工程科学学报
Chinese Journal of Engineering

基于连续反演算法的时滞补偿控制综述

马永浩 张爽 何修宇 刘志杰

A survey of delay compensation and control based on continuum backstepping control algorithms for time-delay systems

MA Yong-hao, ZHANG Shuang, HE Xiu-yu, LIU Zhi-jie

引用本文:
马永浩, 张爽, 何修宇, 刘志杰. 基于连续反演算法的时滞补偿控制综述[J]. 工程科学学报, 2022, 44(6): 1053-1061. doi: 10.13374/j.issn2095-9389.2021.01.10.002
MA Yong-hao, ZHANG Shuang, HE Xiu-yu, LIU Zhi-jie. A survey of delay compensation and control based on continuum backstepping control algorithms for time-delay systems[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2022, 44(6): 1053-1061. doi: 10.13374/j.issn2095-9389.2021.01.10.002

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2021.01.10.002

工程科学学报，第 44 卷，第 6 期：1053−1061，2022 年 6 月
Chinese Journal of Engineering, Vol. 44, No. 6: 1053−1061, June 2022
https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2021.01.10.002; http://cje.ustb.edu.cn

基于连续反演算法的时滞补偿控制综述

马永浩[1,2)]，张　爽[1,2)]，何修宇[1,2,3)] ✉，刘志杰[1,2,3)]

1) 北京科技大学人工智能研究院，北京 100083　2) 北京科技大学自动化学院，北京 100083　3) 北京科技大学顺德研究生院，佛山 528399
✉通信作者，E-mail: xiuyuhe@ieee.org

摘　要　在实际系统的工作过程中，时滞现象普遍存在，如控制信号的采集与传输、控制器的构建与实施、事件的决策与处理等．考虑并有效处理时滞特性的影响有助于提升系统的性能．基于连续反演算法的时滞补偿控制策略是一种有效的控制方法且取得很多研究成果．该时滞补偿控制的主要思路是将具有时滞特性的常微分方程或偏微分方程变换为不具有时滞特性的常微分方程−偏微分方程/常微分方程−偏微分方程 (ODE−PDE/PDE−PDE) 级联系统．进一步地，基于变换的级联系统，结合连续反演算法提出相应的控制策略．该方法具有系统的稳定性证明简单，鲁棒性强，易于求取闭环系统精确解等优点．详细论述了连续反演算法的基本原理，并针对基于连续反演算法的时滞补偿控制算法在处理输入、输出、状态等类型时滞特性的最新研究进展做简单的阐述和总结．最后，开放式地论述了时滞系统的未来研究方向．

关键词　时滞系统；输入时滞；输出时滞；连续反演算法；分布参数系统
分类号　TP273.3

A survey of delay compensation and control based on continuum backstepping control algorithms for time-delay systems

MA Yong-hao[1,2)], *ZHANG Shuang*[1,2)], *HE Xiu-yu*[1,2,3)] ✉, *LIU Zhi-jie*[1,2,3)]

1) Institute of Artificial Intelligence, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
2) School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
3) Shunde Graduate School, University of Science and Technology Beijing, Foshan 528399, China
✉ Corresponding author, E-mail: xiuyuhe@ieee.org

ABSTRACT　In practical control systems, time delays inevitably occur when sensors need to measure and require the system’s data for decision making as well as when microcontrollers (or other devices) compute and implement control signal processes. The time-delay phenomenon is common in network systems because information (e.g., plant output and control input) is exchanged *via* a network among control system components and communication delays inevitably arise. Time delays usually affect the dynamic performance of a system, such as the response time and operation accuracy of the system, and may even lead to system instability. Therefore, considering the effects of time delays and effectively compensating for them will improve the performance of a system. Recently, considerable attention has been paid to the study of time-delay problems based on a continuum backstepping control algorithm for its superiority on stability analysis. The design process mainly comprises three steps. First, the original system is transformed into an ordinary differential equation (ODE)–partial differential equation (PDE) or PDE–PDE cascaded system wherein a first-order hyperbolic transport-PDE is introduced to describe the time-delay phenomenon. Thereafter, the cascaded system is turned into a stable system using a Volterra transformation. Finally, a corresponding time-delay compensated control law is developed based on the proposed Volterra transformation. The algorithm

收稿日期： 2021−01−10
基金项目： 国家自然科学基金资助项目（U2013201, 62003029, 62073031）；北京科技大学顺德研究生院博士后研究基金资助项目（2020BH006）；北京高校高精尖学科北京科技大学“人工智能科学与工程”

based on the continuum backstepping control algorithm is robust, has an inverse optimal control, and exhibits great potential for explicit exact control laws. Moreover, the stability analysis and exact solutions of closed-loop systems are obtained easily. This survey summarizes the basic principle and design procedure of the time-delay compensation method and control law based on the continuum backstepping control algorithm. Further, the recent works of the time-delay compensation control based on this algorithm are introduced for time-delay systems covering the aspects of input, output, and state. Finally, the future works of the time-delay compensation control based on the continuum backstepping control algorithm are discussed.

KEY WORDS time-delay systems; input time delay; output time delay; continuum backstepping control; distributed parameter systems

时滞系统，通常称之为具有后效应或停滞时间的系统[1]．相别于一般系统，时滞系统的一个本质特征是它的未来发展取决于系统的当前状态和过去状态．时滞特性不可避免地存在于许多实际工程中[2]，例如：电力系统[3]、网络传输系统[4]、航天飞行器[5]、化学反应过程[6−7]．时滞特性产生的主要原因是在系统信息获取、传输以及控制决策、执行等过程所需耗费必要的时间．以常见的反馈控制系统为例，部件的物理结构限制或采集信号和控制信号的长距离传输等因素会导致传感器到控制终端和控制终端到执行器等通道上存在时滞现象．而在网络控制系统中，在系统输出、控制输入等信息在系统组件 (传感器节点，控制器节点，执行器节点等) 间的交换过程中，通信网络媒介的引入会不可避免地产生滞后现象，导致系统具有时滞特性．时滞现象的存在通常会影响系统的动态性能，如系统的响应时间和操作精度，甚至会导致系统的不稳定．Datko 等指出任意小的时滞都能导致一维双曲型偏微分方程 (Partial differential equations, PDEs) 不稳定[8−9]．因此，时滞系统的研究具有重要的理论意义和实际应用价值，是数学、控制等领域的热点研究问题之一．针对时滞系统的研究由来已久，并取得了丰硕的研究成果[10−14]，其中，在无穷维系统中也具有广泛且深入的研究，如波方程[15] 和薛定谔方程[16]．

