



## 具有定量超调约束的四旋翼无人机预设性能控制

张天琦 李新凯 孟月 马萍 张宏立

### Pre-performance control for quadrotor UAV with quantitative overshoot constraints

ZHANG Tianqi, LI Xinkai, MENG Yue, MA Ping, ZHANG Hongli

引用本文:

张天琦, 李新凯, 孟月, 马萍, 张宏立. 具有定量超调约束的四旋翼无人机预设性能控制[J]. 北科大: 工程科学学报, 2025, 47(10): 2059–2069. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2024.12.30.003

ZHANG Tianqi, LI Xinkai, MENG Yue, MA Ping, ZHANG Hongli. Pre-performance control for quadrotor UAV with quantitative overshoot constraints[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2025, 47(10): 2059–2069. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2024.12.30.003

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2024.12.30.003>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [神经网络在无人驾驶车辆运动控制中的应用综述](#)

Overview of the application of neural networks in the motion control of unmanned vehicles

工程科学学报. 2022, 44(2): 235 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2021.04.23.001>

#### [基于事件触发队形优化的多四旋翼无人机协同吊挂运输系统控制](#)

Event-triggered formation optimization-based cooperative control for a multiple quadrotor suspension transport system

工程科学学报. 2024, 46(9): 1535 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2023.08.04.001>

#### [带有非均质刚柔耦合翼的无人机边界控制](#)

Boundary control for an unmanned aerial vehicle with a nonhomogeneous rigidflexible coupling wing

工程科学学报. 2024, 46(9): 1574 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2023.09.30.001>

#### [基于卷积神经网络的反无人机系统声音识别方法](#)

Sound recognition method of an anti-UAV system based on a convolutional neural network

工程科学学报. 2020, 42(11): 1516 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2020.06.30.008>

#### [无人机集群对地攻击时空协同控制策略](#)

Spatiotemporal coordinated air-to-ground attack strategy of an unmanned aerial vehicle swarm

工程科学学报. 2024, 46(9): 1565 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2023.09.13.005>

#### [面向空中多智能体系统的中继无人机运动控制方法](#)

Relay UAV motion control method for airborne multi-agent systems

工程科学学报. 2025, 47(8): 1709 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2024.09.01.001>

# 具有定量超调约束的四旋翼无人机预设性能控制

张天琦<sup>1)</sup>, 李新凯<sup>1)✉</sup>, 孟月<sup>2)</sup>, 马萍<sup>2)</sup>, 张宏立<sup>2)</sup>

1) 新疆大学电气工程学院, 乌鲁木齐 830017 2) 新疆大学智能科学与技术学院(未来技术学院), 乌鲁木齐 830017

✉通信作者, E-mail: [lxk@xju.edu.cn](mailto:lxk@xju.edu.cn)

**摘要** 针对具有时变扰动的四旋翼无人机的超调定量约束问题, 提出了一种基于新型时变障碍 Lyapunov 函数的预设性能神经网络自适应控制方法。首先, 对四旋翼无人机的超调约束问题进行分析, 针对超调约束问题, 提出一种新型时变障碍 Lyapunov 函数, 所提出的新型时变障碍 Lyapunov 函数能够对系统施加连续的非对称约束, 从而更精细的约束系统的行为, 丰富了预设性能边界的设置形式。其次, 设计新型的管状预设性能边界函数, 进而对系统输出的超调量施加定量约束, 并且满足稳态性能要求。在此基础上, 通过反演法设计反馈控制律和神经网络自适应律, 保证系统的性能约束。最后, 基于 Lyapunov 函数稳定性理论证明所有闭环信号的一致最终有界性, 并通过数值仿真进行实验对比, 对所提出方法的有效性进行验证。仿真结果表明, 所提出的控制律能够实现对于四旋翼无人机超调的定量约束。

**关键词** 自适应控制; 神经网络; 障碍 Lyapunov; 超调约束; 四旋翼无人机

**分类号** TP273

## Pre-performance control for quadrotor UAV with quantitative overshoot constraints

ZHANG Tianqi<sup>1)</sup>, LI Xinkai<sup>1)✉</sup>, MENG Yue<sup>2)</sup>, MA Ping<sup>2)</sup>, ZHANG Hongli<sup>2)</sup>

1) School of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830017, China

2) School of Intelligence Science and Technology (School of Future Technology), Xinjiang University, Urumqi 830017, China

✉Corresponding author, E-mail: [lxk@xju.edu.cn](mailto:lxk@xju.edu.cn)

**ABSTRACT** To address the problem of quantitatively constraining overshoot in quadrotor unmanned aerial vehicles (UAVs) under time-varying disturbances, we propose a neural network adaptive control method with prescribed performance based on a novel time-varying barrier Lyapunov function(BLF). First, the overshoot constraint problem is analyzed, and a new asymmetric time-varying BLF is designed to impose continuous constraints and enhance the flexibility of the performance boundary. Second, a tubular prescribed performance function is constructed to enforce quantitative overshoot limits and meet steady-state performance requirements. Using the backstepping method, a feedback control law and a neural network adaptive law are developed to ensure that system performance constraints are satisfied. Stability analysis proves that all closed-loop signals are uniformly ultimately bounded. Simulation results confirm that the proposed controller effectively constrains overshoot and ensures robust, high-accuracy tracking. The proposed method is particularly applicable in realistic scenarios, such as navigating narrow passages or carrying suspended load, where overshoot constraints are critical. In the realm of contemporary control methodologies, while extensive research has been dedicated to regulating system overshoot, the prevailing approach for adjusting transient performance predominantly relies on parameter tuning. Such parameter-based strategies, albeit widely adopted, often lack a systematic mechanism to enforce rigorous bounds on overshoot magnitudes. Notably, a significant gap persists in the literature regarding the realization of quantitative constraints on overshoot, which is critical for ensuring predictable system behavior in high-precision engineering applications. In recent years, several scholars have proposed a dynamic tube-

收稿日期: 2024-12-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62263030); 新疆维吾尔自治区自然科学基金资助项目(2023D01C187); 新疆维吾尔自治区“天山英才”培养计划

based Model Predictive Control (MPC) framework. Within this framework, system states are confined to a predefined tube; meanwhile, the geometric structure of the tube is designed, and a sliding mode controller is employed to impose constraints on system variables. Nevertheless, the framework fails to address the constraint of overshoot, and the dynamic tube it constructs lacks inherent binding force. Therefore, in this paper, drawing on the barrier Lyapunov function theory, this study establishes a set of tubes with binding force. By predefining overshoot constraints via geometric configurations, quantitative constraints on the system overshoot are ultimately achieved. The radial basis function neural network is employed to estimate multi-source time-varying disturbances, and its adaptive law ensures effective disturbance rejection. Comparison experiments show that the control strategy restricts system errors within a predefined tubular region and outperforms conventional methods in overshoot reduction. Furthermore, the method allows for the design of both transient and steady-state performance in advance, thereby eliminating the need for repeated parameter tuning.

**KEY WORDS** self-adaptation control; neural network; barrier Lyapunov function; overshoot constraint; quadrotor unmanned aerial vehicles

四旋翼无人机(Quadrotor unmanned aerial vehicles, QUAVs)凭借其结构简单、易于操控、垂直起降等优势,在监视监测、物资运输、地图测绘等领域有着广泛的应用前景,是学术界和工业界重点关注和研究的对象之一。四旋翼无人机由于自身具有的欠驱动、强耦合、非线性等特性以及飞行过程中存在的外界干扰等因素的叠加影响,对其飞行控制系统设计方案提出了更高、更复杂、更加具有挑战性的要求。

近些年来,为了提升四旋翼无人机系统的性能,国内外学者提出了一系列控制策略。比如滑模控制<sup>[1-2]</sup>、反步控制<sup>[3-4]</sup>、自抗扰控制<sup>[5-6]</sup>。这些控制方法可使系统具有良好的稳态性能,然而,由于没有误差约束机制来使输出误差保持在预定义的约束范围之内,这些控制策略都只能通过调节控制器参数来获得更好的瞬态性能。为了在系统中引入约束机制,Tee 等首次定义了障碍 Lyapunov 函数,同时提出了对数型<sup>[7]</sup>和积分型<sup>[8]</sup>障碍 Lyapunov 函数,并且在此基础上,引入了开关函数,构造了一类非对称障碍 Lyapunov 函数<sup>[9]</sup>。Xu 等<sup>[10]</sup>同时考虑了约束与非约束两种情况,提出了时变正切型 Lyapunov 函数。文献[11]针对无人机在非对称时变全状态约束下的控制问题,应用了一种新型的积分障碍 Lyapunov 函数,拓宽了传统障碍 Lyapunov 函数的适用范围。文献[12]针对无人机异构编队的高精度控制问题,在时变 Lyapunov 函数中引入对误差的性能约束,保证了误差收敛的速度和精度。文献[13]提出一种基于非对称时变积分障碍 Lyapunov 函数,以确保系统始终满足动态变化的全状态约束。然而,这些工作对系统的超调量等瞬态性能指标的约束,并不够精确和灵活,且由于开关函数的引入,约束不具有连续性。

