



SERF原子耦合磁强计抽运光功率误差分析

全家乐 刘晔 马龙岩 范文峰 全伟

Analyzing power errors in the optical pumping system of atomic spin comagnetometers

QUAN Jiale, LIU Ye, MA Longyan, FAN Wenfeng, QUAN Wei

引用本文:

全家乐, 刘晔, 马龙岩, 范文峰, 全伟. SERF原子耦合磁强计抽运光功率误差分析[J]. 北科大: 工程科学学报, 2025, 47(3): 489–495. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2024.05.28.004

QUAN Jiale, LIU Ye, MA Longyan, FAN Wenfeng, QUAN Wei. Analyzing power errors in the optical pumping system of atomic spin comagnetometers[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2025, 47(3): 489–495. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2024.05.28.004

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2024.05.28.004>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于双齿面传动误差的侧隙连续测量与预测

Measurement and prediction of backlash based on two-sided transmission error

工程科学学报. 2020, 42(8): 1055 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2019.10.18.004>

螺纹插装式溢流阀阀套内锥面制造的误差控制

Research on the manufacturing error control of the inner cone of the threaded cartridge relief valve sleeve

工程科学学报. 2021, 43(7): 966 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.05.05.002>

基于深度循环神经网络的协作机器人动力学误差补偿

Error compensation of collaborative robot dynamics based on deep recurrent neural network

工程科学学报. 2021, 43(7): 995 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.04.30.003>

射频磁控溅射制备(In, Co)共掺ZnO薄膜的电学和磁学性质

Electrical and magnetic properties of (In, Co) co-doped ZnO films deposited using radio frequency magnetron sputtering

工程科学学报. 2021, 43(3): 385 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.01.11.002>

高功率锂离子电池研究进展

Progress of high-power lithium-ion batteries

工程科学学报. 2022, 44(4): 612 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2021.08.16.004>

非均质土中海上风电单桩基础动力响应特性

Dynamic response characteristics of an offshore, wind-power monopile foundation in heterogeneous soil

工程科学学报. 2021, 43(5): 710 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.03.19.004>

SERF 原子耦合磁强计抽运光功率误差分析

全家乐¹⁾, 刘 晔^{1)✉}, 马龙岩¹⁾, 范文峰^{1,2)}, 全 伟^{1,2)}

1) 北京航空航天大学大科学装置研究院/零磁科学中心, 北京 100191 2) 杭州极弱磁场国家重大科技基础设施研究院, 杭州 310051

✉通信作者, E-mail: lylyzyq1314@buaa.edu.cn

摘 要 基于无自旋交换弛豫 (Spin exchange relaxation-free, SERF) 的原子自旋耦合磁强计同时具有敏感角速率和抑制环境磁场扰动的能力, 是一种很有前途的长期导航应用工具. 抽运光功率误差从标度因数和零偏稳定性两个方面限制了 SERF 耦合磁强计的长期稳定性, 目前针对 SERF 惯性测量的抽运光误差分析均为分析标度因数误差, 缺乏对零偏稳定性的分析. 为了分析抽运光功率对系统的零偏稳定性影响, 本文基于泰勒展开, 将 K-Rb-²¹Ne 耦合磁强计动力学系统由非线性系统简化为线性时不变系统, 并基于状态空间方法推导了抽运光功率频率响应模型, 最后在 SERF 耦合磁强计上对该模型进行了实验验证. 理论和实验结果表明, 耦合磁强计的磁光非正交将在光功率传递函数中引入微分环节, 导致在耦合磁强计工作带宽内, 耦合磁强计的输出信号与抽运光功率近似成比例环节. 本文为分析 SERF 耦合磁强计中抽运光功率波动引起的惯性测量误差提供了精确的模型, 为后续进行抽运光功率抑制提供了理论支持.

关键词 SERF; 耦合磁强计; 惯性测量; 频率响应; 光功率误差

分类号 TN249

Analyzing power errors in the optical pumping system of atomic spin comagnetometers

QUAN Jiale¹⁾, LIU Ye^{1)✉}, MA Longyan¹⁾, FAN Wenfeng^{1,2)}, QUAN Wei^{1,2)}

1) Institute of Large-scale Scientific Facility and Centre for Zero Magnetic Field Science, Beihang University, Beijing 100191, China

2) Hangzhou Institute of Extremely-Weak Magnetic Field Major National Science and Technology Infrastructure, Hangzhou 310051, China

