



颗粒尺寸效应对纳米流体导热系数和黏度系数的影响研究综述

隋鹏翔

Effect of particle size on the thermal conductivity and viscosity of nanofluids: A review

SUI Pengxiang

引用本文:

隋鹏翔. 颗粒尺寸效应对纳米流体导热系数和黏度系数的影响研究综述[J]. 北科大: 工程科学学报, 2025, 47(10): 2012–2026. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2025.01.03.002

SUI Pengxiang. Effect of particle size on the thermal conductivity and viscosity of nanofluids: A review[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2025, 47(10): 2012–2026. doi: 10.13374/j.issn2095–9389.2025.01.03.002

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2025.01.03.002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

离子液体改性MWCNTs、MoS₂及其复合纳米流体的摩擦学性能

Tribological properties of ionic liquid modified MWCNTs, MoS₂, and their composite nanofluids

工程科学学报. 2023, 45(2): 286 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2021.08.05.004>

纳米流体电池热管理研究进展

Research progress on nanofluids for battery thermal management

工程科学学报. 2024, 46(8): 1498 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2023.11.10.003>

二氧化硅纳米流体强化对流换热研究进展

Research progress on silica nanofluids for convective heat transfer enhancement

工程科学学报. 2022, 44(4): 812 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2022.02.10.002>

改性钢渣/橡胶复合材料导热性能及耐久性研究

Studies on thermal conductivity and durability of modified steel slag/rubber composites

工程科学学报. 2023, 45(5): 765 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2022.03.19.003>

化学浸泡作用下热冲击花岗岩物理特性与导热性能演化机制

Evolution mechanism of the physical properties and thermal conductivity of thermal shock granite under chemical immersion

工程科学学报. 2022, 44(10): 1755 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2022.04.24.001>

复合纳米流体强化换热研究进展

Research progress on hybrid nanofluids for heat transfer process intensification

工程科学学报. 2024, 46(5): 937 <https://doi.org/10.13374/j.issn2095–9389.2023.08.31.001>

颗粒尺寸效应对纳米流体导热系数和黏度系数的影响研究综述

隋鹏翔✉

首都师范大学初等教育学院, 北京 100048

✉通信作者, E-mail: pxsui@cnu.edu.cn

摘要 纳米流体作为一种新兴的传热传质介质, 在工程领域展现出广泛的应用前景, 而其物性参数的精准表达是研究的关键问题. 本文结合实验数据、理论模型和经验关联式, 系统分析了颗粒尺寸对纳米流体有效导热系数和黏度系数的影响, 并探讨了颗粒形状因子、体积分数和温度等因素的作用机制. 研究表明, 颗粒尺寸对不同物性参数的响应存在显著差异. 导热系数受到界面散射、界面热阻和布朗运动等因素的共同影响, 因此存在一个最优颗粒尺寸, 以实现最大化传热效率; 而黏度系数由于颗粒界面效应的复杂性, 其随颗粒尺寸变化的趋势尚无统一结论. 目前, 大部分研究发现黏度随颗粒的增大而增加, 而另一些研究则发现较小颗粒由于更大的表面积导致界面阻力增加, 从而提高了黏度. 本文还对不同颗粒尺寸条件下的部分实验数据、经典理论模型和经验关联式进行了对比分析, 结果表明, 传统理论模型在描述纳米流体物性变化方面存在一定局限, 而经验关联式能够更准确地拟合实验结果, 并能够将微观尺度上的颗粒尺寸变化反映到宏观物性参数的模型中. 通过系统分析颗粒尺寸对纳米流体物性的调控机制, 本研究为纳米流体在传热传质及其他应用场景中的优化设计和数值模拟提供了重要参考.

关键词 纳米流体; 颗粒尺寸; 导热系数; 黏度系数

分类号 TB131

Effect of particle size on the thermal conductivity and viscosity of nanofluids: A review

SUI Pengxiang✉

College of Elementary Education, Capital Normal University, Beijing 100048, China

✉Corresponding author, E-mail: pxsui@cnu.edu.cn

ABSTRACT Nanofluids, recognized as advanced media for heat and mass transfer, have demonstrated substantial potential across diverse engineering applications, particularly in scenarios demanding enhanced thermal management and improved energy efficiency. Nevertheless, their deployment relies on the precise characterization of thermophysical properties governed by nanoscale phenomena, including particle size, morphology, dispersion stability, and interfacial dynamics. This paper presents an analysis that integrates experimental observations, multiscale theoretical frameworks, and empirical correlations to investigate how nanoparticle size influences the effective thermal conductivity and dynamic viscosity, while also examining the roles of particle shape factor, volume fraction, temperature, phonon matching, and aggregation dynamics. The experimental results confirm that the thermal conductivity increases as the particle size decreases and the volume fraction increases, owing to the elevated surface-to-volume ratio and intensified Brownian motion-induced microconvection. This effect is further amplified at higher temperatures, which enhances the Brownian activity. A pronounced nonmonotonic relationship emerges, revealing an optimal particle diameter of approximately 50 nm at which ballistic phonon transport—activated when the particle dimensions approach the phonon mean free path of the base fluid—minimizes interfacial thermal resistance and maximizes heat transfer. Nanoparticles smaller than this threshold incur excessive interface scattering, which