考虑到现实条件和安全因素,如无人机在通

过狭窄通道时,以及无人机吊挂运载货物时,往往需要对系统的超调施加一定的约束。文献[14]通过误差转移变换引入移位函数,将原始跟踪误差转换为初始为零的新误差变量,从而抑制了系统的超调。文献[15]基于能量法设计了一种自适应控制器,并且通过更新参数实现对无人机位置的精确控制和飞行过程中的超调抑制。然而上述两种方法都只能通过调整控制器参数来抑制超调,并无法预先设置对超调的约束。文献[16]提出了一种动态管道 MPC 的框架,通过将系统状态约束在一个预先定义的管道内,设计管道几何结构并利用滑模控制器对系统变量进行约束,但是文献[16]中并未讨论对超调量的约束问题,且其构建的动态管道自身没有约束力。为了弥补上述文献中对超调量约束过程中存在的不足,本文基于障碍 Lyapunov 函数理论,设置了一组具有约束力的管道,并通过几何结构对超调设置预先定义的约束,从而达到对系统超调的定量约束。

基于以上分析,本文研究四旋翼无人机在多源时变外部扰动下的超调定量约束问题。主要贡献包括:

(1) 提出一种新型非对称时变障碍 Lyapunov 函数,保证了对系统所施加约束的灵活性和连续性。

(2) 设置一种管状预设性能边界,实现对系统超调的定量约束,使系统获得更好的稳态和瞬态性能。

## 1 问题描述及预备知识

### 1.1 四旋翼无人机数学模型

四旋翼无人机(QUAVs)由四个带有直流无刷电机的机臂组成,四个机臂呈对称结构布置,考虑到螺旋桨的陀螺效应,每相邻的两个电机转向相反。为了建立四旋翼无人机(QUAVs)系统的动力

学模型, 在忽略一些气动效应的基础上, 作出以下合理假设.

**假设 1** 机体是一个刚体, 重心和几何中心完全重合, 机体完全对称, 机体模型参数均为正常数. 为便于描述 QUAVs 的数学模型, 建立惯性坐标系 ( $O_e X_e Y_e Z_e$ ) 和机体坐标系 ( $O_b X_b Y_b Z_b$ ), QUAVs 的动力学模型如下所示<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} \ddot{x} = u_1 (\cos \phi \sin \theta \cos \varphi + \sin \phi \sin \psi) - \frac{k_1 \dot{x}}{m} + d_x(t) \\ \ddot{y} = u_1 (\sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \psi) - \frac{k_2 \dot{y}}{m} + d_y(t) \\ \ddot{z} = u_1 \cos \phi \cos \psi - g - \frac{k_3 \dot{z}}{m} + d_z(t) \\ \ddot{\phi} = u_2 - \frac{l k_4 \dot{\phi}}{I_1} + d_\phi(t) \\ \ddot{\theta} = u_3 - \frac{l k_5 \dot{\theta}}{I_2} + d_\theta(t) \\ \ddot{\psi} = u_4 - \frac{l k_6 \dot{\psi}}{I_3} + d_\psi(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $[x, y, z]$  表示机体的位置状态,  $[\phi, \theta, \psi]$  表示姿态状态,  $m$  表示机体的质量,  $l$  表示螺旋桨中心到重心的距离,  $g$  表示重力加速度,  $k_j (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$  表示空气阻力系数,  $I_1, I_2, I_3$  分别表示机体绕  $X, Y, Z$  轴的转动惯量,  $d_p (p = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$  为每个通道受到的外部扰动, 每个旋翼产生的推力用  $F_i$  表示,  $u_i$  为虚拟的控制输入,  $i = 1, 2, 3, 4$ ,  $u_i$  的定义如下:

$$\begin{cases} u_1 = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4)/m \\ u_2 = l(F_1 + F_2 + F_3 + F_4)/I_1 \\ u_3 = l(-F_1 + F_2 + F_3 - F_4)/I_2 \\ u_4 = C(F_1 - F_2 + F_3 - F_4)/I_3 \end{cases} \quad (2)$$

其中: QUAVs 的期望位置和期望角度表示为  $x_d, y_d, z_d, \phi_d, \theta_d, \psi_d$ , 定义系统的误差变量为  $e_{1i} = i - i_d (i = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ . 定义系统状态变量为  $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T, [x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T = [\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \phi, \dot{\phi}]^T$ .

则无人机的位置子系统和姿态子系统可以分别简化为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u_{1x} - K_x x_2 + d_x(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = u_{1y} - K_y x_4 + d_y(t) \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = u_{1z} - g - K_z x_6 + d_z(t) \end{cases}, \quad \begin{cases} \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = u_2 - K_\phi x_8 + d_\phi(t) \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = u_3 - K_\theta x_{10} + d_\theta(t) \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = u_4 - K_\psi x_{12} + d_\psi(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $u_{1x} = u_1 (\cos \phi \sin \theta \cos \varphi + \sin \phi \sin \psi), u_{1y} = u_1 (\sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \psi), u_{1z} = u_1 \cos \phi \cos \psi, K_i (i = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$  是根据式(1)为了简化书写定义的记号,  $K_x =$

$$\frac{k_1}{m}, K_y = \frac{k_2}{m}, K_z = \frac{k_3}{m}, K_\phi = \frac{l k_4}{I_1}, K_\theta = \frac{l k_5}{I_2}, K_\psi = \frac{l k_6}{I_3}.$$

为便于后续内容进行控制器设计与相关证明, 给出以下假设和引理.

**假设 2** 在系统外部扰动  $d_p (p = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$  有界, 即  $|d_p| \leq D_{pm}$ ,  $D_{pm}$  为外部扰动的幅值, 是已知的正常数.

**假设 3** 系统期望轨迹  $p_d$  及其导数  $\dot{p}_d, p = x, y, z, \phi, \theta, \psi$  是有界的.

**引理 1**<sup>[18]</sup> 对于初始条件有界的系统, 若存在一个  $C^1$  连续且正定的 Lyapunov 函数  $V(x)$  满足  $\|\kappa_1\| \leq V(x) \leq \|\kappa_2\|$ , 如  $\dot{V}(x) \leq -\gamma V(x) + \rho$ , 其中  $\kappa_1, \kappa_2: R^n \rightarrow R$  是  $K_\infty$  类函数且  $\rho, \gamma$  为正常数, 则系统的解  $x(t)$  一致最终有界.

**引理 2**<sup>[19]</sup> 假设  $V(x)$  是关于系统  $\dot{x} = f(x, t)$  定义在包含原点的开区间  $D$  内的一个函数. 如果  $V(x)$  满足以下性质, 即: (1) 在区间  $D$  内连续可微且正定; (2) 当  $x$  接近区间  $D$  边界时,  $V(x) \rightarrow \infty$ ; (3) 对于  $\forall t \geq 0$  和  $x(0) \geq D$ , 存在一个正数  $b$ , 沿  $\dot{x} = f(x, t)$  的解可得  $V(x) \leq b$ , 则函数  $V(x)$  是一个障碍 Lyapunov 函数.

**定义 1**<sup>[19]</sup> 基于引理 2 如果定义域  $D$  随时间  $t$  变化, 且左右边界不对称, 则称  $V(x)$  为非对称时变障碍 Lyapunov 函数.

## 1.2 非对称时变障碍 Lyapunov 函数

传统的正切型时变障碍 Lyapunov 函数<sup>[18]</sup> 如式(4)所示:

$$V_{\tan} = \frac{F_1^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e^2}{2F_1^2}\right) \quad (4)$$

其中:  $\tan(\cdot)$  为正切函数,  $F_1$  为约束边界,  $F_1(0)$  为约束边界的初始值,  $F_{1\infty}$  为约束边界的稳态值,  $e$  为系统状态误差, 其示意图如图 1(a) 所示, 可以对系统施加对称约束, 但约束形式不够精确, 尤其对于系统的超调等瞬态性能缺少更为灵活的约束.

