高的精确性^[16-17],在这些控制器的设计过程中,均考虑了速度约束、铰接角约束和铰接角速度约束等系统约束,其中铰接角约束等价于前轮转向车辆的前轮转角约束,铰接角速度约束等价于前轮转角速度约束。

2 高速路径跟踪控制研究现状

相比无需考虑车辆行驶稳定性的低速路径跟踪控制,高速路径跟踪控制不仅需要保证路径跟踪的精确性,还需保证车辆行驶的稳定性,因此高速路径跟踪控制是一个具有较强挑战性的科学问题,近年来逐渐成为了一个研究热点。

2018年,林棻等针对运动学层面的路径跟踪控制在车速较高时无法保证行驶稳定性的问题,提出了一种能够兼顾路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性的基于反推法的路径跟踪控制方法^[18]。Norouzi等研究了不同附着条件下的路径跟踪控制,同样属于考虑行驶稳定性的路径跟踪控制研究^[19]。许德智等考虑了前轮转角约束和前轮转角速度约束等系统约束的影响,提出了基于数据驱动的无模型控制方法^[20]。冀杰等基于LMPC设计了路径跟踪控制器,同时考虑了前轮转角约束和用于保证行驶稳定性的侧偏角约束,但是未引入前轮转角速度约束^[21]。Sun等提出了基于LMPC的路径跟踪控制器,并采用调节速度的方式提高了控制精确性,他们考虑了由前轮转角约束和前轮转角速度约束换算得到的前轮侧向力约束和前轮侧向力增量约束^[22]。

Ji等考虑到车辆行驶稳定性,基于动态博弈理论(Dynamic game theory)提出了一种四轮转向车辆的路径跟踪控制方法,并通过双移线工况和蛇形变道工况进行了仿真测试^[23]。Cui等基于LMPC提出了考虑前轮转角约束、前轮转角速度约束和行驶稳定性的车辆路径跟踪控制器,并且针对地面附着系数不确定等问题提出了一种基于无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman filter)的估计方法^[24]。赵治国等提出了一种引入驾驶员预瞄模型的SMC路径跟踪控制方法^[25]。Cao等针对侧向风影响下的路径跟踪控制,提出了一种基于驾驶员模型的路径跟踪控制器^[26]。Yu等提出了一种包含路径规划和路径跟踪的控制系统,在路径规划层面考虑了系统约束^[27]。

Guo等提出了一种双包络的LMPC路径跟踪控制器,考虑了前轮转角约束和前轮转角速度约束,并考虑了地面附着系数较低时的情况^[28]。Ji等针对模型参数不确定和外来扰动的影响,提出了一种基于自适应神经网络的鲁棒路径跟踪控制方法^[29]。为了在不同车速下协调路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性,Guo等提出了一种引入模糊决策因子的LMPC控制器,与其他基于LMPC的路径跟踪控制研究成果一样,Guo等也在论文中考虑了

前轮转角约束、前轮转角速度约束等系统约束^[30]。

2019 年, Yang 等提出了一种结合主动转向控制和直接横摆力矩控制的 LMPC 控制方法, 以提高在地面附着较低时的路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性^[31]。Ren 等提出了一种结合路径跟踪控制、横向稳定控制、最佳转矩矢量控制的控制系统, 其中路径跟踪控制部分采用了 LMPC 为控制方法^[32]。Zhang 等设计了一种包含路径规划和路径跟踪的控制系统, 采用 LMPC 作为路径跟踪控制方法, 并采用路径规划的方法进一步降低参考路径曲率突变带来的影响^[33]。Wei 等提出了用于前车跟随的车辆纵向、横向协同控制系统, 其中横向控制即基于 LMPC 的路径跟踪控制, 考虑了前轮转角约束、前轮转角速度约束和侧偏角约束, 而且考虑了地面附着系数较低时的情况^[34]。Mata 等提出了一种基于管道的 LMPC(Tube-LMPC)控制方法, 增强了对参考路径曲率突变的鲁棒性^[35]。

Lin 等提出了一种在线估计轮胎侧偏刚度和地面附着系数的方法, 提出了自适应的 LMPC 路径跟踪控制方法^[36]。赵治国等采用基于模糊控制的速度调节提高了路径跟踪控制的精确性^[37]。Yuan 等的工作中也采用了 LMPC 作为路径跟踪控制方法, 同样考虑了前轮转角约束、前轮转角速度约束等系统约束^[38]。刘志强等提出了一种用于避障的换道控制系统, 采用五次多项式法实现了路径规划, 采用结合前馈控制的线性反馈控制方法实现了路径跟踪控制^[39]。李玉善等提出了基于 Pareto 最优均衡理论的防侧倾路径跟踪控制方法^[40]。

李爽等提出了一种基于预瞄的路径跟踪控制方法, 其仿真结果表明在转弯时降低车速可以保证路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性^[41]。周苏等建立了用于四轮独立转向车辆的 LMPC 路径跟踪控制器, 考虑了转向轮转角约束和转向轮转角速度约束^[42]。Hu 等提出了一种基于最小模型误差拓展卡尔曼滤波(Minimum model error extended Kalman filter, MME-EKF)的状态估计方法, 用来改善 SMC 路径跟踪控制的性能^[43]。陈特等针对四轮驱动四轮转向车辆提出了一种包含路径跟踪和驱动力分配的分层控制系统, 其中路径跟踪控制采用了基于 Hamilton 理论的控制方法^[44]和 SMC^[45]。

汪若尘等提出了加入预瞄的 LMPC 路径跟踪控制方法, 预瞄信息主要用于调节纵向速度^[46]。李海青等提出了一种用于紧急避障的防侧倾换道控制方法, 通过主动制动驾驶员模型在侧翻可能性超过安全阈值时制动车辆来实现防侧倾, 系统中

