工程科学学报
Chinese Journal of Engineering

基于双循环的气井产量劈分方法及应用

张磊 倪军 吴克柳 乔向阳 林进 辛翠平 张涛

A double-cycle production splitting method and its application to gas wells

ZHANG Lei, NI Jun, WU Keliu, QIAO Xiangyang, LIN Jin, XIN Cuiping, ZHANG Tao

引用本文:
张磊, 倪军, 吴克柳, 乔向阳, 林进, 辛翠平, 张涛. 基于双循环的气井产量劈分方法及应用[J]. 北科大：工程科学学报, 2024, 46(12): 2307−2318. doi: 10.13374/j.issn2095−9389.2024.03.11.003
ZHANG Lei, NI Jun, WU Keliu, QIAO Xiangyang, LIN Jin, XIN Cuiping, ZHANG Tao. A double−cycle production splitting method and its application to gas wells[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2024, 46(12): 2307−2318. doi: 10.13374/j.issn2095−9389.2024.03.11.003

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13374/j.issn2095−9389.2024.03.11.003

工程科学学报, 第 46 卷, 第 12 期: 2307−2318, 2024 年 12 月
Chinese Journal of Engineering, Vol. 46, No. 12: 2307−2318, December 2024
https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2024.03.11.003; http://cje.ustb.edu.cn

基于双循环的气井产量劈分方法及应用

张　磊[1)], 倪　军[1)✉], 吴克柳[2)], 乔向阳[1)], 林　进[1)], 辛翠平[1)], 张　涛[3)]

1) 陕西延长石油(集团)有限责任公司, 西安 710065　2) 中国石油大学(北京) 油气资源与探测国家重点实验室, 北京 102249　3) 西南石油大学油气藏地质及开发工程全国重点实验室, 成都 610500

✉通信作者, E-mail: njunycyt2010@163.com

摘　要　产量劈分系数是多层合采气藏动态预测的基础, 建立产量劈分系数动态跟踪计算方法具有重要意义. 基于产量劈分的物理意义, 明确了产量劈分系数的求解关键参数为泄气半径, 但泄气半径在实际应用中通常未知. 结合产能方程和物质平衡方程, 建立了闭环的产量劈分系数计算模型, 计算模型包含泄气半径、平均地层压力和产量劈分系数等三个未知参数, 为求解计算模型提出了双循环计算法, 内循环求解泄气半径, 外循环求解产量劈分系数, 内循环和外循环均存在唯一解, 循环规则包括正向递归和反向递归, 内循环与外循环的循环规则始终相反, 通过设定循环步长和误差上限, 建立了双循环的计算流程, 外循环包含内循环, 内循环收敛时外循环才能进行, 外循环决定了内循环能否收敛. 数值模拟验证显示, 产量劈分系数在不同产层、不同阶段、不同时间表现出不同的变化规律, 双循环计算法不仅机理正确且精度很高. 产气剖面对比显示, 双循环计算法在现场应用中亦具有可靠的精度. 双循环计算法属于三元方程组的求解方法, 实现了产量劈分系数、泄气半径和平均地层压力的同时计算.

关键词　多层合采; 产量劈分; 泄气半径; 内循环; 外循环; 双循环; 数值模拟; 产气剖面

分类号　TE33+2

A double-cycle production splitting method and its application to gas wells

ZHANG Lei[1)], *NI Jun*[1)✉], *WU Keliu*[2)], *QIAO Xiangyang*[1)], *LIN Jin*[1)], *XIN Cuiping*[1)], *ZHANG Tao*[3)]

1) Shaanxi Yanchang Petroleum (Group) Co., Ltd., Xi'an 710065, China

2) State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum (Beijing), Beijing 102249, China

3) State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China

✉Corresponding author, E-mail: njunycyt2010@163.com

ABSTRACT　The production splitting coefficient is a key parameter for predicting gas production and reserves, evaluating gas recovery efficiency, and guiding the optimization of well patterns in multilayer commingled gas reservoirs. Therefore, developing a reliable splitting method to calculate this coefficient is critical for the development of multilayered commingled gas reservoirs. The gas drainage radius emerges as a key parameter in determining the production splitting coefficient grounded in the physical concept of production splitting. This coefficient is influenced by several factors—such as the wellbore radius, production layer thickness, porosity, initial gas saturation, gas deviation coefficient, reservoir temperature, gas drainage radius, and average formation pressure. Usually, calculating the gas drainage radius and average formation pressure cannot be performed in actual applications. Combining the gas well deliverability and material balance equations forms a closed-loop model for calculating the production splitting coefficient. This model features three equations with three unknowns—gas drainage radius, average formation pressure, and the production splitting coefficient. It introduces a double-cycle calculation method to solve the model. Specifically, the internal cycle computes the gas drainage radius,

收稿日期: 2024−03−11

基金项目: 国家自然科学基金项目资助项目(52174041); 陕西省重点研发计划资助项目(2023-YBGY-308); 陕西省创新能力支撑计划资助项目(2024ZC-KJXX-132)

whereas the external cycle determines the production splitting coefficient, each offering unique solutions and employing alternating forward recursion and reverse recursion rules. The establishment of a double-cycle calculation process—defined by specific cycle step sizes and an error threshold—ensures that the external cycle progresses only upon the convergence of the internal cycle. Moreover, it determines whether the internal cycle can converge. Numerical simulations demonstrate that the production splitting coefficient exhibits different patterns across different production stage layers, highlighting the accuracy and mechanism soundness of the double-cycle method compared with direct numerical simulations. Moreover, it has good feasibility in field application because it can calculate the production splitting coefficient even without known values for gas drainage radius. Comparing gas-producing profiles indicates that the dual-cycle calculation method has reliable accuracy in field applications when the gas drainage radius and average formation pressure are unknown. Ultimately, the double-cycle calculation method offers a comprehensive solution for a three-element equation system, enabling simultaneous estimations of the production splitting coefficient, gas drainage radius, and average formation pressure.

KEY WORDS multilayer commingled production; production splitting; gas drainage radius; internal cycle; external cycle; double-cycle; numerical simulation; gas-producing profile

多层合采作为气藏的主要开采方式，应重点研究层间窜流、合采机理、效果评价、影响因素、产量劈分系数等[1−5]，其中产量劈分系数是动态预测的基础，决定了剩余气预测和采收率评价的准确性，直接影响井网加密调整对策，对于开发多层合采气藏具有重大意义.

产量劈分系数的物理意义指单层产气量与气井产气量的比值，本质在于各层产气量，各层产气量经产层流入井筒进而汇总到井口，故可通过产层和井筒获取产量劈分系数，根据获取原理的不同，可分为产气剖面、数值模拟、气藏工程、物模实验、经验法、机器学习、突变理论、模糊逻辑等方法.

产气剖面直接将仪器下入井筒进行测试，测试结果代表了产量劈分系数的真实值，出于成本和安全性的影响，产气剖面通常仅进行有限次数的测量，由于产量劈分系数随着生产制度和生产时间发生改变，导致产气剖面的时效性较低[6−9]. 数值模拟通过改变输入参数，能够直观揭示产量劈分系数的变化规律，当输入参数等于真实值时，数值模拟结果趋近于产量劈分系数的真实值，由于部分参数的真实值通常未知，导致数值模拟结果可能存在多解性，通常用于模型验证和敏感性分析[10−11]. 气藏工程以渗流力学和物质平衡为理论基础，能够描述产量劈分系数的形成机理，具有清晰的物理意义，部分研究将泄气半径假设为已知条件进行分析，部分研究将泄气半径和产量劈分系数同时作为未知参数，通过假设参数取值，以误差最小为目标进行参数拟合，当合采产层数较多时计算结果可能存在多解性，导致现行气藏工程方法的适用范围受限[12−15]. 物模实验相比产气剖面和数值模拟，能够考虑产层的真实流动规律，多用于表征层间干扰机理，由于实验周期和样品尺寸的限制，物模实验较难分析产量劈分系数的参数敏感性，导致实验结果的可推广性较弱，通常联合其他方法一起使用[16−20]. 经验法采用少量参数作为产量劈分系数的评价指标，原理和过程都相对简单，较为常见的评价指标为渗透率 K 与产层厚度 h 的乘积 Kh，由于产量劈分系数的影响参数众多且关系复杂，导致经验法评价结果的误差通常较大. 机器学习、突变理论和模糊逻辑均属于不同于常规理论的数学方法，能够处理高维参数之间的隐藏逻辑和映射关系，适合分析受到众多参数影响的产量劈分系数，由于未考虑泄气半径、物理意义不明确、不具有可解释性等原因，导致目前相关研究的可推广性受限，有待进一步发展和完善[21−23].