✉Corresponding author, E-mail: lylyzyq1314@buaa.edu.cn

ABSTRACT The spin exchange relaxation-free (SERF) atomic comagnetometer is a highly sensitive device designed to measure rotation rates with extreme precision. The ability of the proposed method to suppress disturbances from external magnetic fields makes it ideal for various applications, particularly in long-term navigation systems where accuracy and stability are paramount. Beyond navigation, SERF comagnetometers are valuable tools for geophysics and geological exploration, offering reliable tools for high-precision measurements. They also play a crucial role in fundamental physics research, including testing Lorentz symmetry and charge-parity-time (CPT) symmetry, which are essential for understanding potential deviations from standard physical theories. A significant challenge in the SERF comagnetometers performance is power errors in optical pumping systems, which affect two critical operational aspects: scale factor and zero-bias stability. The scale factor determines the relationship between the input signal and the comagnetometer output, whereas zero-bias stability refers to the system's long-term stability in the absence of an input signal. Although previous research has focused primarily on how power errors affect the scale factor, their effect on zero-bias stability remains underexplored, yet it is crucial for applications that require sustained precision. To address this gap, this study simplified the nonlinear dynamics of the K-Rb-²¹Ne SERF comagnetometer into a linear time-invariant system using Taylor expansion. This simplification helps analyze the system response to power errors. The study then develops a frequency response model of the optical pumping system's power utilizing the state space method to predict how power fluctuations affect the system output. This model is an important step toward understanding how power errors propagate within a comagnetometer. An experiment was conducted to validate the derived

收稿日期: 2024-05-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (62103026); 中国博士后科学基金资助项目 (2024T171116)

frequency response model, where a sinusoidal wave with a peak power of 2 milliwatts was superimposed on a base pumping power of 35 milliwatts. This setup was designed to simulate real-world fluctuations in the pumping power that may occur during the comagnetometer operation. The amplitude–frequency and phase–frequency responses of the SERF comagnetometer’s output were recorded and compared with the theoretical predictions. The experimental results aligned well with the theoretical model, demonstrating the model’s accuracy in predicting the system’s response to power errors. From the amplitude–frequency response, it was found that at very low frequencies of the optical pumping power error, the output of the SERF comagnetometer is directly proportional to the changes in the pumping light power. This implies that slow drifts or fluctuations in pumping power can directly affect the long-term stability of the comagnetometer, which is critical for applications requiring minimal drift over time. However, when the power error frequency is lower than the electron Larmor frequency, the response amplitude decreases because of the slower response time of the noble gas atoms, which partially suppresses the impact of the power error. Nevertheless, this suppression is not sufficient to eliminate the power error’s influence. The study concludes that the magneto-optical nonorthogonality of the comagnetometer introduces a differential component into the power transfer function. As a result, within the device’s operational bandwidth, the output signal is approximately proportional to the pumping power. This finding reveals that fluctuations in optical pumping power can significantly affect the system’s measurement accuracy and stability, particularly over long periods.

KEY WORDS SERF; atomic comagnetometer; inertial measurement; frequency response model; power error

SERF 原子自旋耦合磁强计是一种基于原子自旋的精密测量装置,其基本原理是通过特殊的磁共振过程实现无自旋弛豫的原子自旋测量^[1].在这种耦合磁强计中,碱金属原子系综被置于弱磁场中,通过激光调控原子自旋状态,形成一个非常稳定的自旋态,减小自旋弛豫对测量的影响^[2].由于其无自旋交换弛豫的特性,SERF 耦合磁强计可以实现超高灵敏的惯性测量,相对于传统的惯性测量仪器具有更高的理论精度^[3].SERF 耦合磁强计还可应用于地球物理学、地质勘探和科学实验中,作为精密测量可靠的工具,已广泛应用于 Lorentz^[4-5] 和 CPT 测试^[6]、磁场测量^[7-8] 和惯性测量^[9-10] 中.

在 SERF 耦合磁强计中,通常用一束圆偏振抽运光来实现原子自旋系综的极化^[11].它首先通过自旋交换光抽运机制使碱金属电子自旋沿抽运光传播方向(通常定义为纵向方向)极化.被极化的碱金属电子通过自旋交换碰撞的机制使惰性气体核自旋沿同一方向超极化^[12].当系统达到稳态后,沿着抽运激光的传播方向施加一个与核自旋、电子自旋产生磁场之和相反的补偿磁场,可使电子自旋和核自旋处于强耦合的磁场自补偿状态.在这种状态下,核自旋可以自动跟踪和补偿外部磁场扰动.所以,原子自旋系综的极化是耦合磁强计实现高精度和长时间稳定测量的基础^[13-14].然而,在实际运用中,抽运光功率的稳定性极易受诸多外界干扰因素影响而难以保持稳定,导致原子自旋极化率的波动,从而引入惯性测量误差^[15],因此抽运光功率误差的分析对提高 SERF 耦合磁强计的长期性能具有重要意义.

抽运光功率误差引起的 SERF 耦合磁强计惯

性测量误差主要体现在标度因数误差和零偏误差两个方面.美国普林斯顿大学 Romalis 小组的 Kornack 博士最早研究了弱磁场下 $K-^3\text{He}$ 混合原子自旋系综的动力学特性^[16],得到了 $K-^3\text{He}$ 混合原子自旋系综测量角速度的输出方程与标度因数的理论表达式^[17],但是由于普林斯顿大学 Romalis 小组的主要将实验装置用于基础物理研究^[18],并没有对激光功率波动引起的标度因数误差进行深入研究.北航秦杰博士和万双爱博士基于 SERF 惯性测量的动力学模型^[19-20],建立了基于 SERF 原子自旋角速度测量的误差模型,给出了标度因数误差初步的分析,同时提出了基于法拉第调制器的双光束旋光角闭环检测方案.北航黄炯博士建立了 SERF 惯性测量输出误差方程^[21],进一步分析了由抽运光功率、检测光功率波动所致的标度因数相对波动,并提出了基于可变波片液晶的激光功率稳定控制误差分析与抑制方法.综上所述,目前针对 SERF 惯性测量的抽运光误差均为分析标度因数误差,缺乏对零偏误差的分析.