收稿日期: 2025-01-03

基金项目: 北京市教育委员会科技计划一般资助项目 (KM202410028009)

limits conductivity, whereas larger particles exhibit weakened Brownian contributions and greater sedimentation tendencies. Additionally, phonon frequency matching between the nanoparticle and the base fluid has been shown to critically affect thermal transport, such that even materials with lower intrinsic conductivity can yield superior performance when well matched. Beyond conductivity, nanoparticle aggregation at high volume fractions forms fractal-like conductive networks that further boost heat transfer but simultaneously increase viscosity through intensified hydrodynamic drag and interparticle friction, underscoring the importance of optimizing both particle concentration and aggregation state. Viscosity measurements revealed that the dynamic viscosity increased with the volume fraction and decreased with the temperature, reflecting enhanced particle interactions and reduced Brownian mobility under high loading and low thermal conditions. While most studies, including this one, observed that the viscosity increases with the particle size, primarily owing to enhanced hydrodynamic resistance, certain investigations demonstrated that exceptionally small particles may also elevate the viscosity because their high surface-to-volume ratios intensify interfacial molecular ordering and localized shear effects. These discrepancies are largely attributable to variations in dispersion stability and aggregation kinetics, with poorly stabilized suspensions showing significant viscosity deviations compared with well-dispersed systems. Classical theoretical models, such as the Maxwell–Garnett and Bruggeman models, are inadequate for capturing these complex behaviors because they ignore size-dependent interfacial effects and dynamic particle–fluid coupling, whereas empirical correlations that incorporate particle size parameters, temperature-dependent Brownian coefficients, and aggregation dynamics achieve prediction errors below 8% across diverse compositions. Sensitivity analyses demonstrated that slight deviations in the nanoparticle diameter could shift the optimal performance thresholds, highlighting the necessity for precise size control during synthesis. Furthermore, preliminary comparisons among spherical, rod-like, and plate-shaped particles suggest that the morphology can modulate both the thermal conductivity and viscosity, with cubic or high-aspect-ratio geometries offering enhanced conductivity at similar volume fractions but exhibiting limited influence on the viscosity at low loadings. By systematically mapping the interdependencies among nanoparticle size, thermal conductivity, viscosity, phonon matching, and aggregation, this study advances actionable strategies for optimized nanofluid design, including recommendations for maintaining moderate volume concentrations of optimally sized particles, employing surface functionalization to stabilize dispersions, and exploring hybrid particle systems to decouple thermal and viscous responses.

KEY WORDS nanofluids; particle size; thermal conductivity; dynamic viscosity

在技术驱动的时代,热工程领域不断催生新的研究方向,而开发高效传热流体则始终是热工程师追求的重要目标之一。研究表明,在基础流体中引入固体颗粒能够显著提升传热能力。基于这一现象,过去二十年间一种新型流体——纳米流体应运而生。纳米流体是由纳米级金属、金属氧化物或碳基材料分散在导热性较差的基液(如水、乙二醇、油)中形成的悬浮液,使其有效导热系数显著提高^[1]。因而纳米流体具有广泛的应用潜力,如太阳能光伏集热器^[2]、电子冷却^[3]、核反应堆冷却^[4]、及热交换器等^[5]。同时,纳米流体的性能主要依赖于其物性参数,如有效导热系数和有效黏度,这些参数不仅直接影响传热和流动行为,也成为多种工程应用的关键指标。

目前,实验研究与理论模型的进展已初步揭示了纳米流体物性参数的变化规律,尤其在有效导热性能方面取得了显著成果。液体导热本质上源于分子间短程相互作用和能量传递的协同效应,与气体依赖分子自由程碰撞实现随机传热不同,液态分子主要通过振动耦合和受限扩散实现更高效的能量输运。同时,由于液体缺乏固体那种

长程有序结构,其热传导始终处于一种动态平衡的中间状态。当纳米颗粒分散于基液中形成纳米流体后,该悬浮体系的导热机制便进一步融合了固液两相的特性。一方面,纳米颗粒的布朗运动能够诱导局部微对流,从而增强流体扰动并突破纯液相热扩散的限制^[6];另一方面,在固液界面上形成的1至2纳米厚分子有序层因其低热阻特性,显著削弱了传统理论中固液接触面所呈现的界面热阻效应^[7]。更为关键的是,当颗粒尺寸接近声子平均自由程时,声子可跨界面实现弹道传输,从而直接贯通固液两相的能量传递通道,从而大幅提升了导热系数^[8]。然而,如果颗粒尺寸过小,则界面声子散射的几何约束效应会引起能量耗散,反而抑制导热性能的进一步提升,体现出纳米流体导热强化的非线性尺寸依赖性^[9]。研究者对此进行了深入探讨,Su和Davidson^[8]通过固体相克努森数 Kn_s 研究发现,当 $10^{-1} \leq Kn_s \leq 10$ 时,传热机制会从热扩散主导的导热区转变为声子弹道效应主导的过渡区。实验研究进一步表明,较小颗粒尺寸能够增强声子传输效应从而提高导热效率,但过小的颗粒则可能因界面散射而限制传热^[10-11]。而过大的颗

粒则易削弱布朗运动并诱发颗粒聚集效应^[12]. 因此, 在纳米流体中存在一个最优颗粒尺寸, 可使传热效率达到最大化, 而相关数值模拟研究也进一步证实了这一结论, 隋鹏翔^[13]对 $10^{-6} \leq Kn_s \leq 10^4$ 范围内的纳米流体自然对流进行了数值计算, 结果表明无论在热传导还是热对流占主导的区间, 均存在最优的颗粒尺寸 $Kn_s = 10^{-1}$, 以达到最大的传热效率.