目前，常见的时滞补偿控制方法主要有：Smith 预估控制[17−18] 和有限谱配置法 (Finite spectrum assignment, FSA)[19−21] 等．Smith 预估控制通过引入 Smith 预估器，将时滞部分有效地转移到了闭环控制之外，即消除了闭环传递函数的特征方程中存在的时滞特性，处理后的系统可按常规的控制器设计方法来设计，该方法的优点在于将含有时滞特性的设计问题转化为不含时滞特性的设计问题，使问题得到简化．然而，该种方法严重依赖准确的数学模型，一旦模型和对象不匹配，Smith 预估器就无法得到理想的性能，甚至可能导致系统的不稳定．另外，Smith 预估器对时滞参数非常敏感．那么，Smith 预估器只适用于非滞后部分稳定的输入时滞系统，对非滞后部分不稳定的情形却无能为力．有限频谱配置法首先预估出一个超前的状态（超前量恰好等于输入滞后的时长），然后将得到的超前状态用于反馈，以便补偿输入滞后的影响，从而保证闭环系统是有限维的，这个维数恰好就是原系统的维数，并在此前提下实现全部特征值的任意配置．该方法存在一个显著的不足：在闭环系统的稳定性分析中，合适的 Lyapunov−Krasovskii 函数的选取存在很大的难度，因为整个闭环系统包括有限维的系统状态和无限维的执行器状态．为了克服这一不足，Krstic 和 Smyshlyaev 研究了具有单输入时滞特性的有限维系统，创新性地引入分布式状态向量$\mathbf{u}(x,t)$来描述执行器的状态，采用一阶双曲型 PDEs 表示系统中的时滞特性，将具有时滞特性的原系统映射为不具输入时滞特性的 ODE−PDE 级联系统，并引进连续反演算法降低 Lyapunov−Krasovskii 函数构造的难度[22]．

本文尝试对基于连续反演算法的时滞补偿控制思路进行简洁的阐述，并针对其近年来的研究成果展开详细的介绍及分析，探讨时滞补偿控制的未来发展方向．

符号说明：$\mathbb{R}$表示为实数集；$\mathbb{R}_+$表示为非负实数集；$\mathbb{R}^n$表示为欧几里得空间，其中，为n正常数；$\mathbb{R}^{a\times b}$为$a\times b$维实矩阵空间，其中，a和b为正整数；$\mathcal{L}_2[0,\infty)$表示为函数空间$f_e:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}^n$，其范数定义为$\|f_e\|_{L_2}=\left[\int_0^\infty|f_e(\theta)|^2\mathrm{d}\theta\right]^{\frac{1}{2}}$；$\mathcal{H}^1(a,b)$为绝对连续函数$f_e$所构成的索伯列夫空间，函数$f_e:[a,b]\to\mathbb{R}^n$且$f_e'\in\mathcal{L}_2(a,b)$；$\mathcal{H}^2(a,b)$为绝对连续函数$f_e$所构成的索伯列夫空间，函数$f_e:[a,b]\to\mathbb{R}^n$且$f_e',f_e''\in\mathcal{L}_2(a,b)$；$(\bullet)_x=\partial(\bullet)/\partial x,(\bullet)_t=\partial(\bullet)/\partial t$.

1 时滞系统分类

目前，根据时滞特性在系统中出现的不同位

置, 时滞系统主要可分为输入时滞系统、输出时滞系统、状态时滞系统等. 下面将简要介绍这三类时滞系统.

输入时滞系统

具有输入时滞特性的有限维系统通常如式 (1) 所示[23]

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{AX}(t)+\boldsymbol{BU}(t-\varphi),\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{X}_0 \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{X}\in\mathbb{R}^a$表示系统的状态向量, t 表示时间变量, $\boldsymbol{A}\in\mathbb{R}^{a\times a}$为系统矩阵, $\boldsymbol{B}\in\mathbb{R}^{a\times b}$为系统的控制矩阵, a和b为正常数. φ表示系统时滞的大小, 若$\varphi=D$, D为大于 0 的常数, 系统为具有定常离散输入时滞特性的时滞系统. 若$\varphi=d(t)$, $d(t)$为大于 0 的函数, 系统则为具有时变离散输入时滞特性的时滞系统. $\boldsymbol{U}$ 为控制矢量. $\boldsymbol{U}(\theta)=\boldsymbol{h}(\theta),\theta\in(-\varphi,0)$, $\boldsymbol{h}$为历史函数向量, $\boldsymbol{X}_0$ 是有限维系统的初始状态.

而具有输入时滞特性的无限维系统通常如式 (2) 所示

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t)}{\mathrm{d}t}=A_{\rm in}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t)+B_{\rm in}\boldsymbol{U}_{\rm in}(t-\varphi),\boldsymbol{X}_{\rm in}(0)=\boldsymbol{X}_{\rm in0} \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{X}_{\rm in}$表示系统的状态向量, $\boldsymbol{U}_{\rm in}$为无限维系统的控制矢量. $A_{\rm in}$为定义在状态空间$H_{\rm s}$上的系统算子, $B_{\rm in}$为定义在控制空间$H_{\rm u}$上的控制算子, 系统状态空间$H_{\rm s}$和控制空间$H_{\rm u}$均为希尔伯特空间. $\boldsymbol{X}_{\rm in0}$是无限维系统的初始状态. 无限维系统的表示方式可以直接从有限维系统类比得到, 故下文不再特别地阐述无限维系统的表示方式.

当系统为多个输入系统时, 相应的多输入定常时滞系统如式 (3) 所示[24]:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{AX}(t)+\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{U}_i(t-D_i),\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{X}_0 \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{B_i}\in\mathbb{R}^{a\times b}$为每个输入通道中系统的控制矩阵, 每个输入通道$\boldsymbol{U_i}$都具有相应的定常时滞大小$D_i>0,i=1,\cdots,m$, m 为正整数. 特别地, 针对带分布式输入定常时滞的时滞系统可表示式 (4)[25]

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{AX}(t)+\int_0^{\rm D}\boldsymbol{B}_{\rm dis}(\delta)\boldsymbol{U}_{\rm dis}(t-\delta)\mathrm{d}\delta,\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{X}_0 \tag{4}$$

其中, δ是分布式时滞变量, 它的取值范围是$[0,D]$; $\boldsymbol{B}_{\rm dis}:[0,D]\to\mathbb{R}^{a\times b}$为分段连续函数矩阵; $\boldsymbol{U}_{\rm dis}$为分布式控制矢量.