路径跟踪控制部分采用的也是基于驾驶员模型的控制方法^[47]。吴艳等提出了一种结合非奇异终端滑模(Nonsingular terminal sliding mode, NTSM)和主动干扰抑制控制(Active disturbance rejection control, ADRC)的路径跟踪控制方法^[48-49], 不过仅考虑了前轮转角约束。王艺等也提出了基于 LMPC 的路径跟踪控制器, 考虑了前轮转角约束、前轮转角速度约束、轮胎侧偏角约束等系统约束^[50]。

刘凯等提出了一种考虑地面坡度的 LMPC 路径跟踪控制方法^[51]。白国星等提出了一种根据参考路径曲率调节速度的 NMPC 路径跟踪控制器, 避免了高速过弯导致的行驶稳定性问题^[52]。王威等提出了一种考虑执行器时滞的 NMPC 路径跟踪控制方法^[53]。刁勤晴等提出了一种双预瞄点调节策略, 能够有效调节车速, 提高车辆过弯时的安全性^[54]。Zhang 等分别提出了自适应调整预瞄距离的 LMPC 路径跟踪控制方法^[55]和基于拉盖尔函数(Laguerre function)和指数权重(Exponential weight)降低计算复杂度的 LMPC 路径跟踪控制方法^[56]。

Yao 等指出在对 LMPC 路径跟踪控制器进行优化求解时, 车辆会按照上一个控制周期的指令继续行驶, 所以预测模型的初始位姿信息和实际的车辆位姿信息并不一致, 因此他们提出了一种速度补偿方案^[57]。Lee 等设计了基于全状态反馈控制的路径跟踪控制器, 并通过引入预瞄距离提高了控制效果^[58]。Sun 等针对固定框架的 LMPC 无法在不同速度下保证路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性提出了一种协调策略^[59]。Wang 等提出了一种基于模糊权重系数调节的改进 LMPC 控制器^[60]。Guo 等提出了一种 LMPC 路径跟踪控制方法, 并采用差分进化(Differential evolution)作为求解算法来提升控制器的实时性^[61]。Chen 等提出了一种基于汉密尔顿能量函数(Hamilton energy function)的协调控制策略以同时保证路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性^[62]。

2020 年, 苏树华与陈刚提出了一种基于模糊自适应反演控制的机器人驾驶车辆控制系统, 仿真结果表明该控制系统相比人类驾驶员具有更高的精确性^[63]。Guo 等采用连续/广义最小残差(Continuation/generalized minimal residual, C/GMRES)算法改进了 NMPC 路径跟踪控制器的实时性^[64], 不过考虑到 Guo 等同时采用了动态预测时域, 而动态预测时域也能够减少整个仿真过程中 NMPC 消耗的时间^[65], 因此还需进一步确定基于 C/GMRES 的 NMPC 控制器能否满足路径跟踪控制在每个控制周期内的实时性需求。李军等提

出了一种加入预瞄模型调节车速进而提高 LMPC 路径跟踪控制精确性的方法^[66]。Feng 等提出了一种基于状态估计的鲁棒反馈路径跟踪控制方法并进行了仿真验证^[67]。

蔡英凤等提出了一种在低速情况下使用 PID (Proportion integration differentiation), 高速情况下使用 LMPC 的路径跟踪控制系统^[68]。邓海鹏等提出了一种分层避障控制系统, 其中路径规划层采用的是 NMPC 算法, 路径跟踪层采用的是 LMPC 算法, 考虑了前轮转角约束和前轮转角速度约束^[69]。Hu 等提出了一种包含路径规划和路径跟踪的避障控制系统, 考虑了侧向加速度约束和侧向位移约束^[70]。张亮修等考虑了整车质量和转动惯量变化带来的模型失配问题, 提出了一种基于误差校正的 LMPC 路径跟踪控制方法^[71]。Mohammadzadeh 与 Taghavifar 提出了一种基于鲁棒模糊控制的路径跟踪控制器, 在不超过地面附着极限的情况下, 能够以很高的精确性完成路径跟踪^[72]。

Yuan 等提出了一种基于速度调节的路径跟踪控制器, 提高了路径跟踪控制的精确性^[73]。周维等提出了一种包括路径规划和路径跟踪的换道控制系统, 其中路径跟踪部分采用的是 LMPC 算法, 考虑了前轮转角约束、前轮转角速度约束、质心侧偏角约束、侧向加速度约束等系统约束^[74]。Sun 等提出了一种横纵向协同控制系统, 通过调节车速保证路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性^[75]。Tang 等提出了一种基于 NMPC 的路径跟踪控制器, 在不超过地面附着极限的情况下可以完成换道路径跟踪^[76]。Cui 等提出了一种带转向角包络的 LMPC 路径跟踪控制方法^[77]。

Zhang 等提出了一种主动外倾控制, 用以改善路径跟踪控制的性能^[78]。张家旭等提出了包含路径规划和路径跟踪的换道控制系统, 采用五次多项式曲线保证参考路径符合侧向加速度约束, 采用 SMC 实现路径跟踪控制^[79-80]。王国栋等提出了一种预估轮胎刚度的方法, 用于解决在接近极限工况时线性化轮胎模型无法用于精确预测车辆行驶状态的问题, 提高了 LMPC 路径跟踪控制器的精确性^[81]。

3 路径跟踪控制研究现状分析

在近年来关于低速路径跟踪控制的研究工作中, 较多研究者关注了系统约束的影响, 包括速度约束、加速度约束、加加速度约束、前轮转角约束、前轮转角速度约束。速度约束通常即指将车辆维持在低速行驶状态的约束, 加速度约束和加加速度约束影响的