本文基于状态空间方法推导了 SERF 耦合磁强计的抽运光功率频率响应模型,并在 $K-\text{Rb}-^{21}\text{Ne}$ 耦合磁强计实验装置上对模型进行了实验验证.通过模型分析发现,低频抽运光功率波动与系统输出之间的传递函数可以用比例环节来表征,这意味着抽运光功率的波动将直接影响到系统的输出.实验结果与理论模拟结果吻合较好,说明该频率响应模型在 SERF 耦合磁强计中具有普遍适用性,该模型可用于分析抽运光功率波动噪声引起的惯性测量误差.

1 理论分析

SERF 耦合磁强计的耦合动力学可以用一套完整的 Bloch 方程来描述^[22-23]. 在混合光抽运的 K-Rb-²¹Ne 磁强计中, Rb 和 K 原子的自旋通过快速自旋交换紧密耦合. 同时, 它们具有相似的行为, 因此它们的极化可以统一用电子极化率 P^e 近似表示^[24]. 核自旋极化用 P^n 表示. 那么, K-Rb-²¹Ne 耦合磁强计的 Bloch 方程可以表示如下^[25]

$$\frac{\partial P^e}{\partial t} = \frac{\gamma^e}{Q} (B + L + \eta M_n P^n) \times P^e - \Omega \times P^e + \frac{R_p s_p + R_m s_m + R_{se}^{en} P^n}{Q} - \frac{R_{tot}^e}{Q} P^e \quad (1)$$

$$\frac{\partial P^n}{\partial t} = \gamma^n (B + \eta M_e P^e) \times P^n - \Omega \times P^n + R_{se}^{ne} P^e - \{R_{tot}^n, R_{tot}^n, R_1^n\} P^n \quad (2)$$

其中, 这里 γ^e 和 γ^n 是电子和核自旋的旋磁比, Q 是电子的减慢因子, 与电子的纵向极化率相关^[26], B 是环境磁场, L 是碱金属原子所感受到的光频移, $\eta M_e P^e$ 是电子极化产生的磁场, $\eta M_n P^n$ 是核自旋极化产生的磁场, 其中 M_e 和 M_n 分别是自旋极化的电子和核自旋的磁化强度, η 是包含费米接触增强因子的几何因子, Ω 是输入的角速率矢量. 电子自旋的总弛豫率为 $R_{tot}^e = R_p + R_m + R_{se}^{en} + R_{sd}^e$, 其 R_p 是抽运光对 Rb 原子的等效抽运率^[27], 可近似为 K 原子抽运率 R_p^K 与 K、Rb 密度比 D_r 的乘积, 而抽运光对 K 原子的抽运率表达式如公式 (3) 所示. R_{se}^{en} 是碱金属电子与惰性气体原子核之间的自旋交换弛豫率, R_{sd}^e 是电子自旋破坏弛豫率. R_m 是检测光对碱金属原子的抽运率, 通常检测光的频率距共振频率较远, 所以 R_m 较小可以忽略. s_m 代表检测光的光子自旋偏振的方向和大小, 检测光为沿 x 轴的线偏振光, 因此 $s_m = [0 \ 0 \ 0]^T$. s_p 代表抽运光的光子自旋偏振的方向和大小, 由于实际应用中, 抽运光与检测光并不能完全正交对准, 所以将抽运光的光子自旋偏振方向和大小近似为 $s_p = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ 1]^T$, φ_1 与 φ_2

分别为抽运光在 x 和 y 轴方向投影系数. R_{se}^{ne} 是核自旋与电子自旋碰撞产生的自旋交换弛豫率. R_1^n 和 R_{tot}^n 分别是核自旋的纵向总弛豫率和横向总弛豫率^[28].

$$R_p^K = \frac{I_p r_e c f_{D1}}{E h \nu_{D1}} \frac{\Gamma_{D1}/2}{(\nu_p - \nu_{D1})^2 + (\Gamma_{D1}/2)^2} \quad (3)$$

其中, I_p 为抽运光的光功率, r_e 为经典电子半径, c 为光速, f_{D1} 为 K 原子 D1 线跃迁振荡强度, E 为光斑面积, h 为普朗克常数, ν_{D1} 为 K 原子 D1 线中心频率, Γ_{D1} 为 K 原子 D1 线压力展宽, ν_p 为抽运光频率. 在实验中, 抽运激光使用饱和吸收锁频^[29], 其频率可认为不变化, 因此 K 原子抽运率可看作与抽运光功率成正比, 定义抽运率与抽运光功率之间的比例系数为 k_p , 所以等效抽运率 R_p 简化写为 $R_p = D_r R_p^K = k_p D_r I_p$.