以具有定常输入时滞特征的有限维系统为例, 为处理系统中的输入时滞特性, 通过引入分布式状态向量$\boldsymbol{u}(x,t)$描述系统的输入时滞特性, 得到不具有输入时滞特性的 ODE−PDE 级联系统, 其一般形式如式 (5) 所示:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{AX}(t)+\boldsymbol{F}(t)\\ \boldsymbol{u}_t(x,t)=\boldsymbol{u}_x(x,t)\\ \boldsymbol{u}(D,t)=\boldsymbol{U}(t)\end{cases} \tag{5}$$

其中, $\boldsymbol{u}_x(x,t)=\partial\boldsymbol{u}(x,t)/\partial x,\boldsymbol{u}_t(x,t)=\partial\boldsymbol{u}(x,t)/\partial t$; $\boldsymbol{F}(t)$为不同输入时滞所求得的对应函数向量.

输出时滞系统

具有定常输出时滞的有限维系统一般可表示为式 (6)[26]

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{AX}(t)+\boldsymbol{BU}(t),\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{X}_0\\ \boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{CX}(t-D)\end{cases} \tag{6}$$

其中, $\boldsymbol{Y}$为输出矢量, $\boldsymbol{C}$为输出矩阵.

相应地, 具有定常输出时滞的无限维系统可以表示为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t)}{\mathrm{d}t}=A_{\rm in}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t)+B_{\rm in}\boldsymbol{U}_{\rm in}(t),\boldsymbol{X}_{\rm in}(0)=\boldsymbol{X}_{\rm in0}\\ \boldsymbol{Y}_{\rm in}(t)=C_{\rm in}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t-D)\end{cases} \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{Y}_{\rm in}$和$C_{\rm in}$分别为定义在观测空间$H_{\rm y}$的函数向量和观测算子.

以具有定常输出时滞特征的有限维系统为例, 采用与第 1.1 节相同的方法, 通过引入分布式状态向量$\boldsymbol{u}(x,t)$描述系统的输出时滞特性, 得到不具有输出时滞特性的 ODE−PDE 级联系统如式 (8) 所示:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{AX}(t)\\ \boldsymbol{u}_t(x,t)=\boldsymbol{u}_x(x,t)\\ \boldsymbol{u}(D,t)=\boldsymbol{CX}(t)\\ \boldsymbol{u}(0,t)=\boldsymbol{Y}(t)\end{cases} \tag{8}$$

状态时滞系统

具有定常状态时滞特性的有限维系统一般可用式 (9) 表示[27]

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{X}(t-D)+\boldsymbol{BU}(t),\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{X}_0 \tag{9}$$

其中, $\boldsymbol{A}_1$和$\boldsymbol{A}_2$为不同的系统矩阵.

相应地, 具有定常状态时滞特性的无限维系统一般可以用式 (10) 表示

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t)}{\mathrm{d}t}=A_{\rm in1}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t)+A_{\rm in2}\boldsymbol{X}_{\rm in}(t-D)+B_{\rm in}\boldsymbol{U}_{\rm in}(t),\boldsymbol{X}_{\rm in}(0)=\boldsymbol{X}_{\rm in0} \tag{10}$$

其中, $A_{\rm in1}$和$A_{\rm in2}$定义在状态空间$H_{\rm s}$的系统算子.

通常情况下, 状态时滞系统仅部分状态量存在时滞现象. 特别地, 针对具有部分状态时滞特性的系统, 可直接在原系统上应用连续反演算法, 而不需要采用双曲型 PDE 描述系统中的状态时滞特性.

2 基于连续反演算法的时滞补偿控制方法概述

在文献 [28] 中，Smyshlyaev 和 Krstic 提出了面向 PDEs 的反演法．该方法是针对 PDE 系统构造边界控制器和观测器的特定工具[29−31]，在处理 ODE 系统和 PDE 系统的时滞补偿特性时都具有它的独特优势．以有限维系统为例，基于连续反演算法的时滞补偿控制方法的主要步骤如下：

步骤一

引入分布式状态向量描述时滞特性可获得 ODE−PDE 级联系统，如系统 (5) 和 (8)．针对 ODE−PDE 级联系统，通过增加或移除特定的附加项后得到期望的稳定目标系统．具有输入时滞或输出时滞特性的目标系统表达式如式 (11) 所示：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\tilde{\boldsymbol{X}}(t)}{\mathrm{d}t} = \tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{X}}(t) + \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{w}(0,t) \\ \boldsymbol{w}_t(x,t) = \boldsymbol{w}_x(x,t) \\ \boldsymbol{w}(D,t) = 0 \end{cases} \tag{11}$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{X}}$和$\boldsymbol{w}$是目标系统的状态向量和分布式状态向量；$\tilde{\boldsymbol{A}}$和$\tilde{\boldsymbol{B}}$分别是目标系统的系统矩阵和控制矩阵，$\boldsymbol{w}_x(x,t) = \partial\boldsymbol{w}(x,t)/\partial x, \boldsymbol{w}_t(x,t) = \partial\boldsymbol{w}(x,t)/\partial t$.