与导热性能相比, 纳米流体的流动性能同样备受关注, 其黏度不仅反映了流体内部摩擦力的大小, 还直接影响着工程系统中传热传质的效率. 液体的黏度本质上由分子间相互作用、碰撞及吸引力决定, 并与液体的密度、温度以及分子排列状态密切相关. 当纳米颗粒分散于基液中形成纳米流体后, 原有液体黏度的基本机制得以延续, 但固液界面效应与颗粒间相互作用也对整体黏度产生了显著影响. 具体而言, 颗粒表面吸附的液体分子在固液界面上形成一层结构化的分子层, 该层具有较高的流动阻力, 从而导致整体黏度的增加. 而在高浓度条件下, 颗粒间相互作用尤为重要, 范德华力决定了颗粒的聚集状态, 聚集效应进而改变了局部流动特性, 进一步影响黏度^[14]. 此外, 高浓度纳米流体常表现出非牛顿流体特性, 其流变行为会随剪切速率的变化而发生显著改变, 这一现象不仅需要在理论模型中加以充分考虑, 也应在实验研究中予以重视^[15]. 与此同时, 颗粒形状、分散稳定性以及基液与颗粒间的相容性等因素亦可能对纳米流体的黏度产生影响, 而颗粒尺寸对有效黏度的影响目前仍存在一定争议. Chambre 和 Schaaf^[16]提出, 液体相克努森数 Kn_f 可以划分流动区域为连续区、滑移区、过渡区和自由分子区. 研究表明, 颗粒尺寸的变化会显著影响流体的有效黏度, 其具体机制可能与颗粒表面作用力及流体动力学特性相关, 但这一点仍需进一步研究验证.

综上所述, 尽管已有大量研究揭示了颗粒尺寸对纳米流体导热和黏度性能的重要影响, 但当前综述文献多集中于体积分数和温度效应, 对于颗粒尺寸这一关键因素的系统研究仍相对匮乏. 因此, 本文拟对纳米流体颗粒尺寸效应进行系统综述, 主要包括以下三方面内容: (1) 实验研究梳理, 总结颗粒尺寸对有效导热系数和黏度系数的影响规律, 明确颗粒尺寸与体积分数和温度等参数的耦合效应; (2) 理论模型与经验关联式梳理, 梳理与颗粒尺寸相关的理论模型和经验关联式, 探讨其适用性与局限性; (3) 实验数据与模型对

比, 分析经验关联式的建模思路和参数化表现, 并将部分理论模型和经验关联式与实验数据进行对比. 通过这三部分内容的系统阐述, 将为研究者在纳米流体工程应用和数值模拟中物性参数模型的选择与优化提供重要参考.

1 纳米流体有效导热系数

1.1 纳米流体有效导热系数的实验研究

纳米流体的有效导热系数 k_e 是决定其热效率的重要热物理特性. k_e 受许多因素影响, 包括纳米颗粒尺寸 d_s 、颗粒形状因子 η_s 、颗粒体积分数 ϕ_s 、温度 T 、颗粒和基液性质等 (下标 e、s、f 分别表示对应的纳米流体、固体颗粒和基液流体的相关物理量). 本节通过综合实验数据、理论模型和经验关联式总结纳米流体有效热导率分别与 d_s 、 ϕ_s 和 T 的关系. 表 1 总结的大量研究系统地揭示了颗粒尺寸 d_s 和体积分数 ϕ_s 对 k_e 的具体影响.

实验研究表明, 由于纳米颗粒的高导热系数, 将纳米颗粒分散于基液中可以显著提高悬浮液的导热性能. Xie 等^[35]研究了 600 nm 圆柱形和 26 nm 球形 SiC-水纳米流体, 发现减小 d_s 能有效提高 k_e , 尤其在 $\phi_s = 4.2\%$ 时, 较小尺寸颗粒的 k_e 增幅可达 22.9%. Satti 等^[36]将不同颗粒尺寸的 Al_2O_3 ($15 \text{ nm} \leq d_s \leq 45 \text{ nm}$)、 SiO_2 ($10 \text{ nm} \leq d_s \leq 100 \text{ nm}$)、 ZnO ($36 \text{ nm} \leq d_s \leq 76 \text{ nm}$) 分散于水/丙二醇混合液中, 结果显示 k_e 随 d_s 的减小而增大, 且增幅随 ϕ_s 的增加而加大. 类似的趋势也在 He 等^[29]和 Xuan 和 Li^[37]的研究中得到了进一步验证. 针对这一现象, Eastman 等^[30]通过尺寸小于 10 nm 的 Cu-乙二醇纳米流体进行研究并指出, 颗粒表面和体积比随颗粒尺寸减小而增大是导致 k_e 增加的重要因素. 然而, 不同颗粒尺寸对 k_e 的影响存在一定的差异性. Colangelo 等^[38]研究了不同颗粒尺寸 $25 \text{ nm} \leq d_s \leq 100 \text{ nm}$ 的 Cu-油纳米流体的有效导热系数, 实验结果显示 k_e 随 d_s 的减小而提高, 他们解释这个原因是由于较小的尺寸导致颗粒平均间距减小, 从而导致弹道声子传输增强效果. Xie 等^[10]通过 Al_2O_3 -水/乙二醇/油纳米流体发现当 $15 \text{ nm} \leq d_s < 60.5 \text{ nm}$ 时, k_e 随 d_s 的增加而增大, 而当 $60.5 \text{ nm} \leq d_s \leq 302 \text{ nm}$ 时, k_e 反而随 d_s 的增加而减小. 他们认为这是由于当 d_s 小于声子平均自由程时, 较小颗粒会增强弹道声子传输效应, 从而提高 k_e . 但当 d_s 远超过自由程时, 颗粒间散射可能会限制导热性能. 类似的现象也在 Beck 等^[24]的研究中得到了验证. 此外, 也有部分研究得出了与上述结果不同的结论. Chen 等^[33]

表 1 纳米流体导热系数实验研究总结

Table 1 Summary of the experimental investigations of the thermal conductivity of the nanofluids