为了获得最灵敏的惯性测量能力, 在 z 轴方向施加外部补偿磁场 $B_c = -(B_n + B_e)$ 来抵消核子和电子自旋极化产生的磁场. 这里 $B_n = \eta M_n P_{z0}^n$ 是核子极化产生的等效磁场^[30-31], $B_e = \eta M_e P_{z0}^e$ 是电子极化产生的等效磁场. P_{z0}^n 是核子沿 z 轴方向极化率的稳态值, P_{z0}^e 是电子沿 z 轴方向极化率的稳态值. 分析公式 (1) 和 (2), 可以发现 SERF 耦合磁强计动力学系统为非线性系统, 为了分析抽运光功率对系统的零偏稳定性影响, 当系统在没有磁场与角速度输入时, 将系统在初始值 $[P_{x0}^e, P_{y0}^e, P_{z0}^e, P_{x0}^n, P_{y0}^n, P_{z0}^n]^T$ 处进行泰勒展开, 此时系统可以简化为线性时不变系统.

将 P^e 和 P^n 作为系统状态, 抽运光功率作为系统输入, 则系统状态向量 $X = [P_x^e, P_y^e, P_z^e, P_x^n, P_y^n, P_z^n]^T$, 系统输入向量为 $U = [I_p]$, 认为光频移 L 被补偿线圈所产生的磁场补偿掉, 系统处于补偿点, 则线性化系统的状态方程可以写为

$$\dot{X} = AX + WU \quad (4)$$

$$Y = CX \quad (5)$$

其中, 系统矩阵 A 的表达式为式 (6), 系统矩阵 $W = [\varphi_1 k_p D_r, \varphi_2 k_p D_r, k_p D_r, 0, 0, 0]^T$; 检测光方向为 x 轴方向, 系统输出矩阵 $C = [1, 0, 0, 0, 0, 0]$.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_{tot}^e}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_e P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{R_{se}^{en}}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} \\ \frac{\gamma^e \eta M_e P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{R_{tot}^e}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^e \eta M_n P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^e \eta M_n P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{R_{se}^{en}}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} \\ \frac{\gamma^e \eta M_n P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{R_{tot}^e}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^e \eta M_n P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{R_{se}^{en}}{Q(P_{z0}^e)} \\ -\frac{R_{se}^{ne}}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^n \eta M_e P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^n \eta M_e P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{R_{tot}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^n \eta M_n P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^n \eta M_e P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} \\ \frac{\gamma^n \eta M_e P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{R_{se}^{ne}}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^n \eta M_e P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^n \eta M_n P_{z0}^e}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{R_{tot}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^n \eta M_e P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} \\ \frac{\gamma^n \eta M_e P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^n \eta M_e P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{R_{se}^{ne}}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{\gamma^n \eta M_e P_{y0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & \frac{\gamma^n \eta M_e P_{x0}^n}{Q(P_{z0}^e)} & -\frac{R_{tot}^n}{Q(P_{z0}^e)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, $Q(P_{z0}^e)$ 为电子沿 z 轴极化率达到稳态 P_{z0}^e 时的减慢因子. 横向极化率 $[P_{x0}^e, P_{y0}^e, P_{x0}^n, P_{y0}^n]^T$ 初始值近似为零, 可以得到矩阵 A 的特征值 λ 为

$$\lambda_{1,2} = \psi_1 \pm i\omega_1 = \left(\alpha + \frac{\sqrt{\sqrt{a^2 + b^2} + a}}{2\sqrt{2}} \right) + i \left(\beta - \frac{\sqrt{\sqrt{a^2 + b^2} - a}}{2\sqrt{2}} \right) \quad (7)$$

$$\lambda_{3,4} = \psi_2 \pm i\omega_2 = \left(\alpha - \frac{\sqrt{\sqrt{a^2 + b^2} + a}}{2\sqrt{2}} \right) + i \left(\beta + \frac{\sqrt{\sqrt{a^2 + b^2} - a}}{2\sqrt{2}} \right) \quad (8)$$

$$\lambda_5 = -\frac{R_{\text{tot}}^e}{Q(P_{z0}^e)} \quad (9)$$

$$\lambda_6 = -R_1^n \quad (10)$$

其中, ψ_1 、 ψ_2 与 ω_1 、 ω_2 分别代表特征值的实部与虚部. 为简化写法, 在此使用 α 、 β 、 a 与 b 作为特征值中主要参数, 保留其中占主导的项, 可以分别表示为

$$\alpha = -\frac{R_{\text{tot}}^e}{2Q(P_{z0}^e)} \quad (11)$$

$$\beta = \frac{\gamma^e \eta M_e P_{z0}^e + \gamma^n \eta M_n P_{z0}^n Q(P_{z0}^e)}{2Q(P_{z0}^e)} \quad (12)$$

$$a = \left(\frac{R_{\text{tot}}^e}{2Q(P_{z0}^e)} \right)^2 \quad (13)$$

$$b = \frac{2R_{\text{tot}}^e (-\gamma^e \eta M_e P_{z0}^e + \gamma^n \eta M_n P_{z0}^n Q(P_{z0}^e))}{Q(P_{z0}^e)^2} \quad (14)$$

由此可以得到 SERF 耦合磁强计在长期稳定测试时, 抽运光功率 I_p 与 x 轴向极化率 P_x^e 之间的传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{kN(s)}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4)(s - \lambda_5)(s - \lambda_6)} \quad (15)$$