综上，产量劈分系数是多层合采气藏的研究重点和难点，考虑到研究产量劈分系数不能脱离气藏工程原理，从产量劈分系数的物理意义出发，明确产量劈分系数的关键影响参数，利用产能方程和物质平衡方程建立计算模型，首次采用双循环计算法进行求解，通过数值模拟对双循环计算法的机理和精度进行验证，结合产气剖面阐述实际应用情况，填补了产量劈分系数动态跟踪计算的理论空白.

1 产量劈分系数

根据产量劈分的物理意义，多层合采气井的产量劈分系数可定义为：

$$\delta_j(t)=\frac{q_{\mathrm{sc}j}(t)}{q_{\mathrm{sc}}(t)}=\frac{q_{\mathrm{sc}j}(t)}{\sum_{j=1}^{k}q_{\mathrm{sc}j}(t)} \tag{1}$$

其中：$\delta_j(t)$为产层 j 在 t 时的产量劈分系数，$0\leqslant\delta_j(t)\leqslant$

1; $q_{scj}(t)$ 为产层 j 在 t 时的井口产气量, $m^3 \cdot d^{-1}$; $q_{sc}(t)$ 为气井在 t 时的井口产气量, $m^3 \cdot d^{-1}$; j 为产层标号, $j = 1, \cdots, k$; k 为气井的产层数量.

$q_{scj}(t)$ 产出原理包括流动方式和弹性膨胀[24−26], 其中流动方式涉及地层压力对半径的偏导, 弹性膨胀涉及平均地层压力对时间的导数, 相比流动方式, 选择弹性膨胀更便于分析.

建立多层合采气井的物理模型, 假设: (1)均质、等厚、等温的圆形封闭气藏; (2)气井位于气藏中心, 仅依靠弹性膨胀开采; (3)不考虑层间窜流.

根据物理模型, 任意产层 j 的物质平衡方程为:

$$\frac{\overline{p}_{rj}(t)}{Z_{rj}(t)} = \frac{p_{ij}}{Z_{ij}} \frac{G_j - G_{pj}(t)}{G_j} \tag{2}$$

其中: $\overline{p}_{rj}(t)$ 为产层 j 在 t 时的平均地层压力, MPa; $Z_{rj}(t)$ 为 $\overline{p}_{rj}(t)$ 对应的偏差系数; p_{ij} 为产层 j 的原始地层压力, MPa; Z_{ij} 为产层 j 的原始偏差系数; G_j 为气井在产层 j 的控制储量, m^3; $G_{pj}(t)$ 为产层 j 在 t 时的累积井口产气量, m^3.

$G_{pj}(t)$ 的表达式为:

$$G_{pj}(t) = \int_0^t q_{scj}(t)\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

其中, t 为生产时间, d.

G_j 的表达式为:

$$G_j = \pi\left(r_{ej}^2 - r_w^2\right) h_j \phi_j S_{gij} \frac{Z_{scj} T_{sc} p_{ij}}{p_{sc} T_j Z_{ij}} \tag{4}$$

其中: r_{ej} 为产层 j 的泄气半径, m; r_w 为井筒半径, m; h_j 为产层 j 的厚度, m; ϕ_j 为产层 j 的孔隙度; S_{gij} 为产层 j 的原始含气饱和度; Z_{scj} 为产层 j 的标准偏差系数; T_{sc} 为标准温度, 通常取值 293.15 K; p_{sc} 为标准压力, 通常取值 0.101 MPa; T_j 为产层 j 的温度, K.

将式 (3) 和式 (4) 代入式 (2), 左右两边对 t 进行求导, 推导得到:

$$q_{scj}(t) = -\pi\left(r_{ej}^2 - r_w^2\right) h_j \phi_j S_{gij} \frac{Z_{scj} T_{sc}}{p_{sc} T_j} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\overline{p}_{rj}(t)}{Z_{rj}(t)}\right] \tag{5}$$

将式 (5) 代入到式 (1), 得到产量劈分系数的理论公式:

$$\alpha_j(t) = \frac{\left(r_{ej}^2 - r_w^2\right) \dfrac{h_j \phi_j S_{gij} Z_{scj}}{T_j} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dfrac{\overline{p}_{rj}(t)}{Z_{rj}(t)}\right]}{\displaystyle\sum_{j=1}^{k}\left(r_{ej}^2 - r_w^2\right) \frac{h_j \phi_j S_{gij} Z_{scj}}{T_j} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\overline{p}_{rj}(t)}{Z_{rj}(t)}\right]} \tag{6}$$

对于圆形封闭气藏中的多层合采气井, 根据式 (6) 可以看出, $\alpha_j(t)$的影响参数包括 r_{ej}、r_w、h_j、ϕ_j、S_{gij}、Z_{scj}、T_j、$\overline{p}_{rj}(t)$ 和 $Z_{rj}(t)$, 其中: r_{ej}、r_w、h_j、ϕ_j、S_{gij}、Z_{scj}、T_j 为固定参数, 通常认为其不随 t 发生改变; $\overline{p}_{rj}(t)$ 和 $Z_{rj}(t)$ 为动态参数, $\overline{p}_{rj}(t)$ 随 t 发生改变, $Z_{rj}(t)$ 为 $\overline{p}_{rj}(t)$ 的函数.

式 (6) 的分子和分母中各影响参数之间为乘积关系, 且固定参数之间相互独立, 若采用少量影响参数计算 $\alpha_j(t)$会造成误差随机分布, 进而导致计算结果的可信度低.

多层合采气井生产过程中, $\alpha_j(t)$、r_{ej} 和 $\overline{p}_{rj}(t)$ 通常为未知参数, 其余参数通常为已知, 其中 $\overline{p}_{rj}(t)$ 受到 $\alpha_j(t)$和 r_{ej} 的影响, 故计算 $\alpha_j(t)$的关键在于 r_{ej}. r_{ej} 的获取方式包括测试和计算: 多层合采气井较少进行 r_{ej} 的井下测试, 若为求解 $\alpha_j(t)$而开展 r_{ej} 的井下测试, 由于求解目标为 $\alpha_j(t)$, 其效率不如直接开展 $\alpha_j(t)$的井下测试; 渗流力学、气藏工程、数值模拟、机器学习等理论方法中, r_{ej} 多被假设为已知参数, 若反算 r_{ej} 需已知 $\alpha_j(t)$, r_{ej} 和 $\alpha_j(t)$互为求解目标和已知参数, 直接计算 r_{ej} 较为困难.

$\alpha_j(t)$的求解问题本质上为 3 个未知参数的同时求解问题, 组建 $\alpha_j(t)$的计算模型并提出求解方法, 具有重要的理论价值和实际意义.

2　计算模型

根据气藏工程原理, 对于圆形封闭气藏, 从等温压缩系数和达西公式出发, 可以推导得到如下形式的全阶段产能方程[27]:

$$\psi\left[\overline{p}_{rj}(t)\right] = \psi\left[p_{wfj}(t)\right] + \frac{10^6}{86400} \frac{p_{sc}}{\pi Z_{scj} T_{sc}} \times \frac{T_j \alpha_j(t) q_{sc}(t)}{K_j h_j}\left(\frac{r_{ej}^2}{r_{ej}^2 - r_w^2} \ln\frac{r_{ej}}{r_w} - \frac{3}{4} + S_{pj}\right) \tag{7}$$

其中: $\psi[\overline{p}_{rj}(t)]$为产层 j 在 t 时的拟平均地层压力, $MPa^2 \cdot (mPa \cdot s)^{-1}$; $\psi[p_{wfj}(t)]$为产层 j 在 t 时的拟井底流压, $MPa^2 \cdot (mPa \cdot s)^{-1}$; $p_{wfj}(t)$ 为产层 j 在 t 时的井底流压, MPa; K_j 为产层 j 的渗透率, mD; S_{pj} 为压力转换表皮, 代表边界压力转换到平均地层压力产生的附加压降.

其中, 拟平均地层压力和拟井底流压的表达式为[28−29]:

$$\psi\left[\overline{p}_{rj}(t)\right] = \int_{p_0}^{\overline{p}_{rj}(t)} \frac{2p}{\mu Z}\mathrm{d}p \tag{8}$$

$$\psi\left[p_{wfj}(t)\right] = \int_{p_0}^{p_{wfj}(t)} \frac{2p}{\mu Z}\mathrm{d}p \tag{9}$$

其中: p_0 为参考压力, MPa; p 为压力, MPa; μ 为气

体黏度, mPa·s; Z 为偏差系数.