主要是行驶的舒适性, 前轮转角约束和前轮转角速度约束则对路径跟踪控制的精确性存在较大的影响。前轮转角约束等价于车辆的最小转向半径约束, 当参考路径的半径小于车辆最小转向半径时车辆必然无法跟踪参考路径, 因此前轮转角约束的影响较为直观也较容易避免。前轮转角速度约束则会导致车辆转向时出现转向不足的现象。当车辆以恒定速度行驶, 前轮转角以图 1 所示的变化趋势快速转向时, 车辆的轨迹通常如图 2 所示, 图中 $0.1745 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $0.3491 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $0.5236 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 为前轮转角速度约束上下限的绝对值, X 为横坐标, Y 为纵坐标, 车辆轴距假设为 2.7m 。因此范围较小的前轮转角速度约束可能导致车辆无法跟踪曲率变化幅度较大的参考路径。目前, 在规划参考路径时将系统约束纳入考虑^[3, 8-10, 15]、采用预瞄控制使控制器提前响应^[5, 13-14]、采用 LMPC 或 NMPC 等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法^[4, 6-7, 11-12, 16-17] 均可有效解决这个问题。

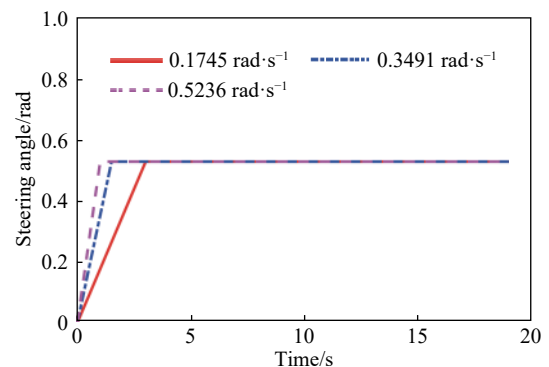


图 1 不同前轮转角速度约束下的前轮转角变化趋势

Fig.1 The changing trend of front-wheel angle under different front wheel angle speed constraints

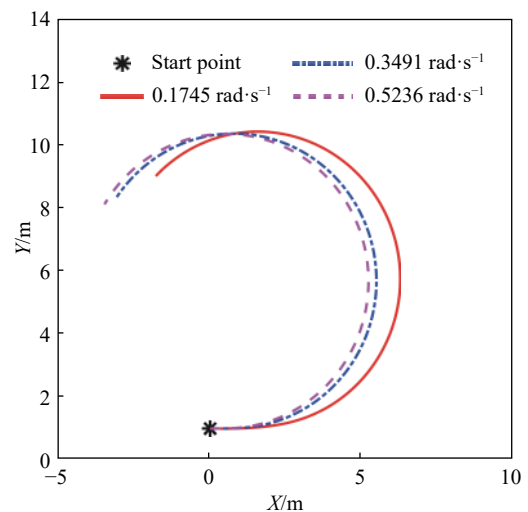


图 2 车辆在不同前轮转角速度约束下的响应特性示意

Fig.2 Schematic diagram of vehicle response characteristics under different front-wheel angle speed constraints

由于在规划参考路径时将系统约束纳入考虑、采用预瞄控制使控制器提前响应、采用 LMPC 或 NMPC 等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法,均以提升前轮转角速度约束影响下的路径跟踪控制的精确性为目的,所以在精确性方面不存在显著差异。但是在规划参考路径时将系统约束纳入考虑,无法改善路径跟踪控制器对曲率大幅变化之外的其他扰动的鲁棒性,当系统存在较大幅度的定位误差时,路径跟踪控制系统的精确性仍然无法得到保障。而采用预瞄控制使控制器提前响应的方法,还面临着预瞄距离需要人为设置的问题,如果预瞄距离并非最优值,路径跟踪控制系统的精确性也无法得到保障。采用 LMPC 或 NMPC 等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法无需人为设置预瞄距离,而且控制器对定位误差等扰动也具有较好的鲁棒性,所以相对其他两种方案具有一定的优势。此外, NMPC 相对 LMPC 精确性更好,且低速路径跟踪控制对实

时性的要求相对较低,因此对于低速路径跟踪控制,以运动学模型作为预测模型的 NMPC 是一种较好的控制方法。

此外,由于前轮转角速度约束范围越小,该约束导致的转向不足效应越强,因此在上述处理系统约束的方法之外,还可以通过增大转向机构功率放大前轮转角速度约束范围的方式减少该约束对路径跟踪控制的影响。不过增大转向机构功率通常只能通过改变车辆的硬件结构实现,在涉及大批量的无人驾驶车辆时,该方法可能会导致较高的经济成本。此外,由于车速越高,前轮转角速度约束导致的转向不足效应越强,所以还可以通过降低车速减少前轮转角速度约束的影响。然而降低速度会影响车辆的行驶效率,这种方法仅适用于采用其他方法均已无法避免前轮转角速度约束影响的情况。

表 1 所示即上述低速路径跟踪控制中减少前轮转角速度约束影响的方法的特点,表中+表示较好,-表示较差。

表 1 低速路径跟踪控制中减少前轮转角速度约束影响的方法的特点

Table 1 The characteristics of the method to reduce the influence of the front-wheel angle speed constraint in the low-speed path following control

Method	Robustness to disturbances other than curvature changes	Robustness to parameters	Saving cost	Driving efficiency
Taking system constraints into consideration when planning the reference path	-	+	+	+
Using preview control to make the controller respond early	-	-	+	+
Using model predictive control methods such as LMPC or NMPC as path tracking control methods	+	+	+	+
Relaxing the front-wheel angle speed constraint	+	+	-	+
Reducing speed	+	+	+	-