其中, s 为传递函数的复变量, k 为传递函数的增益. 如果抽运光在 x 和 y 轴方向投影系数近似, 则传递函数的分子可以写为

$$N(s) = \left(s^3 + \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \frac{\gamma^e B_e}{Q} s^2 + \frac{\gamma^e \gamma^n B_e B_n}{Q} s + \frac{\gamma^{n2} B_n^2 R_{\text{tot}}^e}{Q} \right) \times \frac{1}{(s - z_1)(s - z_2)} \quad (16)$$

$$z_1 \approx -R_1^n \quad (17)$$

$$z_2 \approx -\frac{R_{\text{tot}}^e}{Q(P_{z0}^e)} \quad (18)$$

为简化写法, 使用 n_1 、 n_2 、 n_3 分别作为 $N(s)$ 中二阶、一阶与零阶的系数. 通过零极点对消, 抽运光功率传递函数可以简化为

$$G(s) = \frac{k(s^3 + n_1 s^2 + n_2 s + n_3)}{((s - \psi_1)^2 + \omega_1^2)((s - \psi_2)^2 + \omega_2^2)} \quad (19)$$

SERF 耦合磁强计在进行惯性测量时, 系统输出的角速度信号功率谱是通过静态测试数据的功率谱密度除以标度因数得到的, 此时系统输出信号的关联随机过程可以看作平稳随机过程. 当抽运光功率波动时, 可以将抽运光功率作为输入, 通过系统的频率响应模型能够得到由抽运光变化所导致的系统输出角速度信号变化, 进一步得到系统的零偏稳定性变化. 根据随机过程分析理论, 由抽运光功率叠加到线性系统输出信号的功率谱密度可以表示为

$$S_{\Omega}(\omega) = S_p(\omega)|H(\omega)|^2 \quad (20)$$

其中, ω 为功率谱密度所对应的频率, $S_p(\omega)$ 为抽运光功率误差随机过程的功率谱密度, $S_{\Omega}(\omega)$ 为输出角速度信号功率谱, $|H(\omega)|^2$ 称为线性系统的功率传递函数, 由抽运光功率传递函数可以得到系统的功率传递函数, 其中 j 为虚数单位.

$$|H(\omega)|^2 = |G(j\omega)|^2 = \frac{k^2 \left((n_1 \omega^2 - n_3)^2 + \omega^2 (\omega^2 - n_2)^2 \right)}{\sum_{i=1}^2 \left(\omega^4 + (\psi_i^2 + \omega_i^2)^2 + 2\omega^2 (\psi_i^2 - \omega_i^2) \right)} \quad (21)$$

2 实验验证

本文实验所用的 SERF 耦合磁强计实验装置如图 1 所示, 其中 BSL(Beam shaping lens) 为光束整形棱镜, HWP(Half wave plate) 为半波片, GL(Glan lens) 为格兰棱镜, QWP(Quarter wave plate) 为 1/4 波片, M(Reflection mirror) 为反射镜, TA(Tapered amplifier) 为锥形放大器, LP(Linear polarizer) 为偏振片, LCVR(Liquid crystal variable retarder) 为液晶相位延迟器, ECU(Electronic control unit) 为电控单元, PBS(Polarizing beam splitter) 为偏振分光棱镜, PD(Photodiode) 为光电探测器. 该耦合磁强计的敏感单元为一个直径为 10 mm 的球形气室, 气室中包含 1.45×10^5 Pa 的 ^{21}Ne 、 6.7×10^3 Pa 的 N_2 和自然丰度 Rb 与 K 的混合物.

碱金属气室位于由氮化硼所制烤箱之中, 使用交流加热线圈对烤箱进行加热, 通常将碱金属

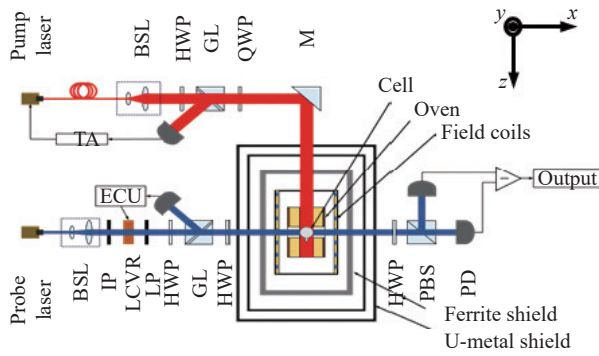


图1 SERF 耦合磁强计结构图

Fig.1 Schematic of the SERF comagnetometer

气室维持在 $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以满足实现 SERF 态的高温条件。实现 SERF 态的另一条件——零磁环境，是通过被动磁屏蔽系统与主动磁补偿系统提供的。被动磁屏蔽系统由 2 层 2 mm 厚度的坡莫合金筒和 1 层 6 mm 厚的铁氧体屏蔽筒组成。通过光纤注入圆偏振抽运光，使 K 原子沿 z 轴极化。Rb 原子通过与 K 原子之间的快速自旋交换碰撞而实现极化，极化后的 Rb 原子与 ^{21}Ne 原子通过自旋交换碰撞实现对 ^{21}Ne 的超极化。在混合光抽运方案中，K 原子的密度通常远小于 Rb 原子的密度，因此可以忽略 K 原子对 ^{21}Ne 原子的超极化。使用线偏振检测激光的偏振旋转来检测 Rb 原子极化率沿 x 轴的自旋进动。检测激光输出信号是由两个光电二极管之间的差异得到的。为了对实验进行简单而全面的描述， P_x^e 与共磁强计输出电压之间的转换系数在这里直接定义为 K_{probe} 。