Reference	Nanoparticle	Particle size/nm	Volume fraction/%	Base fluid	Maximum enhancement ratio/%
[17]	Al ₂ O ₃	38.4	4	Water	24.3
[10]	Al ₂ O ₃	15, 26, 60.4, 302	1–5	Water	29
[18]	Al ₂ O ₃	131	4	Water	24
[19]	Al ₂ O ₃	38.4	4.3	Water	33
[20]	Al ₂ O ₃	28	5.5	Water	16
[21]	Al ₂ O ₃	11/47/150	1–4	Water	32
[22]	Al ₂ O ₃	36/47	6	Water	28.2
[23]	Al ₂ O ₃	36/47	19	Water	15
[24]	Al ₂ O ₃	8–282	2–4	Water	18
[25]	Al ₂ O ₃	11, 20, 40	5	Water	10
[26]	Al ₂ O ₃	11–150	3	Water	33
[27]	Al ₂ O ₃	71.6, 114.5, 136.8	0.51	Water	6
[19]	Al ₂ O ₃	28	5	Ethylene glycol	24.5
[28]	TiO ₂	15	5	Water	33
[29]	TiO ₂	95, 145, 210	0.6	Water	3
[30]	TiO ₂	22.9, 51.87, 43.80	2.5	Water	169
[30]	CuO	36	5	Water	60
[19]	CuO	23.6	5	Water	60
[31]	Cu	50–250	0.2	Water	23
[32]	Cu	10	0.3	Ethylene glycol	40
[33]	SiO ₂	10–280	16	Water	16
[34]	SiO ₂	10, 20, 40, 60	2–14	Water	14

研究了 SiO₂–水纳米流体的导热系数, 实验结果表明当 $\phi_s = 16\%$ 时, 颗粒尺寸从 100 nm 增加到 280 nm, k_e 随颗粒尺寸的增加而增大, 他们解释这种现象是由于固体颗粒–液体基液界面热阻随颗粒尺寸的增加而增大. 类似的结论也在 Timofeeva 等^[39]的研究中得到了证实.

尽管传统观点认为纳米颗粒的热导率 k_s 越高, 纳米流体的热导率 k_e 也会相应提高, 但一些实验结果表明, 高热导率的颗粒并不总是能显著提高 k_e . Song 等^[40]研究发现颗粒与基液的声子频率匹配度在热传导中起着至关重要的作用. 当纳米颗粒的声子频率与液体的声子频率匹配时, 即使 k_s 较低, 它们依然可能有效增强纳米流体的导热性. 此外, Jin 等^[41]研究通过动态分子方法研究了高热导率的纳米颗粒对纳米流体导热性能的影响, 分别分析了 Au–水、Ag–水、Cu–水和 Fe–水纳米流体的导热系数. 研究结果表明, 仅依赖颗粒的本体热导率并不能保证纳米流体热导率的显著提升. 更为

关键的因素在于颗粒与液体之间的界面作用, 特别是固液界面处的纳米层以及颗粒与液体之间的声子频率匹配度. 具体而言, 纳米层的厚度和结构受颗粒与液体之间相互作用强度的影响. 更厚且有序的纳米层能够在颗粒与液体之间搭建更好的热通道, 从而有效降低界面热阻, 提升导热性能. 此外, 只有频率位于液体振动谱带内的声子才能有效地跨界面传递热量. 通过对比颗粒和液体的声子态密度谱, 可以量化它们之间的匹配度. 声子频率匹配度越高, 界面导热能力越强, 最终将提升纳米流体整体热导率.

此外, 颗粒形状也是影响 k_e 的另一个关键因素. Murshed 等^[28]的研究表明, 在去离子水中分散的 TiO₂纳米颗粒中, 棒状颗粒和球状颗粒分别使有效热导率提高了近 33% 和 30%, 说明不同形状的颗粒在传热过程中表现出差异化效应. Xie 等^[35]研究了 SiC 纳米颗粒的形状对导热性能的影响, 其结果表明尽管柱状纳米颗粒的平均尺寸较大, 但

在相同基液中, 其导热增强效果远超球形颗粒, 这可能与柱状颗粒较高的表面积/体积比以及更易形成连续传热通道有关. 此外, Zhang 等^[42]通过实验发现 Al_2O_3 纳米流体的对流换热强度与颗粒形状和尺寸有直接关系, 这是由于不同形状的纳米颗粒具有不同的表面积/体积比, 而更大的表面积/体积比可以更有效地提高纳米流体的导热系数. Maheshwary 等^[43]的研究也证实了这一观点, 实验研究了不同形状的 TiO_2 -水基纳米流体的热导率特性, 考察了立方体、棒状和球形纳米颗粒对热导率的影响. 实验结果表明, 立方体形纳米颗粒的热导率高于棒状和球形颗粒. 这可能与立方体颗粒相较于其他两种形状具有更高的表面积/体积比有关. 然而, 该趋势并非绝对成立, 具体情况仍取决于不同形状纳米颗粒的直径和高度. 一般而言, 较高的表面积/体积比有助于提高热传递效率, 因为热传递过程主要依赖于表面积. Zhu 等^[44]测量了 CuO -二甲基硅油纳米流体的热导率, 分别考察了球形和线状纳米颗粒的影响. 实验发现, 在恒定温度 $25\text{ }^\circ\text{C}$ 下, 随着纳米颗粒浓度的增加, 纳米流体的热导率呈线性增长. 此外, 含有线状纳米颗粒的纳米流体的热导率高于含球形颗粒的纳米流体. 然而, 这种导热系数的增强效果依赖于颗粒在流体中的分布以及相互作用. 例如, 棒状颗粒在一定条件下可能产生团聚效应, 从而降低传热效率.