在关于高速路径跟踪控制的研究工作中,由于前轮转角速度约束导致的转向不足现象在车速较高时更加显著,所以对于高速路径跟踪控制,前轮转角速度约束等系统约束的影响也十分强烈。与低速路径跟踪控制相似,高速路径跟踪控制中减少系统约束影响的方法也包括在规划参考路径时将系统约束纳入考虑和采用 LMPC 或 NMPC 等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法。不过高速路径跟踪控制面临的另一个关键问题是较高车速带来的行驶稳定性不足,除少数仅针对无需考虑行驶稳定性的工况展开的研究工作^[20, 25, 33, 52-53, 76]之外,大多数研究工作中,均采用了动力学层面的路径跟踪控制算法,所以高速路径跟踪控制与低速路径跟踪控制的研究现状有所不同。

由于动力学层面的路径跟踪控制受到更加复杂的系统约束的影响,在规划参考路径时很难将

所有系统约束都纳入考虑,所以一些研究者仅考虑了侧向加速度约束、侧向位移约束等部分系统约束^[27, 39, 70, 79-80]。采用 LMPC 或 NMPC 等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法,则可以将前轮转角速度约束、前轮转角约束、侧向加速度约束、侧向位移约束等系统约束都纳入考虑,所以目前基于 LMPC 或 NMPC 的高速路径跟踪控制研究相对较多。此外,由于高速路径跟踪控制对实时性的要求相对较高,而且动力学层面的 NMPC 计算成本更高,所以在关于高速路径跟踪控制的研究工作中, LMPC 相比 NMPC 更加常见。

与低速路径跟踪控制不同,高速路径跟踪控制面临的问题无法通过 LMPC 完全解决。由于在动力学层面的路径跟踪控制中,位置误差、航向误差等优化目标和侧向速度、侧向加速度等优化目标之间存在耦合关系,即存在增大前轮转角能够

减小位置误差和航向误差但是会增大侧向速度或侧向加速度的情况, 所以仅依靠固定的优化目标函数难以同时保障路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性, 而车辆行驶稳定性不足又会影响路径跟踪精确性甚至导致路径跟踪失败。图3所示即高速路径跟踪控制与低速路径跟踪控制面临的挑战之间的区别。

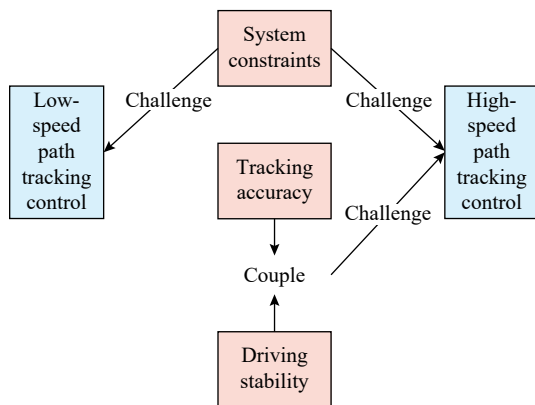


图3 高速路径跟踪控制与低速路径跟踪控制面临的挑战之间的区别
Fig.3 The difference between the challenges faced by high-speed path following control and low-speed path following control

对于上述耦合问题, 常见的解决方法是在路径跟踪控制中引入速度调节^[22, 34, 37, 41, 46-47, 52, 54-55, 66, 73, 75]、博弈理论^[23, 40, 62]、权重分配^[30, 59-60]等。因此目前采用LMPC作为路径跟踪控制方法并在控制系统中加入额外的速度调节或权重分配模块, 是处理系统约束并同时保证路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性的一种思路。此外, 由于速度调节和权重分配的决策指标多数都与地面附着系数等环境参数有关, 而且地面附着系数等环境参数对基于LMPC等控制方法的路径跟踪控制本身也存在重要影响, 因此精确地估计地面附着系数^[24, 36]等不确定参数也成为了高速路径跟踪控制方面的重要研究方向。

4 总结与展望

(1)在关于低速路径跟踪控制的研究工作中, 研究学者们较为重视前轮转角速度约束等系统约束对路径跟踪精确性的影响。目前常见的解决方案, 如在规划参考路径时将系统约束纳入考虑、采用预瞄控制使控制器提前响应、采用LMPC或NMPC等模型预测控制方法作为路径跟踪控制方法, 均可减少前轮转角速度约束的影响。此外, 降低车速或者提高转向机构功率可以进一步减少该约束对路径跟踪控制的影响。

(2)在能够减少前轮转角速度约束影响的基础上, LMPC和NMPC具有无需人为设置预瞄距离、对定位误差等扰动因素的鲁棒性较强等优势。而在这两种控制方法中, NMPC相对LMPC精确性更好, 但实时性稍差。考虑到低速路径跟踪控制对实时性的需求较低, 所以采用以运动学模型作为预测模型的NMPC可以满足低速路径跟踪控制的绝大多数需求。

(3)对于高速路径跟踪控制, 较高车速带来的行驶稳定性不足问题会对路径跟踪控制形成挑战, 所以通常需要采用动力学层面的控制方法保障路径跟踪控制过程中的车辆行驶稳定性。而动力学层面的路径跟踪控制受到更加复杂的系统约束的影响, 在规划参考路径时很难将所有系统约束纳入考虑, 加上动力学层面的NMPC计算成本较大, 所以LMPC在高速路径跟踪控制中的应用较为广泛。

(4)仅采用动力学层面的LMPC等控制方法, 无法完全解决高速路径跟踪控制中路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性之间存在耦合的问题, 目前常见的思路是在路径跟踪控制中引入速度调节、博弈理论、权重分配等。采用LMPC作为路径跟踪控制方法, 并在控制系统中加入额外的速度调节或权重分配模块, 是一种能够处理系统约束并同时保证路径跟踪精确性和车辆行驶稳定性的可行思路。

(5)由于速度调节、权重分配的决策指标通常都与地面附着系数等环境参数有关, 而且基于LMPC等控制方法的路径跟踪控制本身也受地面附着系数等环境参数的影响, 所以精确地估计地面附着系数等环境参数也是高速路径跟踪控制领域中的一个重要研究方向。