传统的非对称时变障碍 Lyapunov 函数<sup>[9]</sup> 如式(5)所示:

$$\begin{cases} V_{\ln} = \frac{q(z_1)}{2n} \ln \frac{F_{b1}^{2n}}{F_{b1}^{2n} - e^{2n}} + \frac{1 - q(z_1)}{2n} \ln \frac{F_{a1}^{2n}}{F_{a1}^{2n} - e^{2n}} \\ q(\cdot) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \cdot > 0 \\ 0, & \text{当 } \cdot \leq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $n$  为正整数,  $F_{b1} = \bar{k}_{c1} - y_d, F_{a1} = y_d - k_{c1}$ ,  $k_{c1}$  为约束下界,  $\bar{k}_{c1}$  为约束上界,  $y_d$  为期望轨迹,  $q(\cdot)$  为开关函数.

由于开关函数的引入, 传统的非对称时变障碍 Lyapunov 函数形式比较复杂, 施加于系统的约束并非连续的, 且推导过程比较复杂, 为了给系统

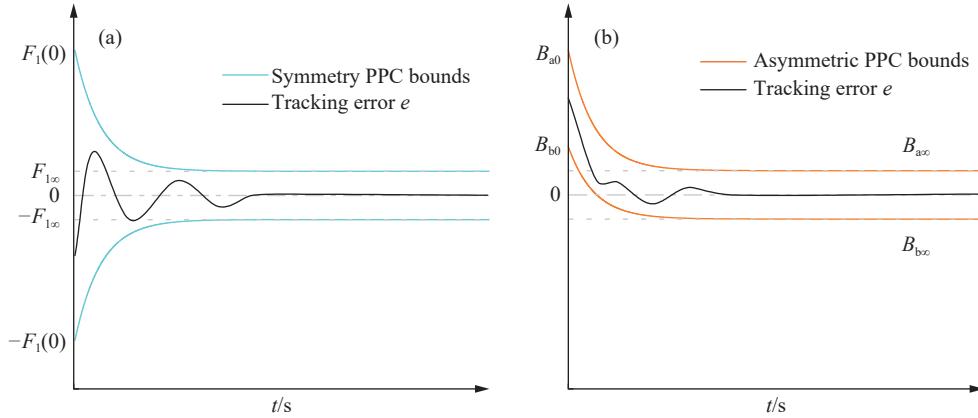


图 1 两种预设性能边界对比图. (a) 对称预设性能边界; (b) 管状预设性能边界

Fig.1 Comparison of two preset performance bounds: (a) symmetric prescribed performance bound; (b) tubular prescribed performance bound

施加连续的非对称时变约束, 并且简化推导过程, 基于引理 2 和定义 1, 本文提出了一种新型的非对称时变障碍 Lyapunov 函数, 表达形式为:

$$\begin{cases} V = \frac{1}{2} \ln^2 \left( \frac{\Theta}{1-\Theta} \right) \\ \Theta = \frac{e_{li} - B}{\Delta B} \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $\Theta$  为转换误差,  $e_{li}$  为系统跟踪误差,  $\Delta B = \bar{B} - B$ ,  $\bar{B}$  为约束上界,  $B$  为约束下界.

基于新型的障碍李雅普诺夫函数, 进一步设计对瞬态性能约束更加精确和灵活的型的管状预设性能边界  $\text{tub}(\bar{B}, B)$ , 其示意图如图 1(b) 所示.

$$\text{tub}(\bar{B}, B) = \begin{bmatrix} \frac{1 + \text{sigz}(e(0))}{2} & \frac{-1 + \text{sigz}(e(0))}{2} \\ \frac{-1 + \text{sigz}(e(0))}{2} & \frac{1 + \text{sigz}(e(0))}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{cases} q_a = (B_{a0} - B_{a\infty}) \exp^{-c_1 t} + B_{a\infty} \\ q_b = (B_{b0} - B_{b\infty}) \exp^{-c_2 t} + B_{b\infty} \\ \text{sigz}(\cdot) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \cdot \geq 0 \\ -1, & \text{当 } \cdot < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $q_a$ 、 $q_b$  是用来构建预设性能边界的表达式,  $B_{a0}$ 、 $B_{b0}$  为  $q_a$ 、 $q_b$  的初始值,  $B_{a\infty}$ 、 $B_{b\infty}$  为  $t \rightarrow \infty$  时  $q_a$ 、 $q_b$  的稳态值,  $c_1$ 、 $c_2$  为  $q_a$ 、 $q_b$  的收敛速度,  $q_a > q_b \geq 0$ ; 初始误差值  $e(0)$  满足  $B_{b0} < e(0) < B_{a0}$ , 则系统的超调满足:

$$\sigma \leq \frac{1}{|e(0)|} \max \{|B_{a\infty}|, |B_{b\infty}|\} \quad (9)$$

### 1.3 RBF 神经网络

径向基函数神经网络 (RBFNN) 借其非线性建模能力、自适应性、实时性和结构简单等特点, 在众多领域都引起了广泛关注<sup>[22-25]</sup>. 在四旋翼无人机

的轨迹跟踪控制过程中, 由于存在参数不确定性、外部扰动、未知信息等因素对系统的影响, 往往难以达到良好控制效果. 因此, 本文引入 RBFNN 作为估计器, 在保证足够精度的前提下对无人机受到的扰动进行逼近, RBFNN 的逼近函数表达形式为:

$$f(x) = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{h}(x) + \mu(x), \quad \forall x \in \mathbf{R} \quad (10)$$

其中:  $\mathbf{h}(x)$  神经网络的高斯基函数输出,  $\mu(x)$  为神经网络逼近误差,  $\mathbf{W}^{*}$  为理想权重.

$$\mathbf{W}^{*} = \arg \min \left\{ \sup_{x \in \mathbf{R}} |f(x) - (\mathbf{W}^{*})^T \mathbf{h}(x)| \right\} \quad (11)$$

$$h_j(x) = \exp \left( -\frac{\|x - c_j\|^2}{2b_j^2} \right), \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

其中:  $c_j$  为高斯函数的中心值,  $b_j$  为宽度.

## 2 控制器设计

如系统 (1) 所示, 四旋翼无人机系统具有 4 个控制输入和 6 个控制输出, 是一个高度耦合、欠驱动的非线性系统. 为了便于控制器的设计, 本文将无人机系统分为位置子系统和姿态子系统两部分, 采用双闭环控制结构. 为了给四旋翼无人机位置环施加更为精确和灵活的性能约束, 采用本文提出的新型的非对称时变障碍 Lyapunov 函数设计位置环的控制律, 对于姿态环则采用反步滑模控制器, 总体结构如图 2 所示.

### 2.1 RBF 神经网络

为补偿无人机外部环境干扰对控制器性能的影响, 引入 RBF 神经网络估计器:

$$d_p(x_p) = \mathbf{W}_p^{*T} \mathbf{h}_p(x_p) + \varepsilon_p \quad (13)$$

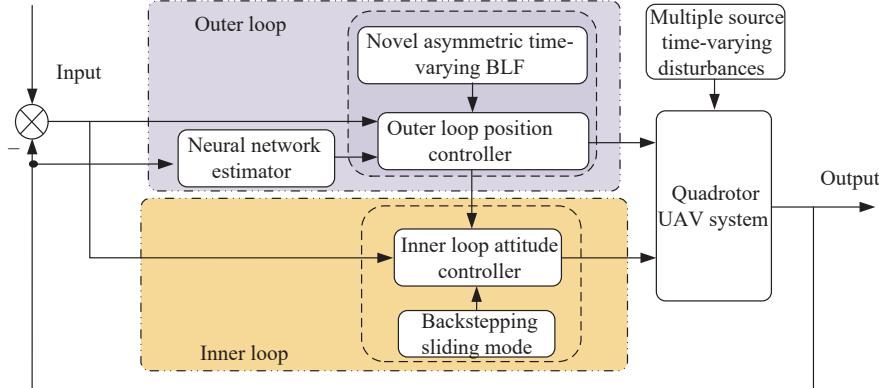


图 2 控制框图

Fig.2 Control block diagram

其中:  $\mathbf{x}_p = [p \quad \dot{p} \quad e_p \quad \dot{e}_p]^T$ ,  $p=x,y,z$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x}_p)$ 为神经网络自适应律的中心函数;  $e_p$ 为逼近误差. 对  $d_p$ 的估计为:

$$\hat{d}_p = \hat{\mathbf{W}}_p^T \mathbf{h}_p \quad (14)$$

## 2.2 位置子系统控制器设计

如系统(3)所示, 可以将位置子系统看作由  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三个方向的子系统组成. 位置子系统的控制器设计的步骤包括:

(1) 选取非对称时变 Lyapunov 函数, 设置管状预设性能边界;

(2) 利用反步法设计控制律  $u$ .