对于颗粒体积分数 ϕ_s 与 k_e 的关系研究, 研究者们给出了相对统一的观点, 即 k_e 随 ϕ_s 的增加而显著提高. Eastman 等^[30]测量了不同纳米颗粒 (Al_2O_3 、 CuO 、 Cu) 弥散于水和油中的有效导热系数, 结果显示在 $d_s = 36\text{ nm}$ 和 $\phi_s = 5\%$ 的条件下, CuO -水纳米流体的 k_e 提高了 60%. Lee 等^[19]对比了 38 nm 的 Al_2O_3 和 23 nm 的 CuO 纳米颗粒分散在水和乙二醇中的导热性能, 发现 $\phi_s = 4.3\%$ 时, Al_2O_3 -水的 k_e 提升超过 20%, 而 $\phi_s = 5\%$ 时, CuO -水的 k_e 提升约 60%. Murshed 等^[28]还研究了 15 nm 棒状和球形 TiO_2 -水纳米流体的导热性能, 发现在 $\phi_s = 5\%$ 的条件下, 棒状和球形 TiO_2 -水纳米流体的 k_e 分别提高了 33% 和 30%. 导热系数 k_e 随 ϕ_s 的增大而增加的效果在 Wang 等^[20]的研究中得到了验证, 他们发现 Al_2O_3 -水纳米流体在 $\phi_s = 5.5\%$ 的条件下 k_e 提升了 16%. 然而, 当 ϕ_s 过高时, 易导致聚集现象的发生, 而这种聚集效应对纳米流体的导热系数影响较为复杂. 研究表明, 与单个颗粒相比, 松散聚集体的有效体积更大, 热能能够在聚集体内部更高效地传递, 从而可能提升整体导热系数^[45]. Yu 等^[46]研

究了 ZnO -乙二醇纳米流体在 $10 \sim 60\text{ }^\circ\text{C}$ 温度范围内的热导率, 并考察了不同体积分数对其影响. 结果表明, 随着纳米颗粒浓度的增加, 热导率呈现非线性增长. 当体积分数达到 5% 时, 纳米流体的热导率相较于基液提高了 26.5%, 这一增强可能与颗粒聚集效应密切相关. 当纳米颗粒发生聚集时, 相互接触面积增大, 从而可能增强纳米流体的热导率. Altan 和 Bucak^[47]通过 Fe_3O_4 纳米颗粒的实验发现, 固体颗粒与流体分子之间的强相互作用可诱导松散聚集体的形成, 并通过界面流体分子介导构建贯通的导热路径, 显著提升纳米流体的导热能力. 因此, 在探讨颗粒体积分数对纳米流体导热系数的影响时, 不仅要考虑单个颗粒的贡献, 还需充分关注颗粒聚集及其伴随的界面纳米层效应对传热性能的影响. 研究表明, 纳米颗粒的聚集程度与纳米流体热导率 k_e 之间存在明显的关系^[9]. 随着颗粒聚集度的增加, k_e 呈上升趋势, 特别是在颗粒较小的情况下, 聚集效应对 k_e 的提升作用更为显著. 然而, 对于较大的颗粒, 聚集效应对导热的提升作用相对较小. 这一现象主要与声子的平均自由程密切相关, 颗粒聚集形成的“有效热通道”能显著增加声子平均自由程, 从而提升热导率. 然而, 纳米颗粒的聚集也会改变界面对导热的影响, 进而影响声子的平均自由程. 特别是在颗粒聚集的情况下, 界面散射减弱, 促使热传导的提升. Guan 等^[48]采用分子动力学模拟计算了 Cu-Ag/Ar 混合纳米流体的热导率及其界面扩散系数. 研究结果表明, 等量的银和氩气混合物的混合纳米流体表现出最高的热导率提升 (69.72%), 超越了 Cu/Ar (26.4%) 和 Ag/Ar (47.95%) 纳米流体. 这一现象的主要原因在于, 混合颗粒表面形成的致密、有序液体纳米层为固液界面提供了更多的声子传热通道, 同时, 氩原子在纳米颗粒表面与液体之间的跳跃加速了能量的传递, 使得热导率得到了显著提升. Wang 等^[49]通过多体扩散动力学—分子动力学模拟发现, 通过调节纳米颗粒表面的电荷, 可以使 Cu -水纳米流体进入一种混合态结构, 即少量松散聚集与自由分散的颗粒共存. 模拟表明, 随着每个纳米颗粒的无量纲电荷增加, 系统表现出三种不同的结构状态, 即完全聚集、混合态、完全分散. 在混合态下, 聚集体的分形维数降至最小, 同时纳米流体的有效热导率达到峰值, 该现象的物理机制可归结为两种界面效应之间的权衡, 聚集体表面形成的纳米层有助于增强热传导, 而固-液界面处的 Kapitza 热阻则抑制热量传递.

温度 T 也是影响 k_e 的另一个关键因素. 许多研究表明, 随着温度的升高, 纳米流体的 k_e 呈现显著的非线性增强. Das 等^[17] 研究了温度从 21 °C 升至 52 °C 时 Al_2O_3 纳米流体的热导率, 结果表明 k_e 增加了 2 ~ 4 倍. Li 和 Peterson^[50] 的实验结果表明, 当温度从 27 °C 升高到 34.7 °C, Al_2O_3 -水纳米流体的 k_e 提高了约 3 倍. Li 等^[22] 测试了不同温度 (300 ~ 310 K) 下 Al_2O_3 -水纳米流体的导热系数, 实验结果显示 k_e 随 T 的增大呈现非线性增加. 此外, Mintsu 等^[23]、Patel 等^[26] 和 Lee 等^[27] 的研究也发现了 k_e 随 T 的升高而增加的变化趋势. 多数研究认为, 温度的升高增强了颗粒的布朗运动, 从而提高了纳米流体的导热系数. Chon 等^[21] 测试了不同温度 (294 ~ 344 K) 下 Al_2O_3 -水纳米流体导热性能, 实验结果表明随着温度升高, 颗粒的布朗运动增强, 导致纳米流体的导热系数增大. Shima 等^[51] 研究了高温下布朗运动引起的微对流对纳米流体 k_e 的影响, 发现与微对流相比, 颗粒团聚以及界面热阻是提高 k_e 的主要机制.