参 考 文 献

- [1] Chen H Y, Xiong G M, Gong J W, et al. *Introduction to Self-Driving Car*. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014 (陈慧岩, 熊光明, 龚建伟, 等. 无人驾驶汽车概论. 北京: 北京理工大学出版社, 2014)
- [2] Xu Y, Lu Z F, Shan X, et al. Study on an automatic parking method based on the sliding mode variable structure and fuzzy logical control. *Symmetry*, 2018, 10(10): 523
- [3] Jiang L B, Yang J. Path tracking of automatic parking system based on sliding mode control. *Trans Chin Soc Agric Mach*, 2019, 50(2): 356 (姜立标, 杨杰. 基于滑模控制的自动泊车系统路径跟踪研究. *农业机械学报*, 2019, 50(2): 356)

- [4] Ye H, Jiang H B, Ma S D, et al. Linear model predictive control of automatic parking path tracking with soft constraints. *Int J Adv Rob Syst*, 2019, 16(3): 172988141985220
- [5] Chen L, Luo J, Yang X, et al. Research on automatic parking algorithms based on fuzzy pure tracking control. *J Wuhan Univ Technol (Inf Manage Eng)*, 2019, 41(3): 316
(陈龙, 罗杰, 杨旭, 等. 基于模糊纯追踪控制的自动泊车算法研究. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2019, 41(3): 316)
- [6] Gu Q, Bai G X, Meng Y, et al. Path tracking of automatic parking based on nonlinear model predictive control. *Chin J Eng*, 2019, 41(7): 947
(顾青, 白国星, 孟宇, 等. 基于非线性模型预测控制的自动泊车路径跟踪. 工程科学学报, 2019, 41(7): 947)
- [7] Song J, Zhang W W, Wu X C, et al. Laser-based SLAM automatic parallel parking path planning and tracking for passenger vehicle. *IET Intell Transp Syst*, 2019, 13(10): 1557
- [8] Zhang J X, Shi Z T, Yang X, et al. Trajectory planning and tracking control for autonomous parallel parking of a non-holonomic vehicle. *Meas Control*, <https://doi.org/10.1177/0020294020944961>
- [9] Zhang J X, Zhao J, Shi Z T, et al. Trajectory planning and tracking control for perpendicular parking based on clothoid curve. *J Southeast Univ Nat Sci*, 2020, 50(1): 182
(张家旭, 赵健, 施正堂, 等. 基于回旋曲线的垂直泊车轨迹规划与跟踪控制. 东南大学学报(自然科学版), 2020, 50(1): 182)
- [10] Zhang J X, Zhao J, Shi Z T, et al. A trajectory planning and tracking control method for fully-automatic parking system using HP-adaptive pseudo spectral method. *J Xi'an Jiaotong Univ*, 2020, 54(6): 176
(张家旭, 赵健, 施正堂, 等. 采用HP自适应伪谱法的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制. 西安交通大学学报, 2020, 54(6): 176)
- [11] Liu Z D, Zhang W Z, Lv Z Q, et al. Design and test of path tracking controller based on nonlinear model prediction. *Trans Chin Soc Agric Mach*, 2018, 49(7): 23
(刘正铎, 张万枝, 吕钊钦, 等. 基于非线性模型的农用车路径跟踪控制器设计与试验. 农业机械学报, 2018, 49(7): 23)
- [12] Liu Z D, Zhang W Z, Lv Z Q, et al. Design on trajectory tracking controller of agricultural vehicles under disturbances. *Trans Chin Soc Agric Mach*, 2018, 49(12): 378
(刘正铎, 张万枝, 吕钊钦, 等. 扰动下农用运输车辆路径跟踪控制器设计与试验. 农业机械学报, 2018, 49(12): 378)
- [13] Meng Y, Wang Y, Gu Q, et al. LQR-GA path tracking control of articulated vehicle based on predictive information. *Trans Chin Soc Agric Mach*, 2018, 49(6): 375
(孟宇, 汪钰, 顾青, 等. 基于预见位姿信息的铰接式车辆 LQR-GA 路径跟踪控制. 农业机械学报, 2018, 49(6): 375)
- [14] Meng Y, Gan X, Bai G X. Path following control of underground mining articulated vehicle based on the preview control method. *Chin J Eng*, 2019, 41(5): 662
(孟宇, 甘鑫, 白国星. 基于预瞄距离的地下矿用铰接车路径跟踪预测控制. 工程科学学报, 2019, 41(5): 662)
- [15] Nayl T, Nikolakopoulos G, Gustafsson T, et al. Design and experimental evaluation of a novel sliding mode controller for an articulated vehicle. *Rob Auton Syst*, 2018, 103: 213
- [16] Bai G X, Liu L, Meng Y, et al. Path tracking of mining vehicles based on nonlinear model predictive control. *Appl Sci*, 2019, 9(7): 1372
- [17] Luo W D, Ma B Q, Meng Y, et al. Reactive navigation system of underground unmanned Load-Haul-Dump unit based on NMPC. *J China Coal Soc*, 2020, 45(4): 1536
(罗维东, 马宝全, 孟宇, 等. 基于NMPC的地下无人铲运机反应式导航系统. 煤炭学报, 2020, 45(4): 1536)
- [18] Lin F, Ni L Q, Zhao Y Q, et al. Path following control of intelligent vehicles considering lateral stability. *J South China Univ Technol Nat Sci*, 2018, 46(1): 78
(林葵, 倪兰青, 赵又群, 等. 考虑横向稳定性的智能车辆路径跟踪控制. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(1): 78)
- [19] Norouzi A, Kazemi R, Azadi S. Vehicle lateral control in the presence of uncertainty for lane change maneuver using adaptive sliding mode control with fuzzy boundary layer. *Proc Inst Mech Eng Part I-J Syst Control Eng*, 2018, 232(1): 12
- [20] Xu D Z, Deng J, Yan W X, et al. Novel data-driven path tracking constrained control for intelligent vehicle autonomous overtaking system. *Control Theory Appl*, 2018, 35(3): 283
(许德智, 邓竞, 颜文旭, 等. 智能车辆自动超车系统的数据驱动路径跟踪约束控制. 控制理论与应用, 2018, 35(3): 283)
- [21] Ji J, Tang Z R, Wu M Y, et al. Path planning and tracking for lane changing based on model predictive control. *China J Highway Transp*, 2018, 31(4): 172
(冀杰, 唐志荣, 吴明阳, 等. 面向车道变换的路径规划及模型预测轨迹跟踪. 中国公路学报, 2018, 31(4): 172)
- [22] Sun C Y, Zhang X, Xi L H, et al. Design of a path-tracking steering controller for autonomous vehicles. *Energies*, 2018, 11(6): 1451
- [23] Ji X W, Liu Y L, He X K, et al. Interactive control paradigm-based robust lateral stability controller design for autonomous automobile path tracking with uncertain disturbance: A dynamic game approach. *IEEE Trans Veh Technol*, 2018, 67(8): 6906
- [24] Cui Q J, Ding R J, Zhou B, et al. Path-tracking of an autonomous vehicle via model predictive control and nonlinear filtering. *Proc Inst Mech Eng Part D-J Automob Eng*, 2018, 232(9): 1237
- [25] Zhao Z G, Zhou L J, Zhu Q. Preview distance adaptive optimization for the path tracking control of unmanned vehicle. *J Mech Eng*, 2018, 54(24): 166
(赵治国, 周良杰, 朱强. 无人驾驶车辆路径跟踪控制预瞄距离自适应优化. 机械工程学报, 2018, 54(24): 166)
- [26] Cao Y, Cao J Y, Yu F, et al. A new vehicle path-following strategy