将式 (3)、式 (4)、式 (1) 先后代入式 (2), 推导得到任意产层的泄气半径:

$$r_{ej}=\sqrt{\frac{p_{sc}}{\pi Z_{scj}T_{sc}}\frac{T_j}{h_j\phi_j S_{gij}}\frac{\int_0^t \square_j(t)q_{sc}(t)\mathrm{d}t}{p_{ij}/Z_{ij}-\overline{p}_{rj}(t)/Z_{rj}(t)}+r_w^2} \tag{10}$$

将式 (4) 代入式 (2), 当式 (2) 取相邻时刻 t 和 t+1 时存在 $G_{pj}(t+1)-G_{pj}(t)=q_{scj}(t+1)$, 当式 (1) 取 t+1 时存在 $q_{scj}(t+1)=\square_j(t+1)q_{sc}(t+1)$, 可以推导得到任意产层的产量劈分系数:

$$\square_j(t+1)=\frac{\pi Z_{scj}T_{sc}}{p_{sc}}\frac{h_j\phi_j S_{gij}}{T_j}\frac{r_{ej}^2-r_w^2}{q_{sc}(t)}\times\left[\frac{\overline{p}_{rj}(t)}{Z_{rj}(t)}-\frac{\overline{p}_{rj}(t+1)}{Z_{rj}(t+1)}\right] \tag{11}$$

其中: $\overline{p}_{rj}(t+1)$ 为产层 j 在 t+1 时的平均地层压力, MPa; $Z_{rj}(t+1)$ 为 $\overline{p}_{rj}(t+1)$ 对应的偏差系数.

式 (7) 中存在 3 个未知参数 r_{ej}、$\overline{p}_{rj}(t)$ 和 $\square_j(t)$, 式 (10) 中存在 3 个未知参数 $\overline{p}_{rj}(t)$、$\square_j(t)$和 r_{ej}, 式 (11) 中存在 4 个未知参数 $\square_j(t+1)$、r_{ej}、$\overline{p}_{rj}(t)$和 $\overline{p}_{rj}(t+1)$, 式 (7)、式 (10) 和式 (11) 构成的方程组共存在 5 个未知参数. 通过式 (7) 和式 (10) 可以看出: 在 $\square_j(t)$ 固定的情况下, r_{ej} 和 $\overline{p}_{rj}(t)$ 形成了闭环, 但式 (10) 积分项中的 $\square_j(t)$随 t 的变化未知. 通过式 (10) 和式 (11) 可以看出: 在 r_{ej} 固定的情况下, $\square_j(t+1)$、$\overline{p}_{rj}(t)$、$\overline{p}_{rj}(t+1)$ 和 $\square_j(t)$之间无法形成闭环. 5 个未知参数及其之间的复杂函数关系, 导致式 (7)、式 (10) 和式 (11) 求解困难.

产量劈分系数 $\square_j(t)$代表了各产层的相对产气能力, 累产气劈分系数 $\square_j[G_{pj}(t)]$也代表了各产层的相对产气能力, 分析发现: $\square_j(t)$和 $\square_j[G_{pj}(t)]$存在关联, 若假设 $\square_j(t)\approx\square_j[G_{pj}(t)]$, 则式 (10) 积分项可解; $\square_j(t)$和 $\square_j(t+1)$取值接近, 若假设 $\square_j(t+1)\approx\square_j(t)$, 则式 (7) 和式 (11) 可形成闭环. 为此, 令 $\square_j=\{\square_j(t), \square_j[G_{pj}(t)], \square_j(t+1)\}$, 将 $\square_j$分别代入式 (7)、式 (10) 和式 (11), 得到:

$$\psi\left[\overline{p}_{rj}(t)\right]=\psi\left[p_{wfj}(t)\right]+\frac{10^6}{86400}\frac{p_{sc}}{\pi Z_{scj}T_{sc}}\times\frac{T_j\square_j q_{sc}(t)}{K_j h_j}\left(\frac{r_{ej}^2}{r_{ej}^2-r_w^2}\ln\frac{r_{ej}}{r_w}-\frac{3}{4}+S_{pj}\right) \tag{12}$$

$$r_{ej}=\sqrt{\frac{p_{sc}}{\pi Z_{scj}T_{sc}}\frac{T_j}{h_j\phi_j S_{gij}}\frac{\square_j G_p(t)}{p_{ij}/Z_{ij}-\overline{p}_{rj}(t)/Z_{rj}}+r_w^2} \tag{13}$$

$$\square_j=\frac{\pi Z_{scj}T_{sc}}{p_{sc}}\frac{h_j\phi_j S_{gij}}{T_j}\frac{r_{ej}^2-r_w^2}{q_{sc}(t)}\left[\frac{\overline{p}_{rj}(t)}{Z_{rj}(t)}-\frac{\overline{p}_{rj}(t+1)}{Z_{rj}(t+1)}\right] \tag{14}$$

其中: $\square_j$为产层 j 的产量劈分系数, $0\leqslant\square_j\leqslant1$; $G_p(t)$为气井在 t 时的累积井口产气量, m^3.

式 (12)、式 (13) 和式 (14) 构成的方程组共包括 $\overline{p}_{rj}(t)$、$\square_j$、r_{ej} 和 $\overline{p}_{rj}(t+1)$ 等未知参数, 其中 $\overline{p}_{rj}(t)$ 和 $\overline{p}_{rj}(t+1)$ 代表了同一参数在不同时间的取值, 与已知参数 $p_{wfj}(t)$ 和 $p_{wfj}(t+1)$ 相互对应, 将 $p_{wfj}(t)$ 和 $p_{wfj}(t+1)$ 代入式 (12) 即可求解. 此时, 未知参数之间形成了闭环, 将式 (12)、式 (13) 和式 (14) 称为产量劈分系数的计算模型.

根据计算模型可以看出: 在 $\square_j$固定的情况下, 将 r_{ej} 代入式 (12) 可求得 $\overline{p}_{rj}(t)$ 和 $\overline{p}_{rj}(t+1)$, 将 $\overline{p}_{rj}(t)$ 代入 (13) 式可求得 r_{ej}, 式 (12) 和式 (13) 构成了 r_{ej} 的循环; 将 r_{ej}、$\overline{p}_{rj}(t)$ 和 $\overline{p}_{rj}(t+1)$ 代入式 (14) 可求得 $\square_j$, 式 (12)、式 (13) 和式 (14) 共同构成了 $\square_j$的循环; 若建立相应的循环规则和收敛条件, 可联立 r_{ej} 的循环和 $\square_j$的循环进行求解.

3　计算方法

将 r_{ej} 的循环称为内循环, $\square_j$的循环称为外循环, 内循环和外循环统称为双循环, 外循环包含了内循环. 为分析循环原理, 令: (1) $\square_j^{B}$代表外循环中产量劈分系数的循环初值, 式 (12) 和式 (13) 中的 $\square_j$为初值 $\square_j^{B}$; (2) r_{ej}^{B} 代表内循环中泄气半径的循环初值, 式 (12) 中的 r_{ej} 为初值 r_{ej}^{B}; (3) r_{ej}^{E} 代表内循环中泄气半径的循环终值, 式 (13) 中的 r_{ej} 为终值 r_{ej}^{E}; (4) $\square_j^{E}$代表外循环中产量劈分系数的循环终值, 式 (14) 中的 r_{ej} 为内循环的解, 式 (14) 中的 $\square_j$为终值 $\square_j^{E}$; (5) $\square_j^{*}$代表 $\square_j$的真实值, r_{ej}^{*}代表 r_{ej} 的真实值.

3.1　内循环

给定外循环初值 $\square_j^{B}$, 在其他参数固定的情况下, 假设内循环初值 r_{ej}^{B}, 通过式 (12) 和式 (13) 得到内循环终值 r_{ej}^{E}, 当比值 $r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1$ 时, r_{ej}^{B} 和 r_{ej}^{E} 均为内循环的解, 用 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$ 代表内循环的解.

分析内循环的比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 与初值 r_{ej}^{B} 之间的关系, 结果如图 1 所示: (1) 比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 与初值 r_{ej}^{B} 之间呈现出开口向上的抛物线, 抛物线的通径和顶点受到初值 $\square_j^{B}$影响; (2) 当抛物线与直线 $r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1$ 相交时, 交点的横坐标 r_{ej}^{B} 即为内循环的解, 随着初值 $\square_j^{B}$增大, 内循环呈现出 2 个解、1 个解和无解三种情况.

图 1 的抛物线表明, 内循环的比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 与

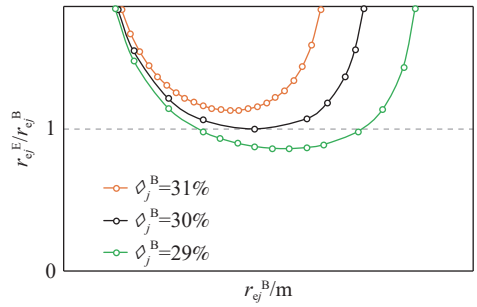

图 1　内循环的初值与比值

Fig.1　r_{ej}^{B} and r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}

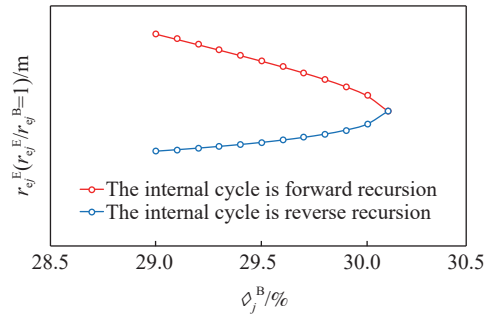

图 2　外循环的初值与内循环的解

Fig.2　ϕ_j^B and $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$

初值 r_{ej}^{B} 之间呈现出先反比后正比两种变化规律，为此可建立 r_{ej} 的内循环求解规则.