1.2 纳米流体有效导热系数的理论模型和经验关联式研究

在纳米流体研究中, 有效导热系数 k_e 是表征由纳米颗粒与基液组成的复合材料整体热传导能力的关键物理参数. 为了更准确地描述多组分系统, 研究者通常采用有效介质模型 (Effective medium models, EMM). EMM 通过分析个组分的微观特性, 推导出复合材料的整体有效性质, 这类模型适用于预测纳米流体等多相体系的有效性质. 常见的纳米流体有效导热系数 k_e 的 EMM 经典模型包括 Maxwell-Garnett 模型^[52]:

$$k_e = \left(1 + \frac{3\phi_s(k_s - 1)}{2 + k_s - \phi_s(k_s - 1)} \right) k_f \quad (1)$$

其中, k_s 是固体相纳米颗粒的导热系数、 k_f 是基液的导热系数. 该理论公式适用于悬浮颗粒为理想球形、均匀分散且颗粒间无相互作用, 同时忽略固液界面热阻的情况. 这些假设使得模型在数学上较为简洁, 但同时也限制了其在实际应用中的准确性. 实际上, 纳米流体中的颗粒因布朗运动、温度梯度引发的微对流及颗粒间碰撞等动态效应, 其分布呈现时间依赖性和局部非均匀性. 此外, 固液界面通常会形成一层具有一定热阻的结构化分子层. 最后, 该模型对非球形颗粒的适用性较差. 为此, Bruggeman^[53] 试图在一定程度上考虑颗粒与基液间的相互作用, 提出了另一种 EMM 经典模型 (即 Bruggeman 模型):

$$\phi_s \left(\frac{k_s - k_e}{k_s + 2k_e} \right) + (1 - \phi_s) \left(\frac{k_f - k_e}{k_s + 2k_e} \right) = 0 \quad (2)$$

与 Maxwell-Garnett 模型相比, Bruggeman 模型更具通用性, 它适用于较高浓度组分的纳米流体, 而在低浓度组分的情况下, Bruggeman 模型又将回归 Maxwell-Garnett 模型. 随后, Hamilton 和 Crosser^[54] 考虑了颗粒形状的影响, 并开发了适用于非球形颗粒悬浮体系的 HC 模型:

$$k_e = \left[\frac{k_s + (n-1)k_f + (n-1)\phi_s(k_s - k_f)}{k_s + (n-1)k_f - \phi_s(k_s - k_f)} \right] k_f \quad (3)$$

其中, $n = 3/\psi$ 为颗粒形状因子, ψ 为颗粒表面积与体积的比值. 当 $n = 3$ 时, 纳米颗粒为球形, 此时模型将回归 Maxwell-Garnett 模型; 而当 $n = 6$ 时, 颗粒为圆柱形, 此时 HC 模型的预测精度将高于 Maxwell-Garnett 模型.

尽管经典模型为理解纳米流体的有效导热系数提供了理论框架, 但由于颗粒尺寸、分布、温度等因素的复杂性, 现有的理论模型往往无法完美预测实验结果. 因此, 许多研究者结合实验数据拟合, 通过拟合参数修正传统的 EMM 模型, 提出了纳米流体有效导热系数的经验关联模型. Khanafer 和 Vafai^[55] 基于 Al_2O_3 -水和 CuO -水纳米流体的实验数据, 开发了以下经验公式:

$$k_e = \left[1 + 1.0112\phi_s \left(1 - e^{-0.025d_s} \right) \right] k_f \quad (4)$$

Beck 等^[24] 基于 Al_2O_3 -水和 Al_2O_3 -乙二醇纳米流体的实验数据, 得出导热系数的经验关联式:

$$k_e = \left(4.4134\phi_s + 2.4375\phi_s \frac{47}{d_s} - 0.0248 \frac{k_s}{k_f} \right) k_f \quad (5)$$

此外, Patel 等^[26] 通过对实验数据的回归分析, 提出了一个包含 d_s 和 T 影响的经验关联式:

$$k_e = \left[1 + 0.135 \left(\frac{k_s}{k_f} \right)^{0.273} \times \phi_s^{0.467} \times \left(\frac{T}{20} \right)^{0.547} \times \left(\frac{100}{d_s} \right)^{0.234} \right] k_f \quad (6)$$

上述模型虽然已能较好地预测纳米流体的有效导热系数, 但一些实验表明纳米流体的热导率往往表现出异常增大的现象. 为了解释这一现象, Xuan 和 Li^[37] 则提出了四种可能的机制: 悬浮纳米颗粒引起的表面积增加、流体导热系数增加、颗粒间的相互作用、流体的湍流加剧颗粒的运动. 为进一步解释这一现象, 研究者们开始就微观尺度下纳米颗粒间的作用展开深入研究. Xuan 等^[56] 在 Maxwell-Garnett 模型的基础上, 修正了其中忽略颗粒相互作用的问题, 考虑了纳米粒子的布朗运

动以及聚集结构, 并提出了以下模型:

$$k_e = \left[\frac{k_s + 2k_f + 2\phi_s(k_s - k_f)}{k_s + 2k_f - \phi_s(k_s - k_f)} \right] k_f + \frac{\rho_s \phi_s c_{ps}}{2} \sqrt{\frac{K_B T}{3\pi r_s \mu_f}} \quad (7)$$