步骤二

构造合适的反演变换（即 Volterra 映射），将原系统映射为稳定的目标系统．反演变换函数的一般表达形式如式 (12) 所示：

$$\boldsymbol{w}(x,t) = \boldsymbol{u}(x,t) - \int_0^x \boldsymbol{k}(x,y)\boldsymbol{u}(x,y)\mathrm{d}y \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{w}(x,t)$为目标系统的状态向量，$\boldsymbol{u}(x,t)$为原系统的状态向量，$\boldsymbol{k}(x,t)$为将$\boldsymbol{u}(x,t)$变换为$\boldsymbol{w}(x,t)$的待解核函数向量．基于原系统和目标系统，并结合构造的反演变换函数获得关于待解核函数的偏微分方程组．进一步地，基于待解核函数的偏微分方程组，采用变量代换方法和迭代求解积分方程方式，求解得到待解核函数的具体表达式．

步骤三

构造反演变换的逆变换，基于目标函数的稳定性证明原系统的稳定性．反演变换的逆变换函数的一般表达形式如式 (13) 所示：

$$\boldsymbol{u}(x,t) = \boldsymbol{w}(x,t) - \int_0^x \boldsymbol{l}(x,y)\boldsymbol{w}(x,y)\mathrm{d}y \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{l}(x,t)$为将$\boldsymbol{w}(x,t)$变换为$\boldsymbol{u}(x,t)$的待解核函数向量．采用与步骤二同样的求解方法可得到核函数向量的具体表达式．

步骤四

利用级联系统与目标系统的边界条件和反演变换，得到相对应的时滞补偿控制律．

3 面向输入时滞的基于反演法的时滞补偿控制

由于系统控制决策的创建和执行通常需要一定的处理时间和响应时间，时滞特性在实际系统的输入部分非常常见．近年来，基于连续反演算法的时滞补偿控制方法在处理时滞系统的已知和未知输入时滞特性过程中，取得了良好的时滞补偿效果和控制效果[32−34].

3.1 面向时滞大小已知的时滞补偿控制

针对输入时滞已知的情况，Krstic 与 Smyshlyaev 首次将连续反演算法应用于具有单输入时滞特性的 ODE 系统．文中结合李雅普诺夫直接法提出了具有指数稳定性的目标系统，通过构造合适的反演变换函数和逆变换函数证明原闭环系统的稳定性[22]．基于上文的研究，Krstic 进一步分析了系统初始值对系统稳定性的影响[35]，并提出了具有逆最优特性的预测反馈控制律[36]．不同于已有研究结果[23]，上文在控制设计中构造了一个低通滤波器，该控制律能够保证小时滞非匹配 (Delay mismatch) 情况下系统的指数稳定性，提升了系统的鲁棒性．特别地，针对具有时变输入时滞特性的 ODE 系统，即$\varphi = d(t)$，所引入的一阶双曲型 PDE 方程也具有时变特性，其对应反演变换函数的核函数也是时变的．因此，证明闭环系统的稳定性时也需要构造时变的李雅普诺夫函数[37].

Tsubakino 等面向具有多输入时滞特性的 ODE 系统，针对每个输入$\boldsymbol{U}_i$具有不同时滞大小D_i，需对应引入具有不同空间域的描述时滞特性的一阶双曲型 PDE 方程．进一步，文中针对获得的 ODE−PDE 级联系统构造了面向 PDEs 的类反演变换函数 (Backstepping-like transformation)，并分析了系统的稳定性[38]．Bekiaris-Liberis 和 Krstic 针对具有多输入分布式时滞的 ODE 系统，引入了面向 PDEs 的前馈−反演变换 (Forwarding−backstepping transformation)，将原系统变换为期望的稳定目标系统，并结合二次型李雅普诺夫泛函证明了目标系统的指数稳定性；通过求解变换过程中变换函数和逆变换函数证明原系统的稳定性[39]．在文献 [40−42] 中，作者进一步针对具有时变单输入时滞线性系统、定常多输入时滞线性系统和定常单输入时滞非线性系统研究了系统的逆最优特性．

Krstic 针对具有输入时滞特性的反应−扩散 PDEs 系统，利用变量代换将具有时滞特性的原

PDEs 系统映射为不具有时滞特性的 PDE−PDE 级联系统. 文中结合反演法设计了时滞补偿反馈控制, 并给出了闭环系统精确的解析解[43]. Gu 和 Wang 在文献 [43] 的基础上进一步考虑了输出跟踪问题, 利用连续反演算法, 可以将 PDE−PDE 级联系统映射为目标误差系统, 该目标系统是以规定的速率指数收敛, 在映射过程中可以得到对应的状态反馈控制器[44]. Qi 等将时滞补偿控制方法进一步拓展到具有输入时滞特性域内分布式控制器的反应−扩散 PDE 系统[45]. Liu 等指出, 文献 [22] 所提出的时滞补偿控制不适用于无穷维系统, 因为当系统为无穷维时, 算子$B_{\rm in}$为无界算子[46]. 即使控制输入$\boldsymbol{U}_{\rm in}$属于控制空间$H_{\rm u}$, 经过算子$B_{\rm in}$的作用, 也可能不在状态空间$H_{\rm s}$里. 针对该问题, Liu 等提出了一种新的可逆反演变换, 利用伴随理论得到所对应的时滞补偿控制律, 使得具有输入时滞的无限维系统稳定. 此外, 作者将历史函数向量$\boldsymbol{h}$的约束条件从文献 [43] 中的$\boldsymbol{h}\in\mathcal{H}^1(-{\rm D},0;H_{\rm u})$扩展到$\boldsymbol{h}\in\mathcal{L}_2(-{\rm D},0;H_{\rm u})$. Krstic 研究了具有输入时滞特性和抗阻尼效应弦系统的时滞补偿控制[47]. 不同于反应−扩散 PDE 方程, 弦系统的最高阶导数为 2 阶, 描述系统时滞特性的分布式状态量$u_{\rm in}(x,t)$属于$\mathcal{H}^2$空间. 针对弦 PDE 系统的时滞补偿控制设计则具有很大的挑战性.

上述文章中提出的控制策略都是边界控制, 与分布式控制比较具有一定的优势, 如工程上较易实现. 然而, 针对时滞分布参数系统, 由于边界控制器的设计需要系统过去时刻的状态量, 属于无穷维控制器, 在实际系统中实现具有一定的难度.

3.2 面向时滞大小未知的时滞补偿控制

上述文献中针对系统中时滞失配的问题, 提出了具有逆最优特性的时滞补偿控制方法, 然而仅考虑了系统中小时滞失配的情况. 在很多实际系统中时滞特性的精确值是难以获得的, 针对未知时滞大小系统的时滞补偿控制是亟需解决的问题. 近年来, 将连续反演法与自适应相结合, 在不确定时滞系统的未知时滞补偿控制方面取得了较为丰硕的研究成果[48−51].