在内循环的比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 与初值 r_{ej}^{B} 成反比的前提下，当初值 r_{ej}^{B} 大于终值 r_{ej}^{E} 时减小初值 r_{ej}^{B}，当初值 r_{ej}^{B} 小于终值 r_{ej}^{E} 时增大初值 r_{ej}^{B}，若采用这种规则进行内循环，则比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 将不断趋近于1，当 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1 时，结束内循环，得到内循环的解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$. 将“初值>终值时减小初值、初值<终值时增大初值”的循环规则称为反向递归，通过反向递归得到的解称为反向递归解.

在内循环的比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 与初值 r_{ej}^{B} 成正比的前提下，当初值 r_{ej}^{B} 大于终值 r_{ej}^{E} 时增大初值 r_{ej}^{B}，当初值 r_{ej}^{B} 小于终值 r_{ej}^{E} 时减小初值 r_{ej}^{B}，若采用这种规则进行内循环，则比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 将不断趋近于1，当 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1 时，结束内循环，得到内循环的解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$. 将“初值>终值时增大初值、初值<终值时减小初值”的循环规则称为正向递归，通过正向递归得到的解称为正向递归解.

将反复改变初值的循环过程称为递归，反向递归和正向递归均属于递归，但循环规则相反. 在 r_{ej} 的反向递归中，当解存在时，若令 $r_{ej}^{B}=r_{ej}^{E}$，即将终值 r_{ej}^{E} 作为新的初值 r_{ej}^{B}，可通过自动循环得到内循环的解，将反复调用终值的反向递归称为迭代，迭代是反向递归的特例.

3.2　外循环

给定外循环初值 ϕ_j^B，在其他参数固定的情况下，假设内循环初值 r_{ej}^{B}，通过内循环得到解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$ 后，通过式 (14) 得到外循环终值 ϕ_j^E，当比值 ϕ_j^E/ϕ_j^B=1 时，ϕ_j^B 和 ϕ_j^E 均为外循环的解，用 $\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$ 代表外循环的解.

外循环初值 ϕ_j^B 影响内循环的解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$，分析两者之间的关系，结果如图 2 所示：(1) 内循环的解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$ 与外循环初值 ϕ_j^B 之间呈现出开口朝左的抛物线，两者之间的正反比关系受到内循环规则的影响；(2) 随着外循环初值 ϕ_j^B 增大，内循环的正向递归解与反向递归解之间的差距逐渐缩小，当内循环的反向递归解=正向递归解时，外循环初值 ϕ_j^B 达到最大值，此时若继续增大外循环初值 ϕ_j^B，内循环比值 r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B} 无法收敛到1，内循环无解.

内循环的解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$ 影响外循环比值 ϕ_j^E/ϕ_j^B，分析两者之间的关系，结果如图 3 所示：(1) 外循环比值 ϕ_j^E/ϕ_j^B 始终与内循环的解 $r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$ 成正比；(2) 曲线与直线 ϕ_j^E/ϕ_j^B=1 存在唯一交点，交点的纵坐标代表外循环有解，交点的横坐标为内循环的解，表明使得外循环有解的内循环解唯一存在，该内循环解对应的内循环规则可能为正向递归，也可能为反向递归.

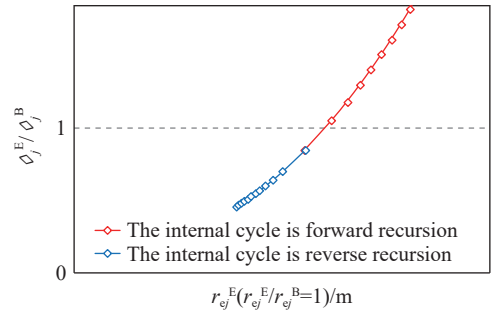

图 3　内循环的解与外循环的比值

Fig.3　$r_{ej}^{E}(r_{ej}^{E}/r_{ej}^{B}=1)$ and ϕ_j^E/ϕ_j^B

外循环初值 ϕ_j^B 影响内循环的解，内循环的解影响外循环比值 ϕ_j^E/ϕ_j^B，分析外循环的比值 ϕ_j^E/ϕ_j^B 与初值 ϕ_j^B 之间的关系，结果如图 4 所示：(1) 比值 ϕ_j^E/ϕ_j^B 与初值 ϕ_j^B 之间呈现出开口朝左的抛物线，两者之间的正反比关系受到内循环规则的影响；(2) 抛物线与直线 ϕ_j^E/ϕ_j^B=1 存在唯一交点，交点的横坐标 $\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$ 即为外循环的解，解 $\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$ 唯一存在，解 $\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$ 对应的内循环规则可能为正向递归，也可能为反向递归；(3) 若外循环解 $\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$ 等于真实值 ϕ_j^*，则使得外循环有解的内循环解也为真实值 r_{ej}^*；(4) 初

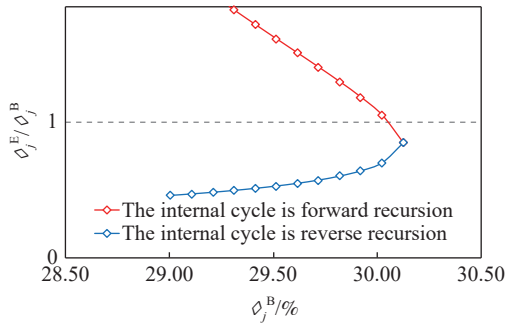

图 4　外循环的初值与比值

Fig.4　ϕ_j^B and ϕ_j^E/ϕ_j^B

值ϕ_j^B存在最大值, 当初值ϕ_j^B超过最大值后, 内循环无解, 进而导致外循环无解.

图 4 的抛物线表明, 当内循环的规则确定时, 外循环的比值ϕ_j^E/ϕ_j^B与初值ϕ_j^B之间的正反比关系也随之确定, 为此可建立ϕ_j的外循环求解规则.

当内循环为正向递归时, 外循环的比值ϕ_j^E/ϕ_j^B与初值ϕ_j^B成反比, 外循环满足反向递归的使用条件: 当初值ϕ_j^B大于终值ϕ_j^E时减小初值ϕ_j^B, 当初值ϕ_j^B小于终值ϕ_j^E时增大初值ϕ_j^B. 采用反向递归对ϕ_j进行外循环, 比值ϕ_j^E/ϕ_j^B不断趋近于 1, 当ϕ_j^E/ϕ_j^B=1 时, 结束外循环, 得到外循环的解$\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$. 外循环的反向递归无法采用迭代实现, 原因在于初值ϕ_j^B存在最大值.

当内循环为反向递归时, 外循环的比值ϕ_j^E/ϕ_j^B与初值ϕ_j^B成正比, 外循环满足正向递归的使用条件: 当初值ϕ_j^B大于终值ϕ_j^E时增大初值ϕ_j^B, 当初值ϕ_j^B小于终值ϕ_j^E时减小初值ϕ_j^B. 采用正向递归对ϕ_j进行外循环, 比值ϕ_j^E/ϕ_j^B不断趋近于 1, 当ϕ_j^E/ϕ_j^B=1 时, 结束外循环, 得到外循环的解$\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$.

3.3　双循环

双循环的循环规则包括反向递归和正向递归, 内循环与外循环的循环规则始终相反; 当内循环为反向递归时, 外循环为正向递归; 当内循环为正向递归时, 外循环为反向递归.

内循环的解存在多种情况, 若内循环无解, 需减小外循环初值ϕ_j^B, 从而使得内循环有解; 若内循环报错, 表明内循环初值r_{ej}^B过大, 导致内循环计算得到的$\bar{p}_{rj}(t)$超过了p_{ij}, 需减小内循环初值r_{ej}^B, 从而使得内循环有解.

外循环的解唯一存在, 内循环的解不一定使得外循环有解, 使得外循环有解的内循环解唯一存在; 若外循环无解, 需改变外循环的循环规则, 内循环的循环规则随之改变, 从而使得外循环有解.

3.4　计算流程

为实现双循环, 设定双循环的循环步长和误差上限: (1)内循环的循环步长为$\Delta(r_{ej})$, 初值r_{ej}^B增大时要求$0<\Delta(r_{ej})$, 初值r_{ej}^B减小时要求$0<\Delta(r_{ej})<r_{ej}^B$; (2)外循环的循环步长为$\Delta(\phi_j)$, 初值$\phi_j^B$增大时要求$0<\Delta(\phi_j)\leqslant 1-\phi_j^B$, 初值$\phi_j^B$减小时要求$0<\Delta(\phi_j)<\phi_j^B$; (3)内循环的误差上限为$\varepsilon(r_{ej})$, 推荐取值$\varepsilon(r_{ej})\leqslant 0.01\%$; (4)外循环的误差上限为$\varepsilon(\phi_j)$, 推荐取值$\varepsilon(\phi_j)\leqslant 0.1\%$.