以位置系统控制器中  $X$  方向的子系统为例, 其表示形式为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u_{1x} - K_x x_2 + d_x(t) \end{cases} \quad (15)$$

**步骤 1:** 对  $e_{1x}$  求导可得:

$$\dot{e}_{1x} = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \quad (16)$$

构造障碍 Lyapunov 函数  $V_{x1}$ , 表达式为:

$$\begin{cases} V_{x1} = \frac{1}{2} \ln^2 \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) \\ \Theta_x = \frac{e_{1x} - B_x}{\Delta B_x} \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $e_{1x}$  为  $X$  子系统误差; 选取管状预设性能边界为  $\text{tub}(\bar{B}, \underline{B})$ , 其表达式如式(7)所示. 记  $\partial_i = \frac{1}{\Theta_i(1-\Theta_i)\Delta B_i}$ ,  $\vartheta_i = \frac{\partial_i}{\Delta B_i} \left( -\bar{B}\bar{B} + \underline{B}\underline{B} - \Delta B e_{1i} \right)$ , ( $i = x, y, z$ ),

对  $V_{x1}$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{x1} &= \ln \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) \left[ \frac{\dot{e}_{1x}}{\Theta_x(1-\Theta_x)\Delta B} - \frac{(\bar{B}\bar{B} - \underline{B}\underline{B} - \Delta B e_{1x})}{\Theta_x(1-\Theta_x)\Delta B^2} \right] \\ &= \ln \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) [\partial_x(e_{2x} + \alpha_x - \dot{x}_{1d}) - \partial_x] \end{aligned} \quad (18)$$

其中:  $e_{2x} = x_2 - \alpha_x$ ,  $\alpha_x$  为虚拟控制律. 由式(18)可设

计  $\alpha_x$  为:

$$\alpha_x = \dot{x}_{1d} - \frac{1}{\partial_x} \left[ \gamma_{1x} \ln \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) + \vartheta_x \right] \quad (19)$$

其中:  $\gamma_{1x}$  为大于零的常数, 影响系统的收敛速度; 将式(19)代入式(18)中, 可得:

$$\dot{V}_{x1} = -\gamma_{1x} \ln^2 \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) + \partial_x \ln \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) e_{2x} \quad (20)$$

**步骤 2:** 对  $e_{2x}$  求导可得:

$$\dot{e}_{2x} = \ddot{x}_1 - \dot{\alpha}_x = u_{1x} - K_x x_2 + d_x - \dot{\alpha}_x \quad (21)$$

利用 RBF 神经网络逼近  $d_x$ , 网络输出为:

$$\hat{d}_x = \hat{\mathbf{W}}_x^T \mathbf{h}_x \quad (22)$$

构造 Lyapunov 函数  $V_{x2}$ , 表达式为:

$$V_{x2} = V_{x1} + \frac{1}{2} e_{2x}^2 \quad (23)$$

对  $V_{x2}$  求导可得:

$$\dot{V}_{x2} = -\gamma_{1x} V_{x1} + e_{2x} \left[ \partial_x \ln \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) + u_{1x} - K_x x_2 + d_x - \dot{\alpha}_x \right] \quad (24)$$

根据式(24), 设计控制律:

$$u_{1x} = K_x x_2 - \hat{d}_x + \dot{\alpha}_x - \partial_x \ln \left( \frac{\Theta_x}{1-\Theta_x} \right) - \gamma_{2x} e_{2x} \quad (25)$$

其中:  $\gamma_{2x} > \frac{\gamma_{1x} + 1}{2}$ , 为大于零的常数, 影响系统的精度, 将式(25)代入式(24)中可得:

$$\dot{V}_{x2} = -\gamma_{1x} V_{x2} - \left( \gamma_{2x} - \frac{\gamma_{1x}}{2} \right) e_{2x}^2 - e_{2x} (\tilde{\mathbf{W}}_x^T \mathbf{h}_x - \varepsilon_x) \quad (26)$$

构造 Lyapunov 函数  $V_{x3}$ , 表达式为:

$$V_{x3} = V_{x2} + \frac{1}{2\gamma_{3x}} \tilde{\mathbf{W}}_x^T \tilde{\mathbf{W}}_x \quad (27)$$

对  $V_{x3}$  进行求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{x3} &= -\gamma_{1x} V_{x2} - \left( \gamma_{2x} - \frac{\gamma_{1x}}{2} \right) e_{2x}^2 - \\ &\quad \tilde{\mathbf{W}}_x^T \left( e_{2x} \mathbf{h}_x - \frac{1}{\gamma_{3x}} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_x \right) + e_{2x} \varepsilon_x \end{aligned} \quad (28)$$

设计  $\hat{\mathbf{W}}_x^T$  的自适应律为:

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_x = \gamma_{3x} e_{2x} \mathbf{h}_x - 2\gamma_{1x} \hat{\mathbf{W}}_x \quad (29)$$

其中:  $\gamma_{3x}$  为大于零的常数. 进行系统稳定性分析, 将式(29)代入式(28)中得:

$$\dot{V}_{x3} = -\gamma_{1x} V_{x2} - \left(\gamma_{2x} - \frac{\gamma_{1x}}{2}\right) e_{2x}^2 - \frac{2\gamma_{1x}}{\gamma_{3x}} \tilde{\mathbf{W}}_x^T \hat{\mathbf{W}}_x + e_{2x} \varepsilon_x \quad (30)$$

根据杨氏不等式, 有:

$$\begin{cases} -\tilde{\mathbf{W}}_x^T \hat{\mathbf{W}}_x \leq \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{W}}_x^T \tilde{\mathbf{W}}_x + \frac{1}{2} \mathbf{W}_x^{*T} \mathbf{W}_x^* \\ e_{2x} \varepsilon_x \leq \frac{1}{2} e_{2x}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_x^2 \end{cases} \quad (31)$$

当  $\gamma_{2x} > \frac{\gamma_{1x} + 1}{2}$  时, 则有:

$$\dot{V}_{x3} \leq -\gamma_{1x} V_{x2} + \frac{\gamma_{1x}}{\gamma_{3x}} \mathbf{W}_x^{*T} \mathbf{W}_x^* + \frac{1}{2} \varepsilon_x^2 \quad (32)$$

记  $\rho_x = \frac{\gamma_{1x}}{\gamma_{3x}} \mathbf{W}_x^{*T} \mathbf{W}_x^* + \frac{1}{2} \varepsilon_x^2$ , 则有:

$$\dot{V}_{x3} \leq -\gamma_{1x} V_{x2} + \rho_x \quad (33)$$

对式(33)两边同时积分, 可得:

$$0 \leq V_{x3}(t) \leq \mu(t) \quad (34)$$

其中  $\mu(t) = \frac{\rho_x}{\gamma_{1x}} + \left(V_{x3}(0) - \frac{\rho_x}{\gamma_{1x}}\right) e^{-\rho_x t}$ , 由式(27)和(34)得:

$$\frac{1}{2} \ln^2 \left( \frac{\Theta_x}{1 - \Theta_x} \right) \leq \mu(t) \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_d & \psi_d & u_1 \end{bmatrix}^T = \left[ \arcsin \left( \frac{\cos \phi_d (u_x \cos \phi_d + u_y \sin \phi_d)}{u_z} \right) \right]^T$$

采用文献 [20] 中的反步滑模方法设计姿态子系统的控制器, 选取滑模面为  $s_k = \lambda_k e_{1k} + e_{2k}$ , 定义虚拟误差  $e_{2k} = k - \alpha_{k1}, \alpha_{k1} = -c_{k1} e_{1k} + k_d$ ,  $k = \phi, \theta, \psi, \lambda_k, c_{k1}$  为正常数.