Krstic 和 Bresch-Pietri 针对具有未知输入时滞的不稳定 ODE 系统, 首次提出了基于全状态反馈的自适应时滞补偿控制方法[52]. 不同于处理时滞大小已知的情况, 该论文结合转换函数$\boldsymbol{w}(x,t)=\boldsymbol{U}(t+D(x-1))$将原系统转换为 ODE−PDE 级联系统. 该转变函数有利于获得与定常时滞大小D相关的线性 PDE 方程, 具体的表达形式如式 (14) 所示:

$$\begin{cases}\boldsymbol{w}_t(x,t)=D\boldsymbol{w}_x(x,t)\\ \boldsymbol{w}(0,t)=\boldsymbol{U}(t-D)\\ \boldsymbol{w}(D,t)=\boldsymbol{U}(t)\end{cases}\tag{14}$$

线性化的最大优点在于易于获得估测值$\hat{D}$, 从而便于后续自适应控制设计. 具体地, 该文所提出自适应控制律如式 (15) 所示:

$$\boldsymbol{U}(t)=\boldsymbol{K}{\rm e}^{\boldsymbol{A}\hat{D}(t)}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{K}D\int_0^1{\rm e}^{\boldsymbol{A}\hat{D}(t)(1-y)}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(y,t){\rm d}y\tag{15}$$

其中, $\boldsymbol{K}$是具有相应维数的正定矩阵. 该正定矩阵需保证$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BK}$为赫维茨 (Hurwitz) 矩阵. 进一步地, 采用李雅普诺夫直接法证明了该闭环系统的全局指数稳定性. 在该论文中, 假定系统状态$\boldsymbol{X}(t)$和执行器分布式状态向量$\boldsymbol{w}(x,t)$均可测量, 但是$\boldsymbol{w}(x,t)$的测量存在很大的困难, 在D未知的情况下, 无法通过变换$\boldsymbol{w}(x,t)=\boldsymbol{U}(t+D(x-1))$得到$\boldsymbol{w}(x,t)$. 针对未知时滞大小的时滞系统, Bresch-Pietri 和 Krstic 引入了D的估计量, 即$\boldsymbol{w}(x,t)=\boldsymbol{U}(t+\hat{D}(x-1))$来解决该系统的稳定性问题. 然而, 该控制方法仅能保证闭环系统的局部稳定性, 而非全局稳定性[53]. Zhu 等结合自适应反演输出反馈控制和边界控制方法来解决了具有未知输入时滞, 未知系统参数以及部分状态未知的不确定单输入单输出线性 ODE 系统的精确轨迹跟踪问题[54]. 在该文献中, 通过引入自适应增益调节自适应更新率解决参数估计误差的问题, 从而保证级联系统的稳定. 然而, 上述方法难以处理不可测的 ODE 动力学部分以及未知的控制系数. 此外, 该方法也仅能处理相对度等于其原系统维度的线性系统的全局稳定性.

Zhu 等同样地引入$\boldsymbol{w}_i(x,t)$的估计量将自适应时滞控制方法拓展到了多输入系统, 然而也仅能保证该系统的局部稳定性. 该论文在理论证明过程中, 严格地限定了每个输入通道的时滞大小: 假设有m个输入通道, 即$0<\underline{D}_1\leqslant D_1\leqslant\overline{D}_1\leqslant\underline{D}_2\leqslant\dots\leqslant D_m\leqslant\overline{D}_m$, 其中, $\underline{D}_i$和$\overline{D}_i$表示第i个输入通道时滞大小D_i的下上界[55]. 此外, 该论文提出了一种转换机制, 使得系统在$D_i>D_{i-1}$的情况下, 仍能保证$\hat{D}_i$收敛于真实的D_i.

不同于处理离散输入时滞特性, 处理分布式输入时滞特性的难点在于: 分布式控制矩阵$\boldsymbol{B}_{\rm d}$可能包含未知函数或未知参数. 为解决输入时滞特性和分布式控制矩阵的不确定性, 文献 [56] 结合基于参数减少的参数变换 (Reduction-based change of variable) 和前馈反演变换方法求得对应的目标系统, 控制率和更新率, 以及针对该系统提出相应的自适应控制.

4 面向输出时滞的基于反演法的时滞补偿控制

输出时滞是输入、输出、状态三类时滞特性中较为容易处理的一种时滞特性．处理该时滞的总体思路是通过构造合适的观测器获得当前时刻系统状态的近似值，以证明误差系统是收敛的．Krstic 和 Smyshlyaev 面向具有定常输出时滞特性的 ODE 系统，通过参数变换求得 ODE−PDE 级联系统，并提出了一种新型观测器来估计原系统的未知状态量[22]，如式 (16) 所示：

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{X}}}(t)=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}(t)+\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}D}\boldsymbol{L}(\boldsymbol{Y}(t)-\hat{\boldsymbol{u}}(0,t)) \\ \hat{\boldsymbol{u}}_t(x,t)=\hat{\boldsymbol{u}}_x(x,t)+\boldsymbol{C}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}D}\boldsymbol{L}(\boldsymbol{Y}(t)-\hat{\boldsymbol{u}}(0,t)) \\ \hat{\boldsymbol{u}}(D,t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}(t) \end{cases} \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{L}$为观测器的控制增益．

结合实际系统和观测器所得的误差系统，进一步利用反演变换方法将误差系统映射为预设的稳定目标系统，从而分析构造观测器对实际系统的精确跟踪性能．与传统的仅估计系统状态的输出时滞补偿观测器[57−58]相比，该文所设计的观测器是一个全状态观测器，不仅估计系统状态，还估计传感器状态．Sanz 等将该观测器的设计思路拓展到具有输出时变时滞特性的线性时变系统的时滞补偿控制研究中[59]．Wang 等面向具有时变输出时滞特性的矿用电缆升降机系统，设计了一个全状态观测器，并结合连续反演算法获取了 PDE−ODE−PDE 级联系统[60]．特别地，该论文采用两次反演变换所得到的描述目标系统特性的 PDEs 均为一阶双曲型类型，并保证了时滞状态 PDEs 和 ODE 之间的相互耦合关系转变为级联关系．文献 [61] 研究了具有定常输出时滞 ODE−PDE−ODE 双曲型系统，利用末端 ODE 系统具有时滞的输出状态构造一个全状态观测器，进一步利用频域分析法和连续反演算法设计基于观测器的输出反馈控制策略．在该控制策略下，系统指数收敛．Pinto 等结合连续反演算法与滑模控制，解决了具有时变输出时滞特性和未知外界扰动的线性时滞系统的稳定性问题[62]．