误差上限$\varepsilon(r_{ej})$和$\varepsilon(\phi_j)$的存在, 导致难以严格满足$r_{ej}^E/r_{ej}^B=1$和$\phi_j^E/\phi_j^B=1$, 故内循环的解变为$r_{ej}^E(r_{ej}^E/r_{ej}^B\approx 1)$, 外循环的解变为$\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B\approx 1)$, 从而使得$\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B\approx 1)$与$\phi_j^B(\phi_j^E/\phi_j^B=1)$之间存在误差. 将各产层的产量劈分系数$\phi_j$之和称为气井的产量劈分系数, 用$\phi$表示, 根据式 (1) 可知需满足$\phi=\sum\phi_j=1$, 但外循环的误差使得$\phi$通常不满足等于 1.

用黑色代表通用递归过程, 蓝色代表反向递归过程, 红色代表正向递归过程, 建立双循环的计算流程, 见图 5, 具体计算步骤包括: (1)假设外循环的初始值$\phi_j^{(0)}$, 要求$0\leqslant\phi_j^{(0)}\leqslant 1$; (2)确定外循环初值$\phi_j^B$, 外循环开始时$\phi_j^B=\phi_j^{(0)}$, 外循环开始后$\phi_j^B$取决于外循环的循环规则; (3)假设内循环的初始值$r_{ej}^{(0)}$, 要求$r_w<r_{ej}^{(0)}$; (4)确定内循环初值r_{ej}^B, 内循环开始时$r_{ej}^B=r_{ej}^{(0)}$, 内循环开始后r_{ej}^B取决于内循环的循环规则; (5)内循环计算r_{ej}; (6)外循环计算ϕ_j; (7)ϕ归一化.

步骤 (5) 中, 内循环计算r_{ej}的具体步骤为: ①计算内循环终值r_{ej}^E; ②判断内循环规则, 当正确的外循环规则已知时, 内循环规则与外循环规则相反; 当正确的外循环规则未知时, 根据r_{ej}^E/r_{ej}^B与r_{ej}^B判断内循环规则, 若无法判断, 内循环规则选择正向递归和反向递归皆可; ③根据$|r_{ej}^E-r_{ej}^B|/r_{ej}^E\leqslant\varepsilon(r_{ej})$判断内循环是否收敛, 若收敛, 输出$r_{ej}=r_{ej}^E$, 结束内循环; 若不收敛, 根据内循环规则继续内循环; ④无论内循环规则为正向递归还是反向递归, 判断内循环是否有解, 若无解, 将ϕ_j^B减小$\Delta(\phi_j)$后作为新的ϕ_j^B, 返回步骤 (3); 若有解, 继续内循环直至收敛.

步骤 (6) 中, 外循环计算ϕ_j的具体步骤为: ①计算外循环终值ϕ_j^E; ②判断外循环规则, 外循环规则与输出r_{ej}时的内循环规则相反; ③根据$|\phi_j^E-\phi_j^B|/\phi_j^B\leqslant\varepsilon(\phi_j)$判断外循环是否收敛, 若收敛, 输出$\phi_j=\phi_j^B$, 结束外循环; 若不收敛, 根据外循环规

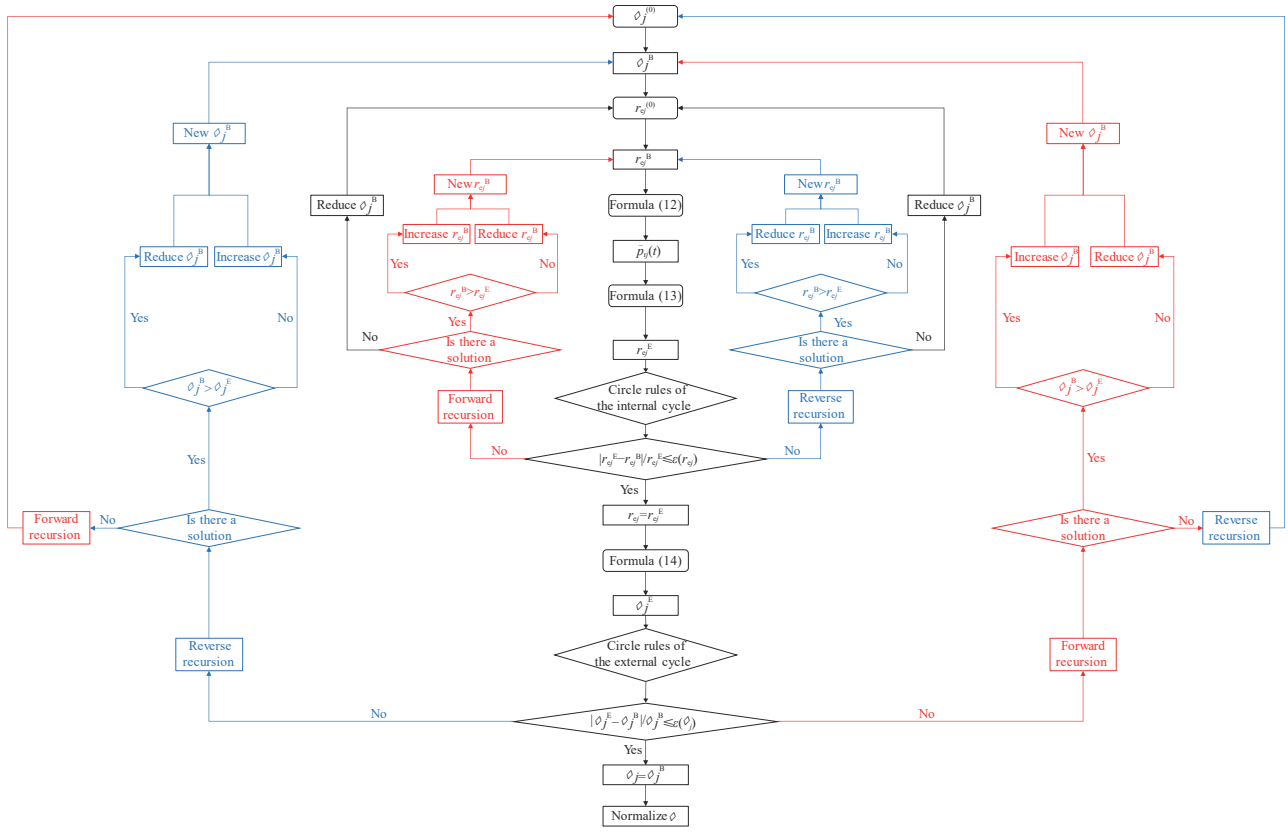

图 5　双循环计算流程

Fig.5　Calculation of a double cycle

则继续外循环; ④无论外循环规则为反向递归还是正向递归, 判断外循环是否有解, 若无解, 改变外循环规则, 返回步骤(1); 若有解, 继续外循环直至收敛.

步骤(7)中, ¤归一化的具体步骤为: ①根据 $¤_j$计算¤, 此时¤通常不等于1; ②找出最小值 min$¤_j$, 其中 $j=1,\cdots,k$; ③用 1−¤+min$¤_j$进行归一化, 即将 1−¤+min$¤_j$作为 min$¤_j$对应产层的新的 $¤_j$, 归一化后满足¤=1.

根据计算流程可以看出: 双循环互相影响和制约, 内循环收敛时外循环才能进行, 外循环决定了内循环能否收敛.

4　方法验证

由于计算模型建立过程中采用了 $¤_j=\{¤_j(t), ¤_j[G_{pj}(t)], ¤_j(t+1)\}$这一近似处理, 同时双循环计算法属于首次提出, 为验证计算模型的准确性和计算方法的可行性, 采用 Eclipse 数值模拟软件模拟多层合采气井的生产过程.