横滚子通道、俯仰子通道、偏航子通道的控制律分别为:

$$u_2 = K_\phi x_8 + \dot{\alpha}_\phi - \lambda_\phi (e_{2\phi} - c_{\phi 1} e_{1\phi}) - [h_\phi s_\phi + \eta_\phi \operatorname{sgn}(s_\phi)] \quad (40)$$

$$u_3 = K_\theta x_{10} + \dot{\alpha}_\theta - \lambda_\theta (e_{2\theta} - c_{\theta 1} e_{1\theta}) - [h_\theta s_\theta + \eta_\theta \operatorname{sgn}(s_\theta)] \quad (41)$$

$$u_4 = K_\psi x_{12} + \dot{\alpha}_\psi - \lambda_\psi (e_{2\psi} - c_{\psi 1} e_{1\psi}) - [h_\psi s_\psi + \eta_\psi \operatorname{sgn}(s_\psi)] \quad (42)$$

在控制律(41)、(42)中需要对外环产生的中间信号  $\theta_d$  和  $\psi_d$  求导, 考虑到对非连续信号求导产生的微分爆炸问题和实际应用中对噪声的抑制问题, 采用有限时间收敛微分器求得  $\theta_d$ 、 $\dot{\theta}_d$  和  $\psi_d$ 、 $\dot{\psi}_d$ , 表达式如下所示:

解不等式(35)可得:

$$0 \leq \frac{1}{1 + e^{-\sqrt{2\mu(t)}}} \leq \Theta_x \leq \frac{e^{\sqrt{2\mu(t)}}}{1 + e^{\sqrt{2\mu(t)}}} \leq 1 \quad (36)$$

进一步可以得出  $0 \leq \frac{e_{1x} - B}{\Delta B} \leq 1$ , 则系统误差  $e_{1x}$  约束在边界  $(B_x, \bar{B}_x)$  以内.

同理可得出  $Y$ 、 $Z$  方向的子系统的控制律、虚拟控制律、神经网络自适应律分别为:

$$\begin{aligned} u_{1y} &= K_y x_4 - \hat{d}_y + \dot{\alpha}_y - \partial_y \ln \left( \frac{\Theta_y}{1 - \Theta_y} \right) - \gamma_{2y} e_{2y}^2, \\ \dot{\hat{\mathbf{W}}}_y &= \gamma_{3y} e_{2y} \mathbf{h}_y - 2\gamma_{1y} \hat{\mathbf{W}}_y, \\ \alpha_y &= \dot{y}_{1d} - \frac{1}{\partial_y} \left[ \gamma_{1y} \ln \left( \frac{\Theta_y}{1 - \Theta_y} \right) + \vartheta_y \right] \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} u_{1z} &= K_z x_6 - \hat{d}_z + \dot{\alpha}_z + g - \partial_z \ln \left( \frac{\Theta_z}{1 - \Theta_z} \right) - \gamma_{2z} e_{2z}^2, \\ \dot{\hat{\mathbf{W}}}_z &= \gamma_{3z} e_{2z} \mathbf{h}_z - 2\gamma_{1z} \hat{\mathbf{W}}_z, \\ \alpha_z &= \dot{z}_{1d} - \frac{1}{\partial_z} \left[ \gamma_{1z} \ln \left( \frac{\Theta_z}{1 - \Theta_z} \right) + \vartheta_z \right] \end{aligned} \quad (38)$$

### 2.3 姿态子系统控制器设计

如系统(3)所示, 将姿态子系统看作由横滚、俯仰和偏航三个子系统组成. 本文中期望俯仰角  $\theta_d$ 、偏航角  $\psi_d$  通过控制律  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$  和滚转角  $\phi_d$  计算得到, 其中  $\phi_d$  为给定值. 根据式(1)可得:

$$\arctan \left( \frac{\cos \phi_d (u_x \sin \phi_d + u_y \cos \phi_d)}{u_z} \right) \quad \frac{u_z}{\cos \phi_d \cos \psi_d} \quad (39)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{a1} = x_{a2} \\ \dot{x}_{a2} = x_{a3} \\ \omega^3 \dot{x}_{a3} = -2^{\frac{3}{5}} \cdot 4(x_{a1} - v(t) + (\omega x_{a2})^{\frac{9}{7}})^{\frac{1}{3}} - 4(\omega^2 x_{a3})^{\frac{3}{5}} \\ y_{a1} = x_{a2}, y_{a2} = x_{a3} \end{cases} \quad (43)$$

其中, 待微分的输入信号为  $v(t)$ ,  $\omega = 0.04$ ,  $x_{a1}$  为被跟踪信号,  $x_{a2}$  是信号的一阶导数的估计值,  $x_{a3}$  是信号的二阶导数的估计值微分器的初始值为  $x_{a1}(0) = x_{a2}(0) = x_{a3}(0) = 0$ .

考虑到执行器的动态能力, 对输出  $u_2$ 、 $u_3$ 、 $u_4$  进行限幅, 可记为:

$$Lu_i = \begin{cases} u_i, & \text{若 } |u_i| \leq u_{i\max} \\ u_{i\max}, & \text{若 } |u_i| > u_{i\max} \end{cases}, (i = 2, 3, 4) \quad (44)$$

根据式(2),  $u_1 = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4)/m$ ,  $u_1$  为虚拟控制量, 则无人机的总升力为  $u_1^* = mu_1$ , 对四旋翼无人机总升力进行限幅, 记为:

$$Lu_1 = \begin{cases} u_1^*, & \text{若 } |u_1^*| \leq u_{1\max} \\ u_{1\max}^*, & \text{若 } |u_1^*| > u_{1\max} \end{cases} \quad (45)$$

### 3 稳定性分析

**定理 1** 考虑四旋翼无人机系统(3), 采用式(25)、(37)、(38)、(40)、(41)、(42)设计其对应控制律, 采用式(19)、(37)、(38)设计其对应虚拟控制律, 采用式(29)、(37)、(38)设计其对应自适应律, 则所有闭环信号能够达到一致最终有界, 且跟踪误差被约束在性能边界( $\underline{B}_x, \bar{B}_x$ )以内.

**证明** 选取 Lyapunov 函数为

$$V_s = V_p + V_a = \sum_{i=x}^z \left[ \frac{1}{2} \ln^2 \left( \frac{\Theta_i}{1-\Theta_i} \right) + \frac{1}{2} e_{2i}^2 + \frac{1}{2\gamma_{3i}} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i \right] + \sum_{k=\phi}^{\psi} \left( \frac{1}{2} e_{2k}^2 + s_k^2 \right) \quad (46)$$

其中,  $V_p$  代表位置子系统,  $V_a$  代表姿态子系统, 对  $V_s$  求导, 并将采用式(25)、(37)、(38)、(40)、(41)、(42)设计对应的控制律, 采用式(19)、(37)、(38)设计对应的虚拟控制律, 采用式(29)、(37)、(38)设计对应的自适应律带入式(46)得

$$\dot{V}_s \leq -\gamma_{1\min} V_p + \rho_{\max} + \sum_{k=\phi}^{\psi} \left( -c_{k1} e_{k1}^2 + e_{k1} e_{k2} - h_k s_k^2 - \eta_k s_k \operatorname{sgn}(s_k) + s_k d_k(t) \right) \quad (47)$$

取  $h_k \lambda_k > 0.5$ ,  $\eta_k > D_{pm}$  则  $\dot{V}_a \leq 0$ , 即可以使无人机姿态子系统稳定, 进一步有

$$\dot{V}_s \leq -\gamma_{1\min} V_s + \rho_{\max} \quad (48)$$

其中  $\gamma_{1\max} = \min(\gamma_{1x}, \gamma_{1y}, \gamma_{1z})$ ,  $\rho_{\max} = \max(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$ , 类比式(33)~(35), 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $V_s$  有界, 满足  $0 \leq V_s \leq \gamma_{1\min}/\rho_{\max}$ , 且根据引理 1 得出  $e_{2i}$ 、 $\tilde{W}_i$  ( $i = x, y, z$ )、 $e_{2k}$  ( $k = \phi, \theta, \psi$ ) 能够达到一致最终有界, 又因为系统期望轨迹  $p_d$  及其导数  $\dot{p}_d$  是有界的, 则由控制律和神经网络自适应律的表达式(25)、(37)、(38)、(40)、(41)、(42)可以得出, 系统所有闭环信号均可保证一致最终有界. 又根据式(36)可以得出  $0 \leq \frac{e_{1i} - B}{\Delta B} \leq 1$ , 故位置系统误差  $e_{1i}$  ( $i = x, y, z$ ) 可以被约束在边界( $\underline{B}_i, \bar{B}_i$ )以内.

### 4 仿真结果与分析

为验证本文所提基于新型非对称 Lyapunov 函数控制方案(ABLFF)的有效性及优越性, 本节设计了两实验场景. 第一种实验场景模拟四旋翼无人机在时变扰动下盘旋上升的飞行模式, 验证本文所提方法对于输出超调进行约束的有效性; 第二种实验场景设定较为复杂的飞行轨迹, 在施加复杂时变扰动的同时, 去掉观测器, 同时选取文献[18]中的传统的正切型时变障碍 Lyapunov 函数控制方案(TBLF)、文献[20]中的滑模方法(SMC)和文献[21]中的新型有限时间滑模控制方法(NSMC)作为对比试验, 对本文所提方法的优越性和鲁棒性进行验证.