首先将碱金属气室加热至 $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，此时 K 与 Rb 的密度比约为 $1:110$ ，开启抽运光对原子系综进行极化，抽运光功率为 35 mW 。在光抽运过程中，在 z 轴施加一个较大的磁场来加速 ^{21}Ne 的极化。在极化达到平衡状态后，将 z 轴的磁场大小设置为补偿磁场 B_c ，使得 SERF 耦合磁强计能够实现对惯性的测量。

为了验证上面抽运光功率 I_p 与 x 轴向极化率 P_x^e 之间的传递函数模型，在抽运光功率 35 mW 基础上，叠加不同峰值的正弦波进行实验，并记录了 SERF 耦合磁强计输出的幅频响应。实验结果如图 2 所示，其中横坐标为输入的抽运光功率的频率，纵坐标为系统输出的响应幅值。实验结果表明，系统对不同峰值的抽运光功率幅度随频率变化响应基本上符合公式 (19) 的特性。在输入抽运光功率峰值为 0.5 mW 时，在中间频段 ($1\sim 100\text{ Hz}$) 处，系统响应幅值较小，且由于实际系统输出存在噪声带，

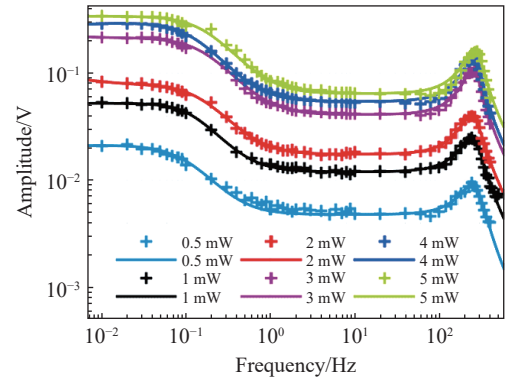


图2 不同峰值抽运光功率下系统响应幅值与频率曲线

Fig.2 Amplitude-frequency curve of system response across different pump powers

导致该频段实测数据信噪比低，测量误差较大；当输入抽运光功率峰值大于 3 mW 时，由于较大的光功率变化会明显影响系统的极化，导致系统的弛豫，具体表现为系统输出幅值与光功率峰值并不符合严格线性关系，且拟合效果相对较差；当输入抽运光功率峰值小于 3 mW 时，系统输出幅值与光功率峰值呈现线性关系，响应幅值与频率呈现公式 (19) 的关系。实验结果表明针对本实验所使用的 SERF 耦合磁强计参数，当抽运光波动幅值不超过 3 mW 时，抽运光功率频率响应符合本文所建立的模型。

为获得最好的信噪比，使用峰值为 2 mW 的正弦波对系统的幅频响应与相频响应模型进行进一步分析与实验。其中幅频响应测试结果如图 3 所示，对抽运光功率的幅频响应实测值使用圆圈表示，实线为根据公式 (19) 的拟合曲线。相频响应如图 4 所示。对抽运光功率的相位响应实测值使用圆圈表示，实线为拟合模型所预测的相位响应。

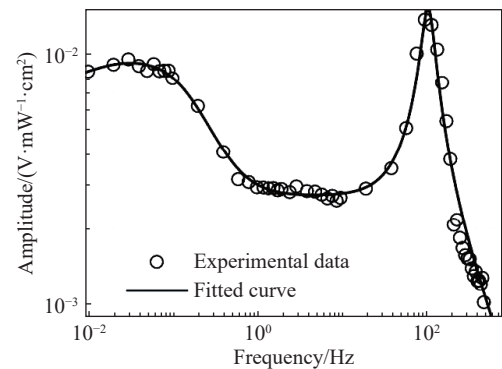


图3 抽运光功率幅频响应曲线

Fig.3 Amplitude-frequency response of the optical pumping system's power

在表 1 中列出了幅频响应中各个变量的拟合值与拟合结果，其中 SSE 为误差平方和， R^2 为确定

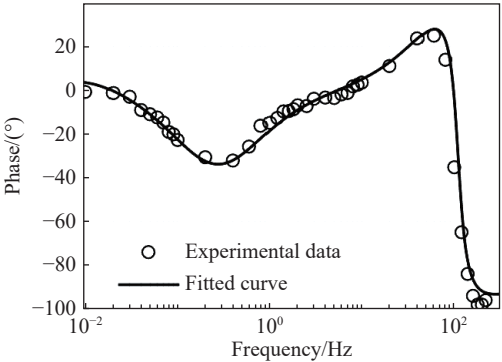


图 4 抽运光功率相频响应曲线

Fig.4 Phase-frequency response of the optical pumping system's power

表 1 传递函数中各变量拟合值与拟合结果

Table 1 Fitted variable values in $G(s)$ and the goodness of fit

Variables	Value	Variables	Value	Goodness-of-fit metrics	Value
ψ_1	0.1276	k	0.0077	SSE	7.7×10^{-6}
ω_1	0.1132	n_1	52.355	R^2	0.99
ψ_2	21.98	n_2	27.733	Adjusted- R^2	0.99
ω_2	108.9	n_3	3.69	RMSE	4.1×10^{-4}