然而，文献 [22] 和 [59] 所设计的观测器存在一个明显的缺点：无法处理充分大的输出时滞特性．为了有效解决输出时滞系统中的大时滞问题，文献 [63−64] 提出了一种新的观测器，即链式观测器．链式观测器的总体思路为：设定大输出延时为 D 秒，则链式观测器构造了 m 个子观测器，其中，每个子观测器包含一个预测器来预测总大输出延时中 D/m 秒内系统的状态量．Ahmed-Ali 等结合链式观测器与类反演变换方法提出了基于 PDEs 的新型观测器，有效解决了具有任意大输出时滞非线性定常系统的状态估计问题和稳定性问题[65]．

5 面向状态时滞系统的基于反演法的时滞补偿控制

Hashimoto 等首次将连续反演算法应用于具有部分状态时滞特性的反应−扩散方程中[28]．不同于处理输入、输出时滞特性，处理部分状态时滞特性，不需要采用一阶双曲型 PDE 方程来描述状态时滞特性，而是直接采用 Volterra 映射将原系统变换为期望的目标系统．进一步地，该论文采用了半群理论和 Lyapunov−Razumikhin 来分析目标系统的稳定性．Kang 和 Fridman 采用连续反演算法来处理具有部分状态时滞特性的带 Neumann−Dirichlet 边界条件的反应−扩散方程[66]．该论文还同时考虑了输入饱和特性，并利用 Halanay 不等式和 Lyapunov 直接法来证明了闭环系统的指数稳定性，给出了原系统吸引域的精确界值，进一步给出了保证目标系统稳定的 LMI（Linear matrix inequality，线性矩阵不等式）条件，该条件是与时滞大小相关的．Kang 和 Fridman 面向具有状态时滞特性的线性[67]和非线性[68]薛定谔方程，采用连续反演算法提出了相应的边界约束时滞补偿控制律．

6 未来发展趋势

总体而言，基于连续反演算法的时滞补偿控制方法证明简单，易于获得闭环系统精确解等．然而，相关的研究主要集中在 ODE 系统，PDE 系统的相关研究还是很少，特别是时滞大小未知的研究，如表 1 所示．连续反演算法的时滞补偿控制方法仍然存有很多问题有待进一步的研究：

(1) 目前，针对时滞特性的研究主要集中于解决某种单一的输入时滞、输出时滞以及状态时滞特性．然而针对两种或三种时滞耦合的研究很少．因此，针对多种时滞特性同时存在的时滞补偿控制设计也有待进一步研究．多种非线性特性同时存在的相关研究[69]能够给该方面的研究提供一点启示．

(2) 基于反演法的自适应时滞补偿控制研究主要集中在 ODE 系统，然而针对 PDE 系统的自适应时滞补偿控制仍处于空白阶段．基于连续反演法针对时滞大小未知的 PDE 时滞系统的自适应时滞补偿控制研究是未来发展的重要方向之一．ODE

表 1 目前 PDE 时滞补偿控制研究内容

Table 1 Current research content of PDE time-delay compensation control

Delay type	Frist-order PED				Second-order PDE			
	Constant		Time varying		Constant		Time varying	
	Known	Unknown	Known	Unknown	Known	Unknown	Known	Unknown
Input delay	√		√		√		√	
Output delay	√				√		√	
State delay	√		√					

系统自适应时滞补偿控制[52]和传统的 PDE 系统的自适应控制[70]均可为 PDE 时滞系统的自适应时滞补偿控制研究提供策略借鉴.

(3) 基于反演法的时滞补偿控制的研究对象局限于抛物线型的反应−扩散方程, 然而针对其他类型分布参数系统的相关研究几乎没有. 主要是因为, 以抛物线型的反应−扩散方程为代表的抛物线型方程的时间偏导数为一阶, 该类型方程的大部分特征根都位于实轴, 而波方程等双曲线型方程的时间偏导数则是二阶, 它们的大部分特征根都位于虚轴, 导致可逆变换的设计难度增加. 将基于反演法的时滞补偿控制拓展于双曲线型分布参数系统的时滞补偿控制研究也是未来发展的重要方向之一. 通过变量代换, 可以将二阶的方程变换为两个级联的一阶方程[71], 这为双曲线型方程的研究提供了一个思路.

7 结束语

本文基于连续反演算法的时滞补偿控制方法的基本原理进行概述, 并从输入、输出和状态三类时滞特性的时滞补偿控制的最新进展进行了简单的阐述和评价. 虽然基于连续反演算法的时滞补偿控制研究取得了一系列丰硕的成果, 但是存在时滞类型单一, 研究对象局限于基本的数学方程等问题, 缺乏对仿生扑翼飞行器[72−74]、多旋翼机[75]和加油机软管[76]等实际系统的时滞补偿控制研究, 如何设计有效的基于连续反演算法的时滞补偿控制方法, 降低实际分布参数系统的时滞特性的影响是未来的研究方向.

参 考 文 献

[1] Fridman E. *Introduction to Time-delay Systems*: *Analysis and Control*. New York: Springer, 2014

[2] Cao F R, Feng M L. An improved artificial fish swarm algorithm and its application on system identification with a time-delay system. *Chin J Eng*, 2017, 39(4): 619
(曹法如, 冯茂林. 改进人工鱼群算法及其在时滞系统辨识中的应用. 工程科学学报, 2017, 39(4): 619)

[3] Li M, Chen Y. A wide-area dynamic damping controller based on robust H∞ control for wide-area power systems with random delay and packet dropout. *IEEE Trans Power Syst*, 2018, 33(4): 4026

[4] Yue D, Tian E G, Han Q L. A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2013, 58(2): 475

[5] Imaida T, Yokokohji Y, Doi T, et al. Ground-space bilateral teleoperation of ETS-VII robot arm by direct bilateral coupling under 7-s time delay condition. *IEEE Trans Robotics Autom*, 2004, 20(3): 499

[6] Mounier H, Rudolph J. Flatness-based control of nonlinear delay systems: A chemical reactor example. *Int J Control*, 1998, 71(5): 871

[7] Liu L, Yin S, Zhang L X, et al. Improved results on asymptotic stabilization for stochastic nonlinear time-delay systems with application to a chemical reactor system. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2017, 47(1): 195

[8] Datko R. Not all feedback stabilized hyperbolic systems are robust with respect to small time delays in their feedbacks. *SIAM J Control Optim*, 1988, 26(3): 697