四旋翼无人机的机体物理参数设定如表 1 所示.

表 1 四旋翼无人机机体物理参数

Table 1 Physical parameters of the quadrotor UAV body

Parameters	Value	Parameters	Value	Parameters	Value	Parameters	Value
$m/\text{kg}$	1.79	$I_2/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.03	$k_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.01	$k_4/(\text{N}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.012
$g/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	9.8	$I_3/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.04	$k_2/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.01	$k_5/(\text{N}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.012
$I_1/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.03	$l/\text{m}$	0.2	$k_3/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.01	$k_6/(\text{N}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.012

#### 4.1 有效性验证

假定无人机从高为 5 m 的楼顶起飞, 设置四旋翼无人机的预设轨迹为:

$$\begin{bmatrix} x_d & y_d & z_d & \phi_d \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 4 \sin(0.5t) & 4 \cos(0.5t) & 4 + 0.5t & \frac{\pi}{6} \end{bmatrix}^T \quad (49)$$

系统的初始条件设定为:  $[x(0), y(0), z(0)]^T = [1, 5, 5]^T$ ,  $[\phi(0), \theta(0), \psi(0)]^T = [0, 0, 0]^T$ , 施加外界扰动为:  $d_i(t) = 0.1 \sin(t)$ , 其中  $i = x, y, z, \phi, \theta, \psi$ ; 同时设置限幅参数  $u_{i\max} = 50$ ;  $\text{tub}(\bar{B}, B)$  的参数设置为  $B_{a0j} = 3$ 、 $B_{b0j} = 0.6$ 、 $B_{a\infty j} = 0.01$ 、 $B_{b\infty j} = -0.01$ 、 $c_{1j} = 3$ 、 $c_{2j} = 3$ , 其中

$$j = x, y, z.$$

RBF 网络观测器结构取 4-5-1, 高斯基函数参数取  $c_j = [-1 \ -0.5 \ 0 \ 0.5 \ 1]$ ,  $b_j = 3$ , 网络的初始权值为 0.1, 自适应率  $\gamma_{3j} = 5$ . 控制器的具体参数分别如表 2 所示, 其中  $j = x, y, z$ ,  $k = \phi, \theta, \psi$ .

仿真结果如图 3~图 4 所示: ABLF 控制器可以在保证机体运行轨迹的快速性的前提下, 对超调进行定量的约束, 进而更加平稳的跟踪上期望轨迹, 同时具有较好的稳态精度.

图 4(b)中紫色实线为误差的预设性能边界, 能够看出, 本文所提出的 ABLF 控制器可以使误

表 2 控制器参数

Table 2 Controller parameters

Parameters	Value	Parameters	Value	Parameters	Value	Parameters	Value
$\gamma_{lx}$	6	$c_{\phi 1}$	11	$\lambda_\theta$	17	$\eta_\psi$	1.6
$\gamma_{ly}$	3	$c_{\theta 1}$	10	$\lambda_\psi$	15	$h_\phi$	20
$\gamma_{lz}$	3	$c_{\psi 1}$	10	$\eta_\phi$	1	$h_\theta$	30
$\gamma_{lj}$	10	$\lambda_\phi$	16	$\eta_\theta$	1	$h_\psi$	32

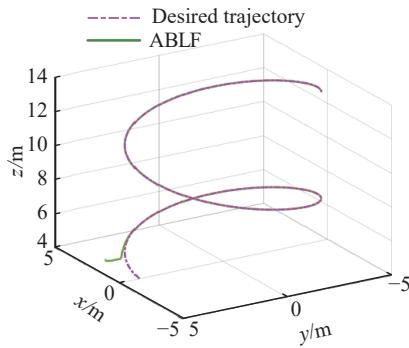


图 3 跟踪效果图

Fig.3 Tracking effect

差在预先设定的范围内快速收敛, 进而对误差超调进行定量约束, 验证了本文算法的有效性和可行性, 可以在对系统的瞬态性能进行约束的同时, 保证较好的稳态精度.

#### 4.2 对比实验

假定无人机从高为 5 m 的楼顶起飞, 跟踪较为复杂的“双叶草”曲线, 系统的初始条件设定为:

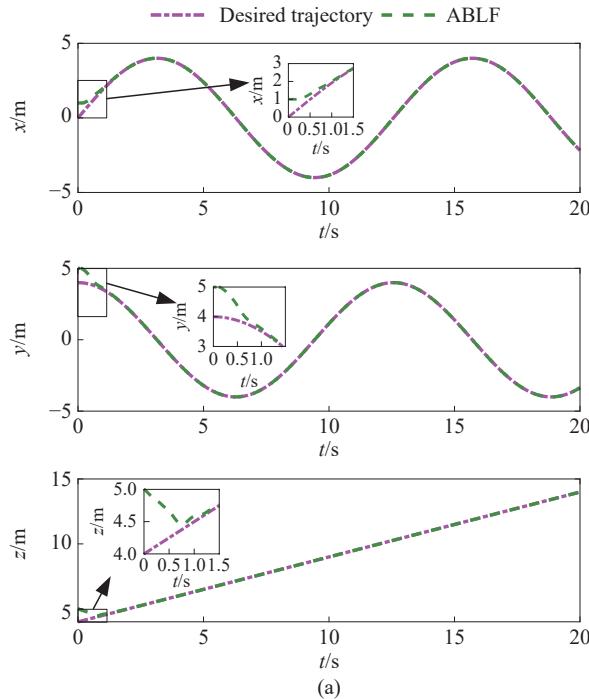


图 4 位置跟踪效果图. (a) 位置跟踪曲线

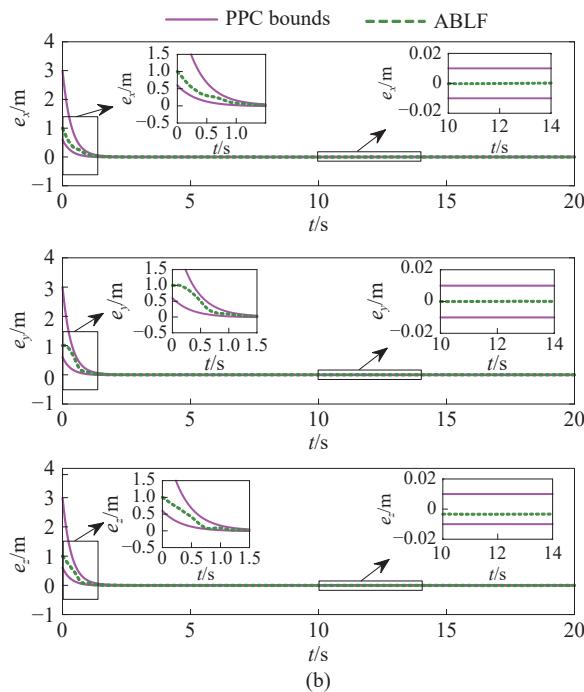
Fig.4 Effect of position tracking: (a) position tracking curve; (b) convergence curve of position error

$[x(0), y(0), z(0)]^T = [5, 5, 5]^T, [\phi(0), \theta(0), \psi(0)]^T = [0, 0, 0]^T$ , 设置四旋翼无人机的预设轨迹为:

$$\begin{aligned} x_d &= \begin{cases} 20[1 - \cos^2(0.2t)] & t \in [0, 16] \\ -20[1 - \cos^2(0.2t)] & t \in (16, 30] \end{cases} \\ y_d &= 20 \cos(0.2t) \sin(0.2t) \quad t \in [0, 30] \\ z_d &= \begin{cases} 1.5 + 20 \sin(0.2t) & t \in [0, 16] \\ 1.5 - 20 \sin(0.2t) & t \in (16, 30] \end{cases} \end{aligned} \quad (50)$$

设置控制输入限幅参数  $u_{i\max} = 50$ ; 施加外界扰动为  $d_i(t) = 0.1 \sin(t)$ , 其中  $i = y, z, \phi, \theta, \psi$ ;  $\text{tub}(\bar{B}, B)$  的参数设置为  $B_{a0j} = 9, B_{b0j} = 3, B_{a\infty j} = 0.05, B_{b\infty j} = -0.05, c_{1j} = 1.5, c_{2j} = 1.5$ , 其中  $j = x, y, z$ . 同时设置了一组具有常值扰动、周期扰动、参数变化周期性扰动、发散扰动组合而成的多源时变扰动, 其形式如式 (51) 所示:

$$d_x(t) = \begin{cases} 0.5 & t \in [0, 10) \\ 0.5 \cos(\pi t) & t \in [10, 10+2\pi) \\ 0.8 \cos(2\pi t) & t \in [10+2\pi, 10+4\pi) \\ -\cos(t)e^{0.001t} + 0.5 & t \in [10+4\pi, 30] \end{cases} \quad (51)$$