数值模拟参数见表 1, 其中各层的相对密度 γ_{gj} 分别设置为 0.59、0.60 和 0.61. 为验证双循环计算法在气井生产全阶段的适用性, 气井采用早期

表 1　数值模拟参数表

Table 1　Numerical simulation parameters

Parameters	Value		
	Layer 1	Layer 2	Layer 3
Grid type	radial direction	radial direction	radial direction
Grid step size/m	10	10	10
Grid angle/(°)	11.25	11.25	11.25
r_w/m	0.2	0.2	0.2
p_{sc}/MPa	0.101	0.101	0.101
T_{sc}/K	293.15	293.15	293.15
S_{gij}	0.60	0.65	0.70
r_{ej}/m	300	600	900
Z_{scj}	0.995128799	0.989285975	0.989890012
p_{ij}/MPa	21.0	22.0	23.5
Z_{ij}	0.853320944	0.93845948	0.97120549
T_j/K	361.81	363.83	366.06
h_j/m	6	8	10
ϕ_j	0.060	0.065	0.070
K_j/mD	0.09	0.12	0.20
G_j/m^3	11614700	70724200	236805000
γ_{gj}	0.59	0.60	0.61

定产降压、后期定压降产的制度进行生产, 定产降压阶段气井配产 45000 $m^3 \cdot d^{-1}$, 数值模拟中井底流压下限设置为 5.5 MPa, 井底流压降至 5.5 MPa 后进入定压降产阶段开始递减. 根据计算需要, 输出数值模拟的井底流压 $p_{wfj}(t)$、井口产气量 $q_{sc}(t)$ 和产量劈分系数 α_j, 为便于直观对比, 图 6 和图 7 均采用半对数坐标. 为进行区分, 将数值模拟得到的 α_j 和 α 分别简称数模 α_j 和数模 α, 将双循环计算法得到的 α_j 和 α 分别简称双循环 α_j 和双循环 α.

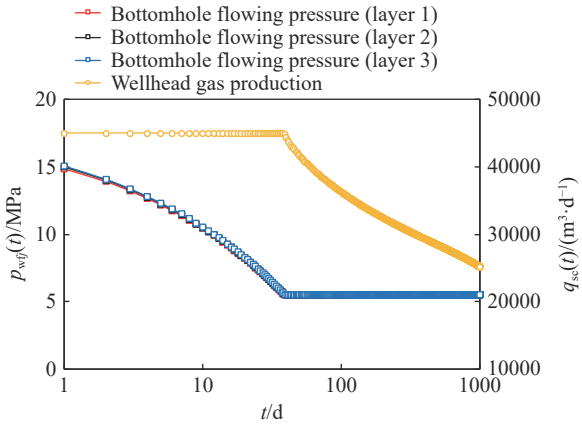

图 6　数值模拟的井底流压和井口产气量

Fig.6　p_{wfj} and q_{scj} of numerical simulation

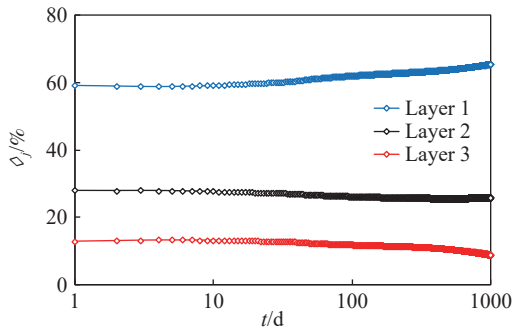

图 7　数值模拟的产量劈分系数

Fig.7　α_j of numerical simulation

用红色代表层 1, 黑色代表层 2, 蓝色代表层 3, 图 7 呈现了各产层的数模 α_j 随生产时间 t 的变化规律, 数模 α_j 在各产层的宏观变化规律并不相同, 同时数模 α_j 在各产层的大小具有显著差异: 层 1 的数模 α_j 随着生产时间 t 增大逐渐减小, 同时 α_j 最小; 层 2 的数模 α_j 随着生产时间 t 增大保持相对稳定, 同时 α_j 居中; 层 3 的数模 α_j 随着生产时间 t 增大逐渐增大, 同时 α_j 最大.

为清晰直观的进行对比验证, 选择 12 个生产时间点的数据, 为避免引入额外的误差, 压力转换表皮 S_{pj}、气体黏度 μ 和偏差系数 Z 均根据数模结果进行修正, 采用双循环的步骤(1)到步骤(6)进行计算, α_j 的最后一次双循环计算过程及计算结果见表 2, 其中: 内循环中的循环误差指初值 r_{ej}^{B} 与终值 r_{ej}^{E} 之间的相对误差绝对值, 外循环中的循环误差指初值 α_j^{B} 与终值 α_j^{E} 之间的相对误差绝对值, α_j 中的相对误差指双循环 α_j 与数模 α_j 之间的相对误差绝对值.

根据表 2 中的 α_j 计算 α, 结果见表 3, 此时尚未对双循环 α 进行归一化, 其中: 气井的绝对误差指双循环 α 与数模 α 之间的绝对误差, 产层的绝对误差指双循环 α_j 与数模 α_j 之间的绝对误差, 由于数模 α 始终等于 1, 故气井的绝对误差等于相对误差, 同时等于各产层的绝对误差之和.

根据表 2 和表 3 可以看出, 层 1 始终为 $\min\alpha_j$ 对应的产层, 其相对误差和绝对误差均远超层 2 和层 3, 故采用步骤(7)对双循环 α 归一化, 将 $1-\alpha+\min\alpha_j$ 作为层 1 新的 α_j, 层 2 和层 3 的 α_j 不进行任何改变, α 归一化后得到完整的双循环计算结果, 将数模 α_j 和双循环 α_j 绘制成半对数坐标图见图 8.

双循环的原理和规律在前文已有描述, 这里仅结合表 2、表 3 和图 8 对计算结果进行分析:

(1)层 1、层 2 和层 3 的 α_j 随 t 之间的变化规律并不相同, 表明 α_j 受到产层物性、生产阶段和生产时间的综合影响, 不具备统一变化规律;

(2)在不同产层, 无论归一化前后, 双循环 α_j 与数模 α_j 之间均呈现出了相同变化趋势, 若将数模 α_j 视为真实值 α_j^*, 表明了双循环在机理上的正确性;

(3)归一化前, 层 1 的相对误差和绝对误差随着 t 增大逐渐增大, 同时双循环 α 不等于 1, 层 1 的绝对误差主要决定了气井的绝对误差; 推测产生这一现象的根本原因在于各产层的 α_j 之间差异过大, 导致 α_j 最小产层的敏感性太强, 当各产层的 α_j 之间差异减小, α_j 最小产层在归一化前亦达到很高的精度, 由于影响 α_j 之间差异大小的因素太多造成这一现象难以量化;

(4)归一化后, 双循环在不同产层、不同阶段、不同时间均达到了很高的精度, 同时双循环 α 等于 1, 表明了双循环在精度上的可靠性.

数值模拟验证表明: 双循环计算法的机理正确、精度可靠. 相比数值模拟, 双循环计算法在计算产量劈分系数 α_j 时不需要泄气半径 r_{ej} 已知, 为现场应用提供了更高可行性.

5　应用

气井 A 为多层合采气井, 于 2014 年投产, 投

表 2　数值模拟 $\square_j$ 与双循环 $\square_j$

Table 2　Numerical simulation $\square_j$ versus double cycle $\square_j$

Layer	t/d	Internal cycle (the last time)				External cycle (the last time)				Double cycle $\square_j$/%	Numerical simulation $\square_j$/%	Relative error/%
		r_{ej}^{B}	r_{ej}^{E}	Relative error/%	Circle rules	$\square_j^{B}$/%	$\square_j^{E}$/%	Relative error/%	Circle rules			
Layer 1	1	299.36	299.36	0.000	Forward recursion	12.8668	12.8640	0.022	Reverse recursion	12.8668	12.8562	0.082
	10	298.98	298.98	0.000		13.1615	13.1490	0.095		13.1615	13.1468	0.111
	100	296.70	296.72	0.007	Reverse recursion	11.8622	11.8588	0.029	Forward recursion	11.8622	11.7863	0.644
	200	299.10	299.09	0.003		11.5320	11.5371	0.044		11.5320	11.4035	1.127
	300	300.83	300.84	0.003		11.3270	11.3239	0.027		11.3270	11.1387	1.691
	400	301.00	301.01	0.003		11.0940	11.0939	0.001		11.0940	10.8408	2.336
	500	302.20	302.22	0.007		10.8550	10.8477	0.067		10.8550	10.5041	3.341
	600	305.06	305.06	0.000		10.6410	10.6335	0.071		10.6410	10.1490	4.848
	700	305.83	305.84	0.003		10.3990	10.3993	0.003		10.3990	9.7928	6.190
	800	307.94	307.95	0.003		10.1960	10.1980	0.020		10.1960	9.4466	7.933
	900	310.44	310.45	0.003		10.0200	10.0185	0.015		10.0200	9.1153	9.925
	1000	314.32	314.32	0.000		9.8940	9.8939%	0.001		9.8940	8.8030	12.394
Layer 2	1	600.05	599.99	0.010	Forward recursion	27.9297	27.9059	0.085	Reverse recursion	27.9297	27.9302	0.002
	10	600.05	600.04	0.002		27.6500	27.6606	0.038		27.6500	27.6496	0.001
	100	602.70	602.73	0.005		26.1830	26.1816	0.005		26.1830	26.1771	0.023
	200	599.50	599.54	0.007		25.8610	25.8775	0.064		25.8610	25.8288	0.125
	300	602.30	602.35	0.008	Reverse recursion	25.7310	25.7492	0.071	Forward recursion	25.7310	25.6879	0.168
	400	601.10	601.08	0.003		25.6870	25.6840	0.012		25.6870	25.6373	0.194
	500	602.70	602.73	0.005		25.6900	25.7053	0.060		25.6900	25.6284	0.241
	600	608.39	608.34	0.008		25.7360	25.7111	0.097		25.7360	25.6370	0.386
	700	601.20	601.16	0.007		25.7070	25.7094	0.009		25.7070	25.6517	0.216
	800	594.70	594.64	0.010		25.6540	25.6604	0.025		25.6540	25.6651	0.043
	900	600.95	600.98	0.005		25.7200	25.7042	0.061		25.7200	25.6755	0.173
	1000	610.66	610.61	0.008		25.8362	25.8111	0.097		25.8362	25.6819	0.601
Layer 3	1	900.25	900.28	0.003	Forward recursion	59.2083	59.2075	0.001	Reverse recursion	59.2083	59.2136	0.009
	10	899.30	899.24	0.007		59.2140	59.1886	0.043		59.2140	59.2036	0.018
	100	900.95	901.01	0.007		61.9940	62.0071	0.021		61.9940	62.0366	0.069
	200	898.30	898.38	0.009		62.7200	62.7438	0.038		62.7200	62.7677	0.076
	300	912.60	912.66	0.007		63.0650	63.0681	0.005		63.0650	63.1734	0.172
	400	899.90	899.90	0.000	Reverse recursion	63.4241	63.4741	0.079	Forward recursion	63.4241	63.5219	0.154
	500	886.00	886.03	0.003		63.7062	63.7240	0.028		63.7062	63.8675	0.253
	600	899.00	899.02	0.002		64.0540	63.9973	0.089		64.0540	64.2140	0.249
	700	891.50	891.55	0.006		64.3030	64.2678	0.055		64.3030	64.5555	0.391
	800	909.30	909.32	0.002		64.7400	64.7570	0.026		64.7400	64.8883	0.229
	900	902.60	902.55	0.006		64.9580	65.0199	0.095		64.9580	65.2092	0.385
	1000	893.99	894.02	0.003		65.1040	65.1685	0.099		65.1040	65.5151	0.627