[9] Datko R. Two examples of ill-posedness with respect to small time delays in stabilized elastic systems. *IEEE Trans Autom Control*, 1993, 38(1): 163

[10] Lee T H, Park J H, Xu S Y. Relaxed conditions for stability of time-varying delay systems. *Automatica*, 2017, 75: 11

[11] Zheng G, Polyakov A, Levant A. Delay estimation via sliding mode for nonlinear time-delay systems. *Automatica*, 2018, 89: 266

[12] Wang T, Qiu J B, Gao H J. Adaptive neural control of stochastic nonlinear time-delay systems with multiple constraints. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2017, 47(8): 1875

[13] Zhou B, Egorov A V. Razumikhin and Krasovskii stability theorems for time-varying time-delay systems. *Automatica*, 2016, 71: 281

[14] Hamdy M, Abd-Elhaleem S, Fkirin M A. Time-varying delay compensation for a class of nonlinear control systems over network via H_∞ adaptive fuzzy controller. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2017, 47(8): 2114

[15] Nicaise S, Pignotti C. Stability and instability results of the wave equation with a delay term in the boundary or internal feedbacks. *SIAM J Control Optim*, 2006, 45(5): 1561

[16] Nicaise S, Rebiai S E. Stabilization of the Schrödinger equation with a delay term in boundary feedback or internal feedback. *Port Math*, 2011: 19

[17] Yeganefar N, Pepe P, Dambrine M. Input-to-state stability of time-delay systems: A link with exponential stability. *IEEE Trans Autom Control*, 2008, 53(6): 1526

[18] Krstic M. Input delay compensation for forward complete and strict-feedforward nonlinear systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2010, 55(2): 287

[19] Manitius A, Olbrot A. Finite spectrum assignment problem for systems with delays. *IEEE Trans Autom Control*, 1979, 24(4): 541

[20] Furtat I, Fridman E, Fradkov A. Disturbance compensation with finite spectrum assignment for plants with input delay. *IEEE Trans Autom Control*, 2018, 63(1): 298

[21] Lhachemi H, Prieur C. Feedback stabilization of a class of diagonal infinite-dimensional systems with delay boundary control. *IEEE Trans Autom Control*, 2021, 66(1): 105

[22] Krstic M, Smyshlyaev A. Backstepping boundary control for first-order hyperbolic PDEs and application to systems with actuator and sensor delays. *Syst Control Lett*, 2008, 57(9): 750

[23] Zhou B, Lin Z L, Duan G R. Truncated predictor feedback for linear systems with long time-varying input delays. *Automatica*, 2012, 48(10): 2387

[24] Bekiaris-Liberis N, Krstic M. Predictor-feedback stabilization of multi-input nonlinear systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2017, 62(2): 516

[25] Zhou B, Gao H J, Lin Z L, et al. Stabilization of linear systems with distributed input delay and input saturation. *Automatica*, 2012, 48(5): 712

[26] Guo B Z, Mei Z D. Output feedback stabilization for a class of first-order equation setting of collocated well-posed linear systems with time delay in observation. *IEEE Trans Autom Control*, 2020, 65(6): 2612

[27] Hashimoto T, Krstic M. Stabilization of reaction diffusion equations with state delay using boundary control input. *IEEE Trans Autom Control*, 2016, 61(12): 4041

[28] Smyshlyaev A, Krstic M. Closed-form boundary State feedbacks for a class of 1-D partial integro-differential equations. *IEEE Trans Autom Control*, 2004, 49(12): 2185

[29] Meurer T. *Control of Higher-Dimensional PDEs: Flatness and Backstepping Designs*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012

[30] Cerpa E, Coron J M. Rapid stabilization for a korteweg-de vries equation from the left dirichlet boundary condition. *IEEE Trans Autom Control*, 2013, 58(7): 1688

[31] Nakagiri S I. Deformation formulas and boundary control problems of first-order Volterra integro-differential equations with nonlocal boundary conditions. *IMA J Math Control Inf*, 2013, 30(3): 345

[32] Zhu Y, Fridman E. Observer-based decentralized predictor control for large-scale interconnected systems with large delays. *IEEE Trans Autom Control*, 1396, PP(99): 1

[33] Zhu Y, Fridman E. Predictor methods for decentralized control of large-scale systems with input delays. *Automatica*, 2020, 116: 108903

[34] Koga S, Bresch-Pietri D, Krstic M. Delay compensated control of the Stefan problem and robustness to delay mismatch. *Int J Robust Nonlinear Control*, 2020, 30(6): 2304

[35] Krstic M. On compensating long actuator delays in nonlinear control. *IEEE Trans Autom Control*, 2008, 53(7): 1684

[36] Krstic M. Lyapunov tools for predictor feedbacks for delay systems: Inverse optimality and robustness to delay mismatch. *Automatica*, 2008, 44(11): 2930

[37] Krstic M. Lyapunov stability of linear predictor feedback for time-varying input delay. *IEEE Trans Autom Control*, 2010, 55(2): 554

[38] Tsubakino D, Krstic M, Oliveira T R. Exact predictor feedbacks for multi-input LTI systems with distinct input delays. *Automatica*, 2016, 71: 143

[39] Bekiaris-Liberis N, Krstic M. Lyapunov stability of linear predictor feedback for distributed input delays. *IEEE Trans Autom Control*, 2011, 56(3): 655

[40] Cai X S, Bekiaris-Liberis N, Krstic M. Input-to-state stability and inverse optimality of linear time-varying-delay predictor feedbacks. *IEEE Trans Autom Control*, 2018, 63(1): 233

[41] Cai X S, Bekiaris-Liberis N, Krstic M. Input-to-state stability and inverse optimality of predictor feedback for multi-input linear systems. *Automatica*, 2019, 103: 549

[42] Cai X S, Wu J, Zhan X S, et al. Inverse optimal control for linearizable nonlinear systems with input delays. *Kybernetika*, 2019: 727

[43] Krstic M. Control of an unstable reaction-diffusion PDE with long input delay. *Syst Control Lett*, 2009, 58(10-11): 773

[44] Gu J J, Wang J M. Backstepping state feedback regulator design for an unstable reaction-diffusion PDE with long time delay. *J Dyn Control Syst*, 2018, 24(4): 563

[45] Qi J, Krstic M, Wang S S. Stabilization of reaction-diffusions PDE with delayed distributed actuation. *Syst Control Lett*, 2019, 133: 104558