(b) 位置误差收敛曲线

为了对比控制器自身的鲁棒性和优越性, 保证对比实验的公平性, 本次对比实验在设置更为复杂的期望轨迹和更为复杂的多源时变扰动的基础上去掉了观测器。并且结合文献 [18] 中的 TBLF、文献 [20] 中的终端滑模 (SMC) 和文献 [21] 中的新型有限时间滑模 (NSMC) 三种控制方案进行了对比仿真实验。为了体现出本文提出控制方法的通用性, 系统参数与有效性验证实验中保持一致。

仿真结果如图 5 和 6 所示。实验结果表明, 在跟踪较为复杂的轨迹和受到较为复杂的多源时变

扰动的情况下, 本文方法依旧有着较快的跟踪速度, 并且可以对超调进行定量的约束, 相对于文献 [18] 中的 TBLF 控制方案, 本文方法解算并跟踪的姿态角波动幅值更小, 更加平滑; 文献 [20] 中的 SMC 方案所解算并跟踪的姿态角虽然波动幅值与本文相差不大, 但是在跟踪过程中发生了多次抖振, 平滑度差于本文方法; 文献 [21] 中的 NSMC 方案的快速性虽然好于本文方法, 但是超调较大, 并且解算并跟踪的姿态角波动幅值大于本文方法。

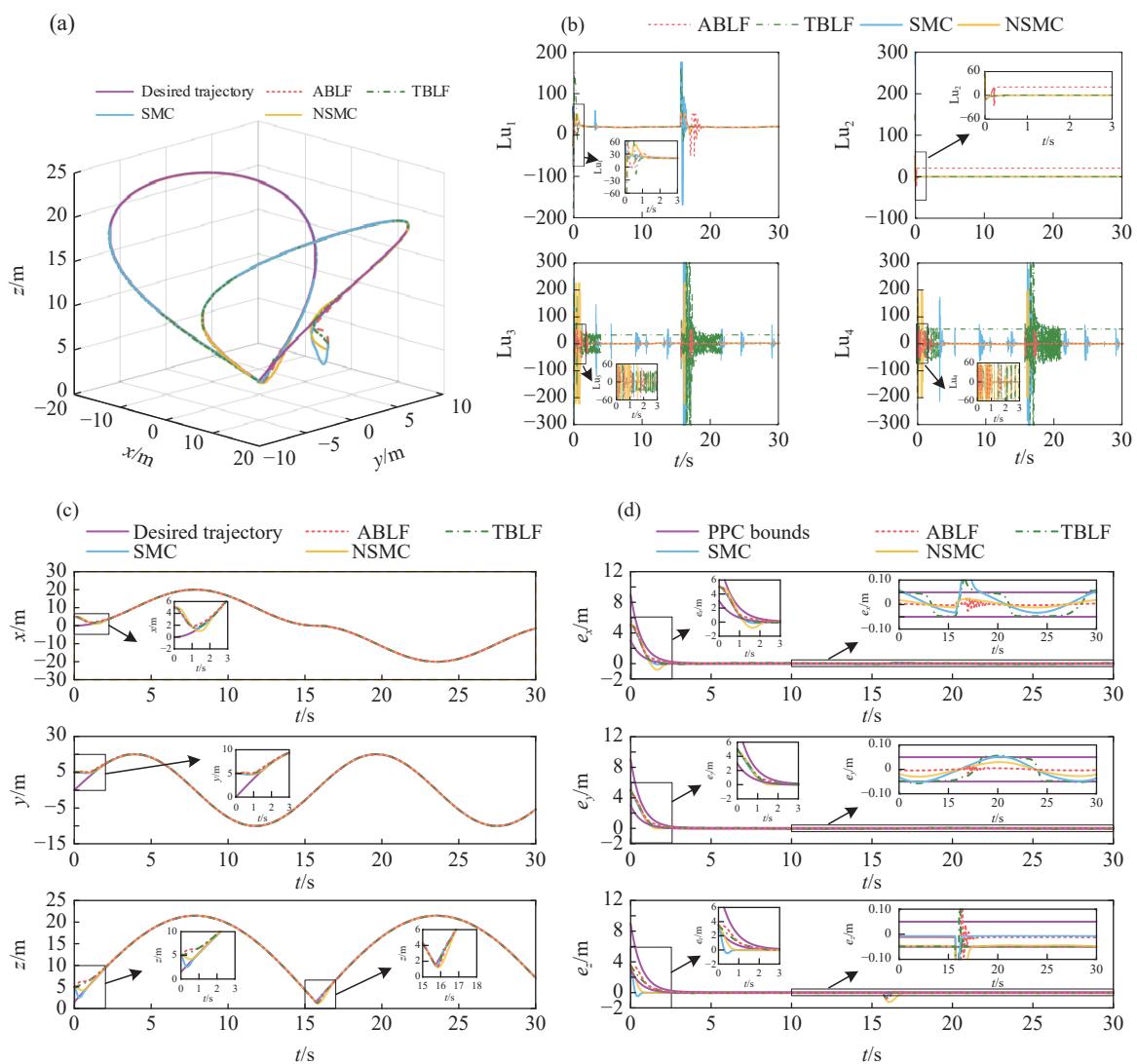


图 5 跟踪效果图。(a) 三维轨迹跟踪曲线; (b) 控制输入跟踪曲线; (c) 位置跟踪曲线; (d) 位置误差收敛曲线

**Fig.5** Effect of tracking: (a) 3d trajectory tracking curve; (b) input control contrast curve; (c) position tracking curve; (d) convergence curve of position error

图 5(d) 中紫色实线为误差的预设性能边界, 由于期望轨迹在 16 s 时发生了改变, 故而造成了误差跟踪曲线的波动,  $z$  通道恢复稳定后的精度高于文献 [18] 中的传统 TBLF 控制方案和文献 [21]

中 NSMC 方案, 和文献 [20] 中的 SMC 控制方案相接近;  $X$ 、 $Y$  通道恢复稳定的速度明显快于其他三种方法, 且具有更高的精度。图 5(b) 为四旋翼无人机的控制输入曲线, 可以看出本文方法的控制输