式中, K_B 为玻尔兹曼常数、 ρ_s 为颗粒密度、 c_{ps} 为颗粒比热容、 μ_f 为基液黏度、 r_s 为颗粒聚体结构的半径, 该公式量化了布朗运动对总热导率的影响, 使模型预测结果更符合实验数据. Prasher^[57] 认为布朗运动引起了颗粒附近液体的微观对流, 从而导致纳米流体有效导热系数增加, 并提出了相应的模型:

$$k_e = \left(1 + C_1 Re^{m_1} Pr^{0.333} \phi_s \right) \left[\frac{k_s + 2k_f + 2\phi_s(k_s - k_f)}{k_s + 2k_f - \phi_p(k_s - k_f)} \right] k_f, \quad Re = \frac{1}{\nu_f} \sqrt{\frac{18 K_B T}{\pi \rho_s d_s}} \quad (8)$$

式中, C_1 和 m_1 均为常数, Re 为雷诺数、 Pr 为普朗特常数、 ν_f 为基液运动黏度. 尽管部分研究者认为颗粒布朗运动提高了纳米流体的导热系数, 但也有人持不同观点. Evans 等^[6] 通过分子动力学模拟和有效介质理论, 指出布朗运动对纳米流体热导率的贡献非常小. Jang 和 Choi^[58] 进一步研究, 发现高温会削弱布朗运动对导热系数的作用. 此外, 颗粒的平均自由程 λ_s 也会对导热系数有显著影响. Kumar 等^[59] 针对特定尺寸的纳米颗粒尺寸可以最大化传热效率这一问题, 提出了一个结合颗粒尺寸和布朗运动效应的函数表达式:

$$k_e = \sum_{i=1}^3 \int_0^{\omega_{D,i,l}} \frac{k_s(i, \omega)(1 + 2\alpha) + 2k_{f,layer}(i, \omega) + 2\phi_{s,cp} [k_s(i, \omega)(1 - \alpha) - k_{f,layer}(i, \omega)]}{k_s(i, \omega)(1 + 2\alpha) + 2k_{f,layer}(i, \omega) - \phi_{s,cp} [k_s(i, \omega)(1 - \alpha) - k_{f,layer}(i, \omega)]} k_{f,layer}(i, \omega) d\omega \quad (11)$$

其中, $i=1$ 为声子纵向分支、 $i=2,3$ 为声子横向分支、 ω 为声子频率, $k_{f,layer}$ 为颗粒与流体吸附层的液体导热系数, $\phi_{s,cp} = [d_s/(d_s + 2h)]^3$ 为考虑吸附层结构体系中的纳米颗粒体积分数, h 为吸附层厚度, α 为吸附层的 Kapitza 热阻. 在该有效介质模型中, 纳米颗粒与基液的声子频率匹配度被认为是影响纳米流体导热性的关键因素. 模型表明, 即使颗粒本身的热导率较低, 若颗粒的声子频率与液体的声子频率匹配较好, 仍能显著提高纳米流体的导热性. 通过调节颗粒与液体之间的声子匹配, 可以优化界面传热, 减少热阻, 从而有效提升纳米流体的热导率.

为了便于研究不同纳米流体体系的有效导热系数 k_e 和黏度 μ_e 物性数据, 表 2 整理了当前文献中常用金属和金属氧化物纳米颗粒及其基液的关键物性数据. 在纳米流体的实验与数值模拟研究中,

$$k_e = \left[1 + \frac{2K_B T}{\pi \mu_f d_s^2} \cdot \varphi \frac{\phi_s d_s}{k_f(1 - \phi_s) d_s} \right] k_f, \quad \varphi = \phi_s \lambda_s K_B \quad (9)$$

该模型通过对颗粒尺寸的优化, 提出了最大化传热效率的特定颗粒尺寸条件. Sui 等^[60] 同样考虑了颗粒平均自由程 λ_s 与 d_s 的影响, 通过引入固体相克努森数 Kn_s 提出了新的经验关联式:

$$k_e = \left[\frac{3 + \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) + 2\phi_s \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right)}{3 + \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) - \phi_s \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right)} \right] k_f, \quad \frac{k_s}{k_b} = \frac{1}{1 + C_2 Kn_s^{m_2}} \quad (10)$$

其中, k_b 则为纳米颗粒材料导热系数. $Kn_s = \lambda_s/d_s$ 定义为固体颗粒平均自由程与颗粒尺寸的比值. 在低 Kn_s 的连续区内, $k_s \approx k_b$, 此时纳米流体有效导热系数回归到 Maxwell-Garnett 模型. 而在高 Kn_s 的过渡区, 纳米颗粒的尺寸效应反映在 k_s/k_b 的比值上, 其导热系数的比值随 Kn_s 的增加而下降, 因此, 该纳米流体的有效导热系数经验公式在从连续区到过渡区间都适. 此外, 修正系数 $C_2 = 4/3$ 和 $m_2 = 1$ 是基于 Al_2O_3 -水纳米流体的实验数据^[23] 通过相关性分析得出. Song 等^[40] 考虑了声子频率与颗粒、液体之间相互作用对纳米流体热导率的影响, 并提出了基于声子理论的有效介质模型. 该模型的表达式如下:

Al_2O_3 -水纳米流体受到了广泛关注, 在相关文献中具有主导地位. 因此, 为了进一步分析实验数据与理论模型及经验关联式之间的差异, 图 1 展示了部分 Al_2O_3 -水纳米流体在不同颗粒尺寸 d_s 和体积分数 ϕ_s 下的实验数据与理论模型和经验公式的对比结果. 如图所示, 大多数实验数据表明 k_e 随

表 2 纳米流体热物理性质参数^[61-62]