[46] Liu D Y, Han R M, Xu G Q. Controller design for distributed parameter systems with time delays in the boundary feedbacks via the backstepping method. *Int J Control*, 2020, 93(5): 1220

[47] Krstic M. Dead-time compensation for wave/string PDEs. *J Dyn Syst Meas Control*, 2011, 133(3): 031004

[48] Bresch-Pietri D, Krstic M. Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters. *Automatica*, 2009, 45(9): 2074

[49] Bresch-Pietri D, Chauvin J, Petit N. Adaptive control scheme for uncertain time-delay systems. *Automatica*, 2012, 48(8): 1536

[50] Zhu Y, Krstic M, Su H Y. Adaptive output feedback control for uncertain linear time-delay systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2017, 62(2): 545

[51] Zhu Y, Krstic M. *Delay-Adaptive Linear Control*. Princeton:

Princeton University Press, 2020

[52] Krstic M, Bresch-Pietri D. Delay-adaptive full-state predictor feedback for systems with unknown long actuator delay // 2019 *American Control Conference*. St. Louis, 2009: 4500

[53] Bresch-Pietri D, Krstic M. Delay-adaptive predictor feedback for systems with unknown long actuator delay. *IEEE Trans Autom Control*, 2010, 55(9): 2106

[54] Zhu Y, Su H Y, Krstic M. Adaptive backstepping control of uncertain linear systems under unknown actuator delay. *Automatica*, 2015, 54: 256

[55] Zhu Y, Krstic M, Su H Y. PDE boundary control of multi-input LTI systems with distinct and uncertain input delays. *IEEE Trans Autom Control*, 2018, 63(12): 4270

[56] Zhu Y, Krstic M, Su H Y. Delay-adaptive control for linear systems with distributed input delays. *Automatica*, 2020, 116: 108902

[57] Ahmed-Ali T, Karafyllis I, Lamnabhi-Lagarrigue F. Global exponential sampled-data observers for nonlinear systems with delayed measurements. *Syst Control Lett*, 2013, 62(7): 539

[58] Cacace F, Germani A, Manes C. An observer for a class of nonlinear systems with time varying observation delay. *Syst Control Lett*, 2010, 59(5): 305

[59] Sanz R, García P, Krstic M. Observation and stabilization of LTV systems with time-varying measurement delay. *Automatica*, 2019, 103: 573

[60] Wang J, Pi Y J, Hu Y M, et al. State-observer design of a PDE-modeled mining cable elevator with time-varying sensor delays. *IEEE Trans Control Syst Technol*, 2020, 28(3): 1149

[61] Wang J, Krstic M. Delay-compensated control of sandwiched ODE-PDE-ODE hyperbolic systems for oil drilling and disaster relief. *Automatica*, 2020, 120: 109131

[62] Pinto H L C P, Oliveira T R, Hsu L, et al. Sliding mode control for disturbance rejection in systems with measurement delay using PDE-backstepping predictor // 2018 *Annual American Control Conference* (*ACC*). Milwaukee, 2018: 4099

[63] Germani A, Manes C, Pepe P. A new approach to state observation of nonlinear systems with delayed output. *IEEE Trans Autom Control*, 2002, 47(1): 96

[64] Kazantzis N, Wright R A. Nonlinear observer design in the presence of delayed output measurements. *Syst Control Lett*, 2005, 54(9): 877

[65] Ahmed-Ali T, Giri F, Krstic M, et al. PDE based observer design for nonlinear systems with large output delay. *Syst Control Lett*, 2018, 113: 1

[66] Kang W, Fridman E. Boundary control of reaction-diffusion equation with state-delay in the presence of saturation. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, 50(1): 12002

[67] Kang W, Fridman E. Regional stabilization of linear delayed Schrödinger equation by constrained boundary control // 2018 *Annual American Control Conference* (*ACC*). Milwaukee, 2018: 3330

[68] Kang W, Fridman E. Boundary constrained control of delayed nonlinear schrödinger equation. *IEEE Trans Autom Control*, 2018, 63(11): 3873

[69] Zhao Z J, Ren Z G. Boundary control of a flexible marine riser subject to nonsmooth actuator backlash-saturation constraints. *Acta Autom Sin*, 2019, 45(11): 2050
(赵志甲, 任志刚. 针对执行器非光滑反向间隙−饱和的柔性立管边界控制. 自动化学报, 2019, 45(11)：2050)

[70] Feng J L, Liu Z J, He X Y, et al. Adaptive vibration control for an active mass damper of a high-rise building. *IEEE Trans Syst Man Cybern:Syst*, 6891, PP(99): 1

[71] Wang J, Koga S, Pi Y J, et al. Axial vibration suppression in a partial differential equation model of ascending mining cable elevator. *J Dyn Syst Meas Control*, 2018, 140(11): 111003

[72] He W, Ding S Q, Sun C Y. Research progress on modeling and control of flapping-wing air vehicles. *Acta Autom Sin*, 2017, 43(5): 685
(贺威, 丁施强, 孙长银. 扑翼飞行器的建模与控制研究进展. 自动化学报, 2017, 43(5)：685)

[73] Fu Q, Chen X Y, Zheng Z L, et al. Research progress on visual perception system of bionic flapping-wing aerial vehicles. *Chin J Eng*, 2019, 41(12): 1512
(付强, 陈向阳, 郑子亮, 等. 仿生扑翼飞行器的视觉感知系统研究进展. 工程科学学报, 2019, 41(12)：1512)

[74] He W, Liu S P, Huang H F, et al. System design and experiment of an independently driven bird-like flapping-wing robot. *Control Theory Appl*, http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.TP.20210629.0955.004.html
(贺威, 刘上平, 黄海丰, 等. 独立驱动的仿鸟扑翼飞行机器人的系统设计与实验. 控制理论与应用. http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.TP.20210629.0955.004.html)

[75] Fu Q, Chen X Y, He W. A survey on 3D visual tracking of multicopters. *Int J Autom Comput*, 2019, 16(6): 707

[76] Liu Z J, Song C C, Liang J Y, et al. Advances in modeling and control of probe-drogue aerial refueling. *Chin J Eng*, 2021(1): 150
(刘志杰, 宋丛丛, 梁金源, 等. 空中加油机加油软管系统建模和控制研究进展. 工程科学学报, 2021(1)：150)