- of the steering driver model using general predictive control method. *Proc Inst Mech Eng Part C-J Eng Mech Eng Sci*, 2018, 232(24): 4578
- [27] Yu L L, Kong D C, Shao X Y, et al. A path planning and navigation control system design for driverless electric bus. *IEEE Access*, 2018, 6: 53960
- [28] Guo H Y, Liu J, Cao D P, et al. Dual-envelop-oriented moving horizon path tracking control for fully automated vehicles. *Mechatronics*, 2018, 50: 422
- [29] Ji X W, He X K, Lv C, et al. Adaptive-neural-network-based robust lateral motion control for autonomous vehicle at driving limits. *Control Eng Pract*, 2018, 76: 41
- [30] Guo J H, Luo Y G, Li K Q, et al. Coordinated path-following and direct yaw-moment control of autonomous electric vehicles with sideslip angle estimation. *Mech Syst Signal Process*, 2018, 105: 183
- [31] Yang L, Yue M, Ma T. Path following predictive control for autonomous vehicles subject to uncertain tire-ground adhesion and varied road curvature. *Int J Control Autom Syst*, 2019, 17(1): 193
- [32] Ren Y, Zheng L, Khajepour A. Integrated model predictive and torque vectoring control for path tracking of 4-wheel-driven autonomous vehicles. *IET Intell Transp Syst*, 2019, 13(1): 98
- [33] Zhang C Y, Chu D F, Liu S D, et al. Trajectory planning and tracking for autonomous vehicle based on state lattice and model predictive control. *IEEE Intell Transp Syst Mag*, 2019, 11(2): 29
- [34] Wei S Y, Zou Y, Zhang X D, et al. An integrated longitudinal and lateral vehicle following control system with radar and vehicle-to-vehicle communication. *IEEE Trans Veh Technol*, 2019, 68(2): 1116
- [35] Mata S, Zubizarreta A, Pinto C. Robust tube-based model predictive control for lateral path tracking. *IEEE Trans Intell Veh*, 2019, 4(4): 569
- [36] Lin F, Chen Y K, Zhao Y Q, et al. Path tracking of autonomous vehicle based on adaptive model predictive control. *Int J Adv Rob Syst*, 2019, 16(5): 1729881419880089
- [37] Zhao Z G, Zhou L J, Wang K. Path tracking control of four-wheel drive hybrid electric car in steering. *J Tongji Univ Nat Sci*, 2019, 47(5): 695
(赵洽国, 周良杰, 王凯. 四驱混合动力轿车转弯工况路径跟踪控制. 同济大学学报(自然科学版), 2019, 47(5): 695)
- [38] Yuan K, Shu H, Huang Y J, et al. Mixed local motion planning and tracking control framework for autonomous vehicles based on model predictive control. *IET Intell Transp Syst*, 2019, 13(6): 950
- [39] Liu Z Q, Wang Y F, Wu X G, et al. Collision avoidance by lane changing based on linear path-following control. *China J Highway Transp*, 2019, 32(6): 86
(刘志强, 王一凡, 吴雪刚, 等. 基于线性路径跟踪控制的换道避撞控制策略研究. 中国公路学报, 2019, 32(6): 86)
- [40] Li Y S, Chi Y X, Ji X W, et al. A research on cooperative path tracking and anti-roll control of commercial vehicle based on Pareto optimal equilibrium theory. *Autom Eng*, 2019, 41(6): 654
(李玉善, 迟元欣, 季学武, 等. 基于Pareto最优均衡理论的商用车路径跟踪与抗侧倾协同控制研究. 汽车工程, 2019, 41(6): 654)
- [41] Li S, Xu Y H, Chen J, et al. A study on vehicle lateral tracking control based on arc-length preview. *Autom Eng*, 2019, 41(6): 668
(李爽, 徐延海, 陈静, 等. 基于弧长预瞄的车辆侧向跟踪控制研究. 汽车工程, 2019, 41(6): 668)
- [42] Zhou S, Wu N, Zhi X L. Path tracking predictive control of four-wheel independent steering electric vehicle. *J Tongji Univ Nat Sci*, 2019, 47(6): 842
(周苏, 吴楠, 支雪磊. 四轮独立转向电动汽车路径跟踪预测控制. 同济大学学报(自然科学版), 2019, 47(6): 842)
- [43] Hu C, Wang Z F, Taghavifar H, et al. MME-EKF-based path-tracking control of autonomous vehicles considering input saturation. *IEEE Trans Veh Technol*, 2019, 68(6): 5246
- [44] Chen T, Chen L, Xu X, et al. Path following control of autonomous vehicles based on Hamilton theory. *Trans Beijing Inst Technol*, 2019, 39(7): 676
(陈特, 陈龙, 徐兴, 等. 基于Hamilton理论的无人车路径跟踪控制. 北京理工大学学报, 2019, 39(7): 676)
- [45] Chen T, Chen L, Xu X, et al. Integrated control of unmanned distributed driven vehicles path tracking and stability. *Autom Eng*, 2019, 41(10): 1109
(陈特, 陈龙, 徐兴, 等. 分布式驱动无人车路径跟踪与稳定性协调控制. 汽车工程, 2019, 41(10): 1109)
- [46] Wang R C, Wei Z D, Ye Q, et al. A research on visual preview longitudinal and lateral cooperative control of intelligent vehicle. *Autom Eng*, 2019, 41(7): 763
(汪若尘, 魏振东, 叶青, 等. 视觉预瞄式智能车辆纵横向协同控制研究. 汽车工程, 2019, 41(7): 763)
- [47] Li H Q, Zhao Y Q, Lin F, et al. Research on high speed path tracking and rollover control for obstacle avoidance under emergency of vehicle. *J Harbin Inst Technol*, 2019, 51(7): 135
(李海青, 赵又群, 林菜, 等. 汽车高速紧急避障路径跟踪与主动防侧翻控制. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(7): 135)
- [48] Wu Y, Wang L F, Zhang J Z, et al. Path following control of autonomous ground vehicle based on nonsingular terminal sliding mode and active disturbance rejection control. *IEEE Trans Veh Technol*, 2019, 68(7): 6379
- [49] Wu Y, Wang L F, Li F. Intelligent vehicle path following control based on sliding mode active disturbance rejection control. *Control Decis*, 2019, 34(10): 2150
(吴艳, 王丽芳, 李芳. 基于滑模自抗扰的智能车路径跟踪控制. 控制与决策, 2019, 34(10): 2150)
- [50] Wang Y, Cai Y F, Chen L, et al. Design of intelligent and connected vehicle path tracking controller based on model predictive control. *J Mech Eng*, 2019, 55(8): 136