于 ω_1 时, SERF 耦合磁强计输出与抽运光功率的变化成正比, 因此抽运光功率的缓慢漂移将直接影响 SERF 耦合磁强计的长期稳定性. 在 ω_2 存在一个对应碱金属电子拉莫尔进动的共振峰, 当 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 时, 响应幅值有所下降, 是由于惰性气体原子核的极化响应较慢, 可以抑制一定量光功率波动造成的影响, 但是由于磁光的非正交, 这个抑制效果十分有限. 当 $\omega > \omega_2$, 即光功率变化频率大于电子的拉莫尔频率时, 响应幅值迅速下降, 电子无法响应光功率的变化. 综上所述, 在 SERF 耦合磁强计工作带宽内, $\omega < \omega_1$ 时, 光功率波动所产生的误差不可忽视, 且系统本身对此误差无法抑制, 后续需要针对光功率误差进行单独抑制.

由图 4 所示, 本文所提出的传递函数拟合曲线在低频段相位响应拟合较好, 但在 $\omega > 20\text{Hz}$ 后的拟合度较差, 那是因为在实际系统中, 磁光非正交的存在会导致电子与核子的横向分量稳态值非零, 进而导致系统传递函数的零点 z_1 、 z_2 与系统传递函数的极点 λ_5 、 λ_6 并非完全一致, 零极点的差距导致了中高频段相位的拟合较差. 但在耦合磁强计工作带宽内, 实测的幅频响应与相频响应与模型 (19) 拟合一致, 验证的模型的可行性.

3 结论

本文基于状态空间的方法分析了 K-Rb- ^{21}Ne

系数, Adjusted- R^2 为校正决定系数, RMSE 为均方根误差. 根据拟合值与幅频响应曲线, 抽运光功率 I_p 与 x 轴向极化率 P_x^e 之间的传递函数可以写为

$$G(s) = \frac{0.0077(s^3 + 52.36s^2 + 27.73s + 3.690)}{((s - 0.1276)^2 + 0.1132^2)((s - 21.98)^2 + 108.9^2)} = \frac{k(s - z_3)((s - \psi_3)^2 + \omega_3^2)}{((s - \psi_1)^2 + \omega_1^2)((s - \psi_2)^2 + \omega_2^2)} \quad (22)$$

其中, $z_3 = 51.84$, $\psi_3 = 0.2574$, $\omega_3 = 0.0703$. 传递函数的分子部分可以看作一阶微分环节与二阶微分环节的乘积. 由图 3 所示, 当抽运光功率变化频率低

耦合磁强计的抽运光功率频率响应模型, 该响应模型从 Bloch 方程进行推导与建立, 适用于基于无自选交换弛豫效应的原子耦合磁强计. 本文工作中的传递函数模型表明, SERF 耦合磁强计的磁光非正交将在光功率传递函数中引入微分环节, 导致低频抽运光功率波动对系统输出的影响. 实验数据分析和理论研究的结果是一致的, 结合随机过程分析方法, 可以通过传递函数, 从抽运光功率误差的随机过程分析得到耦合磁强计惯性测量输出的零偏信号随机过程. 本文模型为分析抽运光功率波动引起的角速度测量误差提供一种准确有效的方法, 为后续进行抽运光功率抑制提供了理论支持. 但是, 对于 SERF 耦合磁强计的测量精度与零偏稳定性进一步提升与实现工程应用, 还有很多工作要做. 未来工作将针对抽运光功率误差抑制方案进行探索与深入研究, 对抽运光功率进行闭环控制以得到更好的光功率稳定性.

参 考 文 献

[1] Kominis I K, Kornack T W, Allred J C, et al. A subfemtotesla multichannel atomic magnetometer. *Nature*, 2003, 422(6932): 596

[2] Kornack T W, Ghosh R K, Romalis M V. Nuclear spin gyroscope based on an atomic comagnetometer. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(23): 230801

[3] Fang J C, Qin J. Advances in atomic gyroscopes: A view from inertial navigation applications. *Sensors*, 2012, 12(5): 6331