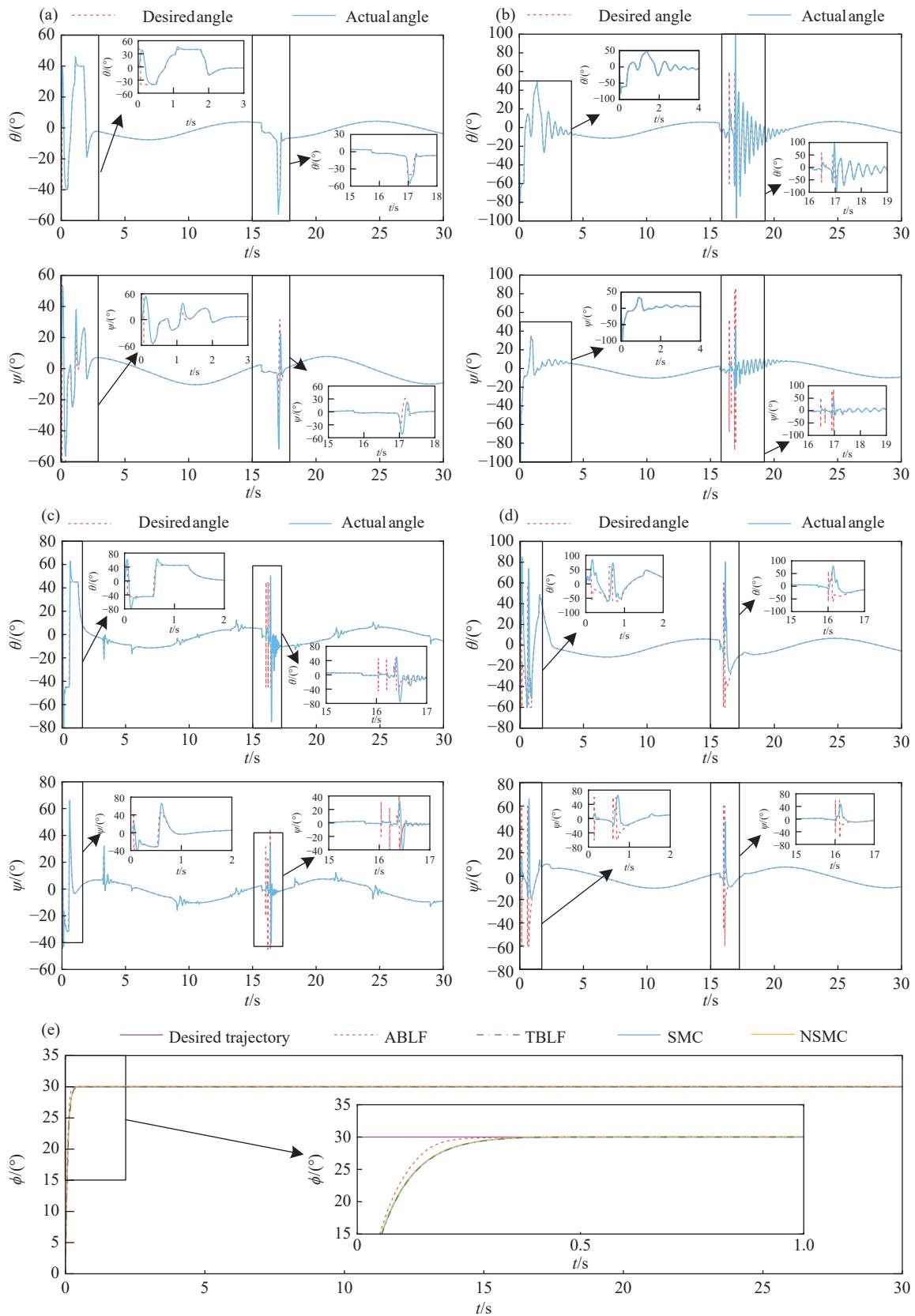


图 6 姿态跟踪效果图. (a) 倾仰角和偏航角跟踪曲线 (ABLF); (b) 倾仰角和偏航角跟踪曲线 (TBLF); (c) 倾仰角和偏航角跟踪曲线 (SMC); (d) 倾仰角和偏航角跟踪曲线 (NSMC); (e) 横滚角跟踪曲线

**Fig.6** Effect of position tracking: (a) pitch and yaw angle tracking curve (ABLF); (b) pitch and yaw angle tracking curve (TBLF); (c) pitch and yaw angle tracking curve (SMC); (d) pitch and yaw angle tracking curve (NSMC); (e) roll angle tracking curve

入  $Lu_1$  在稳态大小于其他三种方法相近的情况下, 波动幅值更小, 虽然  $Lu_2$  稳态值略大于其他两种方法, 但是,  $Lu_3$ 、 $Lu_4$  的稳态值、波动时间远小于文献 [18] 中的 TBLF 方案, 并且波动次数和波动幅值少于文献 [20] 与文献 [21] 中的 SMC 和 NSMC 方案.

## 5 结论

本文针对具有多源时变扰动的四旋翼无人机, 提出一种能够构建有约束力非对称性能边界的新型障碍 Lyapunov 函数, 并基于这种新型障碍 Lyapunov 函数, 设计了一组可以对系统性能施加更为灵活和精细约束的管状预设性能边界, 所提的控制方法对系统输出超调具有定量约束力. 在此基础上, 结合反演法设计预设性能自适应控制器, 在施加系统性能约束的同时, 实现了四旋翼无人机输出对期望轨迹的快速准确跟踪控制. 最后, 基于 Lyapunov 稳定理论对闭环系统所有信号的一致有界性进行证明. 仿真实验表明, 管状预设性能函数可以有效地对系统超调进行定量约束, 改善了系统的瞬态性能.

## 参 考 文 献

- [1] Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers. *Control Decis*, 2022, 37(9): 2201  
(赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201)
- [2] Abro G E M, Bin Mohd Zulkifli S A, Asirvadam V S. Dual-loop single dimension fuzzy-based sliding mode control design for robust tracking of an underactuated quadrotor craft. *Asian J Control*, 2023, 25(1): 144
- [3] Fu Y, Xiao A, Liu B, et al. Boundary control for an unmanned aerial vehicle with a nonhomogeneous rigid–flexible coupling wing. *Chin J Eng*, 2024, 46(9): 1574  
(付云, 肖澳, 刘备, 等. 带有非均质刚柔耦合翼的无人机边界控制. 工程科学学报, 2024, 46(9): 1574)
- [4] Yang W, Cui G Z, Ma Q, et al. Finite-time adaptive event-triggered command filtered backstepping control for a QUAV. *Appl Math Comput*, 2022, 423: 126898
- [5] Shi J, Pei Z C, Tang Z Y, et al. Design and realization of an improved active disturbance rejection quadrotor UAV control system. *J Beijing Univ Aeronaut Astronaut*, 2021, 47(9): 1823  
(石嘉, 裴忠才, 唐志勇, 等. 改进型自抗扰四旋翼无人机控制系统设计与实现. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(9): 1823)
- [6] Li X, Qi G Y, Guo X T, et al. Improved high order differential feedback control of quadrotor UAV based on improved extended state observer. *J Franklin Inst*, 2022, 359(9): 4233
- [7] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov Functions for the control of output-constrained nonlinear systems. *Automatica*, 2009, 45(4): 918
- [8] Tee K P, Ge S S. Control of state-constrained nonlinear systems using Integral Barrier Lyapunov Functionals // 2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Maui, 2012: 3239
- [9] Tee K P, Ren B B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511
- [10] Xu J, Xu J X. Iterative learning control for output-constrained systems with both parametric and nonparametric uncertainties. *Automatica*, 2013, 49(8): 2508
- [11] Zhou Y, Dong W H, Liu Z C, et al. IBLF-based fixed-time fault-tolerant control for fixed-wing UAV with guaranteed time-varying state constraints. *IEEE Trans Veh Technol*, 2023, 72(4): 4252
- [12] An B, Wang B, Fan H, et al. Fully distributed prescribed performance formation control for UAVs with unknown leader maneuvers. *Aeros Sci Technol*, 2022, 25(9): 107886
- [13] Wei Y, Hao M S, Yu X Y, et al. Asymmetric time-varying integral barrier Lyapunov function based adaptive optimal control for nonlinear systems with dynamic state constraints. *Front Inf Technol Electron Eng*, 2024, 25(6): 887
- [14] Song Y D, Zhou S Y. Tracking control of uncertain nonlinear systems with deferred asymmetric time-varying full state constraints. *Automatica*, 2018, 98: 314
- [15] Wang S Z, Xian B, Yang S. Anti-swing controller design for an unmanned aerial vehicle with a slung-load. *Acta Autom Sin*, 2018, 44(10): 1771  
(王诗章, 鲜斌, 杨森. 无人机吊挂飞行系统的减摆控制设计. 自动化学报, 2018, 44(10): 1771)
- [16] Lopez B T, Slotine J E, How J P. Dynamic tube MPC for nonlinear systems // 2019 American Control Conference (ACC). Philadelphia, 2019: 1655
- [17] Xu R, Özgüner Ü. Sliding mode control of a class of underactuated systems. *Automatica*, 2008, 44(1): 233
- [18] Sui S, Philip Chen C L, Tong S C. A novel full errors fixed-time control for constraint nonlinear systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2023, 68(4): 2568
- [19] Li X K, Zhang H L, Fan W H. Finite-time control for morphing aerospace vehicle based on time-varying barrier Lyapunov function. *Acta Autom Sin*, 2022, 48(8): 2062
- [20] Jia Z Y, Yu J Q, Mei Y S, et al. Integral backstepping sliding mode control for quadrotor helicopter under external uncertain disturbances. *Aerospace Sci Technol*, 2017, 68: 299
- [21] Paul T V, Vadakkekara Itty G, Indiran T. Nonlinear dynamic modeling of a quadrotor and its control using sliding mode controller. *J Aerospace Eng*, 2023, 36(6): 04023077
- [22] Li Y M, Liu Y J, Tong S C. Observer-based neuroadaptive optimized control of strict feedback nonlinear systems with state constraints. *IEEE Trans Neural Network Learn Syst*, 2022, 33(7): 3145
- [23] Ji R H, Yang B Q, Ma J, et al. Saturation-tolerant prescribed control for a class of MIMO nonlinear systems. *IEEE Trans Cybern*, 2022, 52(12): 13012
- [24] Xie X J, Wu Y, Hou Z G. Further results on adaptive practical tracking for high-order nonlinear systems with full-state constraints. *IEEE Trans Cybern*, 2022, 52(10): 9978
- [25] Liu Y J, Zhao W, Liu L, et al. Adaptive neural network control for a class of nonlinear systems with function constraints on states. *IEEE Trans Neural Networks Learn Syst*, 2023, 34(6): 2732