- (王艺, 蔡英凤, 陈龙, 等. 基于模型预测控制的智能网联汽车路径跟踪控制器设计. *机械工程学报*, 2019, 55(8): 136)
- [51] Liu K, Wang W, Gong J W, et al. Dynamic modeling and trajectory tracking of intelligent vehicles in off-road terrain. *Trans Beijing Inst Technol*, 2019, 39(9): 933
(刘凯, 王威, 龚建伟, 等. 越野地形下智能车辆的动力学建模与轨迹跟踪. *北京理工大学学报*, 2019, 39(9): 933)
- [52] Bai G X, Meng Y, Liu L, et al. Path tracking control of vehicles based on variable prediction horizon and velocity. *China Mech Eng*, 2020, 31(11): 1277
(白国星, 孟宇, 刘立, 等. 基于可变预测时域及速度的车辆路径跟踪控制. *中国机械工程*, 2020, 31(11): 1277)
- [53] Wang W, Chen H Y, Ma J H, et al. Path tracking for intelligent vehicles based on Frenet coordinates and delayed control. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(11): 2336
(王威, 陈慧岩, 马建昊, 等. 基于Frenet坐标系和控制延时补偿的智能车辆路径跟踪. *兵工学报*, 2019, 40(11): 2336)
- [54] Diao Q Q, Zhang Y N, Zhu L Y. A lateral and longitudinal fuzzy control of intelligent vehicles with double preview points for large curvature roads. *China Mech Eng*, 2019, 30(12): 1445
(刁勤晴, 张雅妮, 朱凌云. 双预瞄点智能车大曲率路径的横纵向模糊控制. *中国机械工程*, 2019, 30(12): 1445)
- [55] Zhang B, Zong C F, Chen G Y, et al. An adaptive-prediction-horizon model prediction control for path tracking in a four-wheel independent control electric vehicle. *Proc Inst Mech Eng Part D-J Automob Eng*, 2019, 233(12): 3246
- [56] Zhang B, Zong C F, Chen G Y, et al. Electrical vehicle path tracking based model predictive control with a laguerre function and exponential weight. *IEEE Access*, 2019, 7: 17082
- [57] Yao Q Q, Tian Y. A model predictive controller with longitudinal speed compensation for autonomous vehicle path tracking. *Appl Sci*, 2019, 9(22): 4739
- [58] Lee K, Jeon S, Kim H, et al. Optimal path tracking control of autonomous vehicle: Adaptive full-state linear quadratic gaussian (LQG) control. *IEEE Access*, 2019, 7: 109120
- [59] Sun C Y, Zhang X, Zhou Q, et al. A model predictive controller with switched tracking error for autonomous vehicle path tracking. *IEEE Access*, 2019, 7: 53103
- [60] Wang H Y, Liu B, Ping X Y, et al. Path tracking control for autonomous vehicles based on an improved MPC. *IEEE Access*, 2019, 7: 161064
- [61] Guo H Y, Cao D P, Chen H, et al. Model predictive path following control for autonomous cars considering a measurable disturbance: Implementation, testing, and verification. *Mech Syst Signal Process*, 2019, 118: 41
- [62] Chen T, Chen L, Xu X, et al. Simultaneous path following and lateral stability control of 4WD-4WS autonomous electric vehicles with actuator saturation. *Adv Eng Software*, 2019, 128: 46
- [63] Su S H, Chen G. Lateral adaptive backstepping switching control for robot-driven vehicles. *Autom Eng*, 2020, 42(1): 11
(苏树华, 陈刚. 机器人驾驶车辆的横向自适应反演切换控制. *汽车工程*, 2020, 42(1): 11)
- [64] Guo N Y, Zhang X D, Zou Y, et al. A computationally efficient path following control strategy of autonomous electric vehicles with yaw motion stabilization. *IEEE Trans Transp Electrification*, 2020, 6(2): 728
- [65] Bai G X, Liu L, Meng Y, et al. Real-time path tracking of mobile robot based on nonlinear model predictive control. *Trans Chin Soc Agric Mach*, 2020, 51(9): 47
(白国星, 刘丽, 孟宇, 等. 基于非线性模型预测控制的移动机器人实时路径跟踪. *农业机械学报*, 2020, 51(9): 47)
- [66] Li J, Tang S, Huang Z X, et al. Longitudinal and lateral coordination control method of high-speed unmanned vehicles with integrated stability. *J Traffic Transp Eng*, 2020, 20(2): 205
(李军, 唐爽, 黄志祥, 等. 融合稳定性的高速无人驾驶车辆纵横协调控制方法. *交通运输工程学报*, 2020, 20(2): 205)
- [67] Feng P P, Zhang J W, Yang W M. Observer-based state-feedback robust control for path following of autonomous ground vehicles. *Proc Inst Mech Eng Part I-J Syst Control Eng*, 2020, 234(2): 222
- [68] Cai Y F, Li J, Sun X Q, et al. Research on hybrid control strategy for intelligent vehicle path tracking. *China Mech Eng*, 2020, 31(3): 289
(蔡英凤, 李健, 孙晓强, 等. 智能汽车路径跟踪混合控制策略研究. *中国机械工程*, 2020, 31(3): 289)
- [69] Deng H P, Ma B, Zhao H G, et al. Path planning and tracking control of autonomous vehicle for obstacle avoidance. *Acta Armamentarii*, 2020, 41(3): 585
(邓海鹏, 麻斌, 赵海光, 等. 自动驾驶车辆紧急避障的路径规划与轨迹跟踪控制. *兵工学报*, 2020, 41(3): 585)
- [70] Hu C F, Zhao L X, Cao L, et al. Steering control based on model predictive control for obstacle avoidance of unmanned ground vehicle. *Meas Control*, 2020, 53(3-4): 501
- [71] Zhang L X, Zhang T Z, Wu G Q. Robust predictive control for intelligent vehicle path tracking considering error feedback correction. *J Xi'an Jiaotong Univ*, 2020, 54(3): 20
(张亮修, 张铁柱, 吴光强. 考虑误差校正的智能车辆路径跟踪鲁棒预测控制. *西安交通大学学报*, 2020, 54(3): 20)
- [72] Mohammadzadeh A, Taghavifar H. A robust fuzzy control approach for path-following control of autonomous vehicles. *Soft Comput*, 2020, 24(5): 3223
- [73] Yuan X F, Huang G M, Shi K. Improved adaptive path following control system for autonomous vehicle in different velocities. *IEEE Trans Intell Transp Syst*, 2020, 21(8): 3247
- [74] Zhou W, Guo X X, Pei X F, et al. Study on path planning and tracking control for intelligent vehicle based on RRT and MPC. *Autom Eng*, 2020, 42(9): 1151
(周维, 过学迅, 裴晓飞, 等. 基于RRT与MPC的智能车辆路径规划与跟踪控制研究. *汽车工程*, 2020, 42(9): 1151)