产至今一直稳定生产, 当生产时间 t 为 1758 d 和 1761 d 时分别进行了产气剖面测试, 产气剖面参数见表 4, 将双循环计算法应用于气井 A, 采用图 5 所示的计算流程, 计算得到双循环 $\square_j$, 并对 r_{ej} 和 $\bar{p}_{rj}(t)$ 进行动态预测. 由于缺乏分层 PVT 数据, 故不同产层采用了相同 PVT 数据; 压力转换表皮 S_{pj} 较难建立解

表 3　数值模拟◻与双循环◻

Table 3　Numerical simulations ◻ versus double cycle ◻

t/d	◻/%		Absolute error/%			
	Numerical simulation	Double cycle	Gas well	Layer 1	Layer 2	Layer 3
1	100.0000	100.0048	0.0048	0.0106	−0.0005	−0.0053
10	100.0000	100.0255	0.0255	0.0147	0.0004	0.0104
100	100.0000	100.0392	0.0392	0.0759	0.0059	−0.0426
200	100.0000	100.1130	0.1130	0.1285	0.0322	−0.0477
300	100.0000	100.1230	0.1230	0.1883	0.0431	−0.1084
400	100.0000	100.2051	0.2051	0.2532	0.0497	−0.0978
500	100.0000	100.2512	0.2512	0.3509	0.0616	−0.1613
600	100.0000	100.4310	0.4310	0.4920	0.0990	−0.1600
700	100.0000	100.4090	0.4090	0.6062	0.0553	−0.2525
800	100.0000	100.5900	0.5900	0.7494	−0.0111	−0.1483
900	100.0000	100.6980	0.6980	0.9047	0.0445	−0.2512
1000	100.0000	100.8342	0.8342	1.0910	0.1543	−0.4111

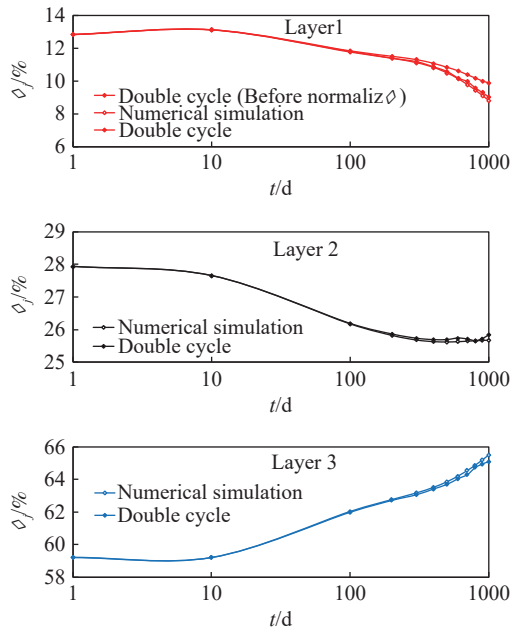

图 8　数值模拟$◻_j$与双循环$◻_j$

Fig.8　Numerical simulations $◻_j$ versus double cycle $◻_j$

析方程, 采用公式$S_{pj}=\dfrac{p_{wfj}(t)}{p_{ij}}\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{r_{ej}^2}{r_{ej}^2-r_w^2}\ln\dfrac{r_{ej}}{r_w}\right)-\ln[\ln(t_D+1)]$进行计算, 其中 t_D=t/1 为无因次生产时间; $\varepsilon(r_{ej})$ 和 $\varepsilon(◻_j)$ 均取值 0.01%.

气井 A 的应用及预测结果见表 5, 可以看出, 层 2 的相对误差相较于层 1 和层 3 偏大, 但绝对误差很小, 产生这一现象的主要原因在于层 2 的$◻_j$太小. 综合各产层的$◻_j$及其误差分布, 产气剖面对比表明: 双循环计算法在现场应用中具有较为可靠的精度.

表 4　产气剖面参数表

Table 4　Parameters of gas production profile

Parameters	Value		
	Layer 1	Layer 2	Layer 3
r_w/m	0.121	0.121	0.121
S_{gij}	0.692	0.580	0.716
Z_{scj}	1.017	1.017	1.017
p_{ij}/MPa	19.759	19.818	20.325
Z_{ij}	0.952866432	0.95313965	0.95560225
T_j/K	358.457	361.061	362.692
h_j/m	9.8	1.8	6.6
ϕ_j	0.072	0.062	0.054
K_j/mD	0.205	0.110	0.132
t/d	1758 (1761)		
$q_{sc}(t)$/(m^3·d^{-1})	12334.2 (6736.2)		
$G_p(t)$/m^3	21126600 (21174000)		
$p_{wfj}(t)$/MPa	8.834 (8.803)	9.047 (9.016)	9.270 (9.239)
$p_{wfj}(t+1)$/MPa	8.828 (8.800)	9.041 (9.013)	9.264 (9.235)

实际应用过程中, 若出现内循环报错的情况, 需减小内循环初值, 从而使得内循环有解; 若出现内循环无解的情况, 需减小外循环初值, 从而使得内循环有解; 若出现外循环无解的情况, 需改变外循环规则, 从而使得外循环有解.

需要注意的是, 内循环和外循环存在内反外正、内正外反、内反外反、内正外正 4 种循环规则组合, 由于计算模型的约束, 双循环计算法只呈现出内反外正、内正外反. 实际应用过程中, 若需要采用内反外反、内正外正才能求解, 表明某些参数取值不准; 若无论怎么改变外循环规则, 外循环始终无解, 表明某些参数的取值误差过大, 违背了计算模型中隐藏的物理规律, 导致产生不可调和的矛盾.

双循环计算法实现了产量劈分系数$◻_j$的动态跟踪计算, 相比数值模拟和产气剖面均具有可靠的精度, 可作为$◻_j$的有效计算方法. 本质上, 双循环计算法属于三元方程组的求解方法, 可同时计算 $◻_j$、r_{ej} 和 $\bar{p}_{rj}(t)$, 为圆形封闭多层合采气藏的全阶段动态预测提供了新思路; 更进一步, 若采用相应方程建立计算模型, 可将双循环计算法的应用范围拓展到其他类型油气藏.

6　结论

(1) 产量劈分系数受到多个参数的综合影响,

表 5　应用及预测结果

Table 5　Application and prediction results

Parameters	Value		
	Layer 1	Layer 2	Layer 3
t/d		1758 (1761)	
Gas production profile δ_j/%	51.8866 (52.6350)	1.0742 (0.5077)	47.0391 (46.8573)
Double cycle δ_j/%	53.3100 (53.9200)	1.1650 (0.5500)	45.5250 (45.5300)
Absolute value of relative error/%	2.74 (2.44)	8.45 (8.33)	3.22 (2.83)
r_{ej}/m	309.13 (294.99)	101.32 (80.83)	448.89 (398.65)
$\bar{p}_{rj}(t)$/MPa	11.07 (10.09)	9.33 (9.11)	13.51 (11.67)

其中泄气半径和平均地层压力均为未知参数, 采用圆形封闭气藏的产能方程和物质平衡方程, 建立了由三个方程组成的闭环计算模型, 提出了可同时求解三个未知参数的双循环计算法.