- [4] Allmendinger F, Heil W, Karpuk S, et al. New limit on Lorentz-invariance- and CPT-violating neutron spin interactions using a free-spin-precession ^3He - ^{129}Xe comagnetometer. *Phys Rev Lett*, 2014, 112(11): 110801
- [5] Smiciklas M, Brown J M, Cheuk L W, et al. New test of local Lorentz invariance using a ^{21}Ne -Rb-K comagnetometer. *Phys Rev Lett*, 2011, 107(17): 171604
- [6] Brown J M, Smullin S J, Kornack T W, et al. New limit on Lorentz- and CPT-violating neutron spin interactions. *Phys Rev Lett*, 2010, 105(15): 151604
- [7] Allred J C, Lyman R N, Kornack T W, et al. High-sensitivity atomic magnetometer unaffected by spin-exchange relaxation. *Phys Rev Lett*, 2002, 89(13): 130801
- [8] Fang K J, Acosta V M, Santori C, et al. High-sensitivity magnetometry based on quantum beats in diamond nitrogen-vacancy centers. *Phys Rev Lett*, 2013, 110(13): 130802
- [9] Zhang C, Yuan H, Tang Z, et al. Inertial rotation measurement with atomic spins: From angular momentum conservation to quantum phase theory. *Appl Phys Rev*, 2016, 3(4): 041305
- [10] Chen L L, Ren Y. Rapid ^{129}Xe -Rb spin-exchange rate measurement by using an atomic magnetometer. *Appl Opt*, 2020, 59(13): 3967
- [11] Babcock E, Nelson I, Kadlecsek S, et al. Hybrid spin-exchange optical pumping of ^3He . *Phys Rev Lett*, 2003, 91(12): 123003
- [12] Jiang L W, Quan W, Li R J, et al. Suppression of the cross-talk effect in a dual-axis K-Rb- ^{21}Ne comagnetometer. *Phys Rev A*, 2017, 95(6): 062103
- [13] Huang J, Wang Z, Fan W F, et al. Analysis and suppression of the polarization error for the optical rotation detection system in an atomic comagnetometer. *Opt Express*, 2020, 28(24): 35748
- [14] Jiang L W, Quan W, Liang Y X, et al. Effects of pump laser power density on the hybrid optically pumped comagnetometer for rotation sensing. *Opt Express*, 2019, 27(20): 27420
- [15] Huang J, Fan W F, Wang Z, et al. Analysis and suppression of the misalignment error for the pumping laser in the atomic comagnetometer. *Opt Express*, 2022, 30(4): 6374
- [16] Kornack T W, Romalis M V. Dynamics of two overlapping spin ensembles interacting by spin exchange. *Phys Rev Lett*, 2002, 89(25): 253002
- [17] Savukov I M, Romalis M V. Effects of spin-exchange collisions in a high-density alkali-metal vapor in low magnetic fields. *Phys Rev A*, 2005, 71(2): 023405
- [18] Vasilakis G, Brown J M, Kornack T W, et al. Limits on new long range nuclear spin-dependent forces set with a K- ^3He comagnetometer. *Phys Rev Lett*, 2009, 103(26): 261801
- [19] Qin J. *Experimental Development of SERF Atomic Spin Gyroscope based on ^{129}Xe -Cs* [Dissertation]. Beijing: Beihang University, 2012
- [20] Wan S A. *Study on Experiment of Error Analysis and Suppression Methods for SERF Atomic Spin Gyroscope* [Dissertation]. Beijing: Beihang University, 2014
- [21] Huang J. *Experimental Study on the Analysis and Suppression of the Optical Pumping Error in the SERF Inertial Measurement* [Dissertation]. Beijing: Beihang University, 2022
- [22] Fan W F, Quan W, Liu F, et al. Suppression of the bias error induced by magnetic noise in a spin-exchange relaxation-free gyroscope. *IEEE Sens J*, 2019, 19(21): 9712
- [23] Liu Y, Fan W F, Fu Y, et al. Suppression of low-frequency magnetic drift based on magnetic field sensitivity in K-Rb- ^{21}Ne atomic spin comagnetometer. *IEEE Trans Instrum Meas*, 2022, 71: 1501708
- [24] Fang J C, Chen Y, Lu Y, et al. Dynamics of Rb and ^{21}Ne spin ensembles interacting by spin exchange with a high Rb magnetic field. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2016, 49(13): 135002
- [25] Klinger E, Liu T H, Padniuk M, et al. Optimization of nuclear polarization in an alkali-noble gas comagnetometer. *Phys Rev Appl*, 2023, 19(4): 044092
- [26] Li R J, Quan W, Fan W F, et al. Influence of magnetic fields on the bias stability of atomic gyroscope operated in spin-exchange relaxation-free regime. *Sens Actuat A Phys*, 2017, 266: 130
- [27] Wei K, Zhao T, Fang X J, et al. Simultaneous determination of the spin polarizations of noble-gas and alkali-metal atoms based on the dynamics of the spin ensembles. *Phys Rev Appl*, 2020, 13(4): 044027
- [28] Jiang M, Hong T Z, Hu D D, et al. Long-baseline quantum sensor network as dark matter haloscope. *Nat Commun*, 2024, 15(1): 3331
- [29] Pei H Y, Quan W, Yuan L L, et al. Real-time *in situ* quantum feedback control of electron spin in atomic spin gyroscopes. *IEEE Trans Instrum Meas*, 2023, 73: 1500109
- [30] Li R, Fan W, Jiang L, et al. Rotation sensing using a K-Rb- ^{21}Ne comagnetometer. *Phys Rev A*, 2016, 94(3): 032109
- [31] Yuan L L, Gao H, Fan W F, et al. Uniform optically pumped spin-exchange relaxation-free comagnetometer based on optical compensation. *Sens Actuat A Phys*, 2024, 372: 115369