- [75] Sun Z Y, Wang R C, Ye Q, et al. Investigation of intelligent vehicle path tracking based on longitudinal and lateral coordinated control. *IEEE Access*, 2020, 8: 105031
- [76] Tang L Q, Yan F W, Zou B, et al. An improved kinematic model predictive control for high-speed path tracking of autonomous vehicles. *IEEE Access*, 2020, 8: 51400
- [77] Cui Q J, Ding R J, Wei C F, et al. Path-tracking and lateral stabilisation for autonomous vehicles by using the steering angle envelope. *Veh Syst Dyn*, <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1776344>
- [78] Zhang W L, Drugge L, Nybacka M, et al. Active camber for enhancing path following and yaw stability of over-actuated autonomous electric vehicles. *Veh Syst Dyn*, <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1723653>
- [79] Zhang J X, Zhou S Y, Shi Z T, et al. Path planning and tracking control for corner overtaking of driverless vehicle using sliding mode technique with conditional integrators. *Control Theory Appl*, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.tp.20201015.1122.008.html>. (张家旭, 周时莹, 施正堂, 等. 采用滑模条件积分的无人驾驶汽车弯道超车路径规划与跟踪控制. 控制理论与应用, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.tp.20201015.1122.008.html>)
- [80] Zhang J X, Wang X Z, Zhao J, et al. Path planning and discrete sliding mode tracking control for high-speed lane changing collision avoidance of vehicle. *J Jilin Univ Eng Technol*, <https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb20200057>. (张家旭, 王欣志, 赵健, 等. 汽车高速换道避让路径规划与离散滑模跟踪控制. 吉林大学学报(工学版), <https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb20200057>)
- [81] Wang G D, Liu Y, Li S S, et al. Research on path tracking control under limit conditions based on tire state stiffness prediction. *Acta Autom Sin*, <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190349>. (王国栋, 刘洋, 李绍松, 等. 基于轮胎状态刚度预测的极限工况路径跟踪控制研究. 自动化学报, <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190349>)