(2) 内循环指泄气半径的计算过程, 外循环指产量劈分系数的计算过程, 外循环包含了内循环, 两者的循环规则始终相反, 通过设定循环步长和误差上限, 建立了双循环的计算流程, 当外循环收敛时, 得到泄气半径和产量劈分系数.

(3) 数值模拟验证表明, 双循环计算法具有正确的机理和较高的精度; 产气剖面对比显示, 双循环计算法在现场应用中亦具有可靠的精度; 在泄气半径和平均地层压力均未知的情况下, 双循环计算法实现了对产量劈分系数的动态跟踪计算.

参　考　文　献

[1] Zhu W Y, Chen Z, Song Z Y, et al. Research progress in theories and technologies of shale gas development in China. *Chin J Eng*, 2021, 43(10): 1397
(朱维耀, 陈震, 宋智勇, 等. 中国页岩气开发理论与技术研究进展. 工程科学学报, 2021, 43(10): 1397)

[2] Zhang T, Wang B R, Zhao Y L, et al. Inter-layer interference for multi-layered tight gas reservoir in the absence and presence of movable water. *Petrol Sci*, https://doi.org/10.1016/j.petsci.2024.01.009

[3] Zhu H Y, Hu Y, Li J T, et al. Physical simulation of commingled production for multilayer gas reservoir in Sebei gas field, Qaidam Basin. *Acta Petrolei Sin*, 2013, 34(Suppl 1): 136
(朱华银, 胡勇, 李江涛, 等. 柴达木盆地涩北多层气藏合采物理模拟. 石油学报, 2013, 34(增刊 1): 136)

[4] Qi Q, Zhu W Y. Moving boundary analysis of fractured shale gas reservoir. *Chin J Eng*, 2019, 41(11): 1387
(亓倩, 朱维耀. 复杂压裂缝网页岩气储层压力传播动边界研究. 工程科学学报, 2019, 41(11): 1387)

[5] Zhao S H, Wang Y B, Li Y, et al. Co-production of tight gas and coalbed methane from single wellbore: A simulation study from northeastern Ordos Basin, China. *Nat Resour Res*, 2021, 30(2): 1597

[6] Bie A F, Ji G, Zhang X Y, et al. Two ways for breaking out and forecasting stimulation production by production composition method. *Petrol Explor Dev*, 2007, 34(5): 628
(别爱芳, 冀光, 张向阳, 等. 产量构成法中措施产量劈分及预测的两种方法. 石油勘探与开发, 2007, 34(5): 628)

[7] Zhang L, Yang X Z, Song J X, et al. A model of pressure distribution along the wellbore for the low water-producing gas well with multilayer commingled production. *Petrol Sci Technol*, 2022, 40(7): 767

[8] Li J B, Cui Y H, Huang Y G, et al. Technologies and prospect of full-cycle development of low-permeability tight gas reservoirs with horizontal wells, Ordos Basin. *Oil Gas Geol*, 2023, 44(2): 480
(李进步, 崔越华, 黄有根, 等. 鄂尔多斯盆地低渗–致密气藏水平井全生命周期开发技术及展望. 石油与天然气地质, 2023, 44(2): 480)

[9] Li H T, Li Y H, Feng Y H, et al. An interpretation method for a gas production profile based on the temperature and pressure behavior of low-permeability gas reservoirs. *Arab J Sci Eng*, 2020, 45(9): 7773

[10] Zhong G H, Li S, Tang D Z, et al. Study on co-production compatibility evaluation method of multilayer tight gas reservoir. *J Nat Gas Sci Eng*, 2022, 108: 104840

[11] Chai X L, Tian L, Dong P J, et al. Study on recovery factor and interlayer interference mechanism of multilayer co-production in tight gas reservoir with high heterogeneity and multi-pressure systems. *J Petrol Sci Eng*, 2022, 210: 109699

[12] Prabowo H S, Rinadi M. A Production Allocation Method for Commingled Gas Completions // *SPE International Oil and Gas Conference and Exhibition*. Beijing, 1995: 29913

[13] El-Banbi A, Wattenbarger R. Analysis of Commingled Tight Gas Reservoirs // *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Colorado, 1996: 36736

[14] Arevalo-Villagran J A, Wattenbarger R A, El-Banbi A H, et al. Production Analysis of Commingled Gas Reservoirs — Case Histories // *SPE International Oil Conference and Exhibition*.

Villahermosa, 2000: 58985

[15] Sallam M A, El-Banbi A H. Analysis of multi-layered commingled and compartmentalized gas reservoirs. *J Petrol Explor Prod Technol*, 2018, 8(4): 1573

[16] Li Q, Gao S S, Liu H X, et al. Simulation experiment on the gas-water interaction crossflow during the multi-layer commingled production of tight sandstone gas reservoirs. *Nat Gas Ind*, 2022, 42(1): 133
(李奇, 高树生, 刘华勋, 等. 致密砂岩气藏多层合采气水交互越流模拟实验. 天然气工业, 2022, 42(1): 133)

[17] Liu G F, Meng Z, Luo D Y, et al. Experimental evaluation of interlayer interference during commingled production in a tight sandstone gas reservoir with multi-pressure systems. *Fuel*, 2020, 262: 116557

[18] Tao X J, Okere C J, Su G D, et al. Experimental and theoretical evaluation of interlayer interference in multi-layer commingled gas production of tight gas reservoirs. *J Petrol Sci Eng*, 2022, 208: 109731

[19] Liu H X, Gao S S, Li X G, et al. Model of cross-flow interference index and application for multi-layer commingled production in Sulige tight sandstone gas reservoir, Ordos Basin. *Nat Gas Geosci*, 2023, 34(6): 950
(刘华勋, 高树生, 李小刚, 等. 鄂尔多斯盆地苏里格致密砂岩气藏多层合采干扰指数模型及应用. 天然气地球科学, 2023, 34(6): 950)

[20] Hu Y, Li X Z, Jiang L J, et al. Production experiment of multi-layer edge-water loose sandstone gas reservoir in Qaidam Basin. *Nat Gas Geosci*, 2022, 33(9): 1499
(胡勇, 李熙喆, 江良冀, 等. 柴达木盆地多层边水疏松砂岩气藏开采实验. 天然气地球科学, 2022, 33(9): 1499)

[21] Song H Q, Du S Y, Yang J S, et al. Forecasting and influencing factor analysis of coalbed methane productivity utilizing intelligent algorithms. *Chin J Eng*, 2024, 46(4): 614
(宋洪庆, 都书一, 杨焦生, 等. 基于机器学习的煤层气产能标定智能算法及影响因素分析. 工程科学学报, 2024, 46(4): 614)

[22] Hao S Y, Qiu X Y, Liu P C, et al. A novel dynamic splitting method for production based on material balance theory and catastrophe theory in tight gas reservoirs. *Geofluids*, 2021, 2021: 9950011

[23] Widarsono B, Atmoko H, Robinson W, et al. Application of Fuzzy Logic for Determining Production Allocation in Commingle Production Wells // *SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition*. Jakarta, 2005: 93275

[24] Russell D G, Goodrich J H, Perry G E, et al. Methods for predicting gas well performance. *J Petrol Technol*, 1966, 18(1): 99

[25] Zhang T, Li X F, Wang X Z, et al. Gas-water relative permeability model for tight sandstone gas reservoirs. *Sci Sin (Technol)*, 2018, 48(10): 1132
(张涛, 李相方, 王香增, 等. 致密砂岩气水相对渗透率模型. 中国科学: 技术科学, 2018, 48(10): 1132)

[26] Zhang T, Javadpour F, Li J, et al. Pore-scale perspective of gas/water two-phase flow in shale. *SPE J*, 2021, 26(2): 828

[27] Zang L, Xin C P, Wang Y K, et al. *A Method for Predicting the Full-stage Average Formation Pressure of Constant Volume Gas Reservoirs*: China Patent, CN202311425622.4. 2023-12-15
(张磊, 辛翠平, 王永科, 等. 一种定容气驱气藏的全阶段平均地层压力预测方法: 中国专利, CN202311425622.4. 2023-12-15)

[28] Al-Hussainy R, Ramey H J Jr, Crawford P B. The flow of real gases through porous media. *J Petrol Technol*, 1966, 18(5): 624

[29] Al-Hussainy R, Ramey H J Jr. Application of real gas flow theory to well testing and deliverability forecasting. *J Petrol Technol*, 1966, 18(5): 637