Material	Density/ ($kg \cdot m^{-3}$)	Specific heat/ ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)	Thermal conductivity/ ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)
Al_2O_3	3970	765	40
Cu	8933	385	401
Ag	10500	235	429
TiO_2	4250	686.2	8.954
Fe_3O_4	5200	670	6
H_2O	997.1	4179	0.613

d_s 的减小而增加。然而, 传统理论模型 (如 Maxwell-Garnett 模型^[52] 和 Bruggeman 模型^[53]) 由于未考虑颗粒尺寸的影响, 因此仅能预测 k_e 随 ϕ_s 呈线性增长的趋势, 而无法准确反映颗粒尺寸对 k_e 的影响。相比之下, 基于实验数据提出的经验关联式 (如 Sui 等^[60] 和 Patel 等^[26] 的经验公式) 能够体现颗粒尺寸的影响, 但两者在数学形式和拟合结果上存在差异。Sui 等^[60] 提出的经验公式显示 k_e 与 ϕ_s 呈线性关系, 并且 k_e 随 d_s 的减小而增大; 而 Patel 等^[26] 提出的经验公式则表明 k_e 与 ϕ_s 呈非线性关系, 在 ϕ_s 较小的情况下, k_e 随 ϕ_s 的增大而迅速增大, 之后趋于平稳增长。这种差异可能源于实验过程中纳米颗粒间的相互作用、布朗运动或颗粒团聚效应的影响, 从而导致了不同经验公式的拟合结果存在差异。

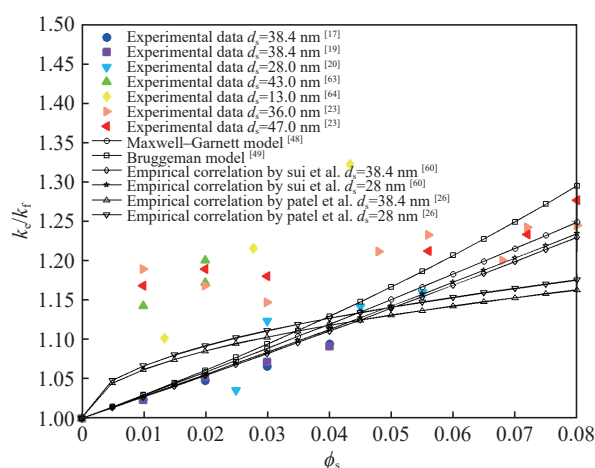


图1 Al_2O_3 -水纳米流体有效导热系数随不同颗粒尺寸和体积分数变化的实验数据与理论模型和经验关联式的比较

Fig.1 Comparison of the experimental data with theoretical models and correlations for the effective thermal conductivity of Al_2O_3 -water nanofluid at different particle sizes and volume fractions

综上所述, 纳米流体的有效导热系数 k_e 受颗粒尺寸 d_s 、颗粒形状因子 η_s 、体积分数 ϕ_s 和温度 T 等多重因素的综合影响。通常, 减小 d_s 和增大 ϕ_s 通常会显著提高 k_e 。但其中存在一个最佳颗粒尺寸 d_s , 当颗粒尺寸较小时, 声子传输效应增强, 有利于 k_e 的提升。然而, 但当颗粒尺寸进一步减小至某一临界值后, 界面散射效应开始占主导作用, 从而抑制 k_e 的提高。另一方面, 当颗粒尺寸超过最佳值时, 固液界面热阻趋于饱和、布朗运动减弱, 加之颗粒团聚效应的显现, 导致有效导热系数趋于平稳甚至下降。此外, 不同颗粒形状对 k_e 的影响存在差异, 这主要源于它们不同的表面积与体积比。具有较大表面积/体积比的颗粒通常能提供更多的传热通道, 从而更有效地提升纳米流体的导热性能。

且普遍认为较高的表面积/体积比通常会提升纳米流体的热导率。最后, 温度升高可以增强颗粒的布朗运动和微对流效应, 从而促进 k_e 的非线性增加。此外, 纳米颗粒的聚集程度也会影响 k_e , 尤其是在小颗粒情况下, 聚集效应能够显著提升热导率。聚集形成的“有效热通道”增加了声子平均自由程, 同时界面散射减弱, 进一步促进了热传导。通过调节纳米颗粒表面电荷, 混合态结构能够减少界面热阻, 从而优化热导率。

2 纳米流体有效黏度系数

2.1 纳米流体有效黏度系数的实验研究

纳米流体的有效黏度 μ_e 是决定其传热和传质效率的关键物理特性之一, 黏度反映了流体中分子间相互作用的强度, 直接影响流体的动量传递。在纳米流体中, 纳米颗粒的存在会改变液体的流动特性, 通常表现为黏度的增加。较高的黏度意味着流体内部分子间的摩擦力增大, 进而导致流动阻力增加, 从而影响动量传递的效率。黏度受多种因素的影响, 包括纳米颗粒尺寸 d_s 、颗粒形状因子 η_s 、体积分数 ϕ_s 、温度 T 以及基液黏性等因素的影响。本节通过实验数据以及理论和经验关联模型, 总结了纳米流体有效黏度与颗粒尺寸 d_s 、颗粒体积分数 ϕ_s 和温度 T 之间的关系。表3列出了研究者们对纳米流体的有效黏度进行的部分实验研究, 不同研究者对颗粒尺寸 d_s 与 μ_e 的关系存在分歧。

一些研究发现 μ_e 随 d_s 的增加而增大。Nguyen 等^[65] 研究了 Al_2O_3 -水纳米流体的黏度, 结果显示在 $\phi_s = 4\%$ 时, 36 和 47 nm 的 Al_2O_3 -水纳米流体的黏度几乎相同; 而在较高 ϕ_s 时, 36 nm 粒径的纳米流体有效黏度明显低于 47 nm 粒径的纳米流体。另一研究指出^[66], 36 nm 的 Al_2O_3 -水纳米流体黏度比 47 nm 低约 5%。此外, He 等^[29] 对不同颗粒尺寸 (95、145 和 210 nm) 的 TiO_2 -水纳米流体进行测量, 发现纳米流体的 μ_e 随 d_s 的增加而非线性增长。然而, 也有研究发现 μ_e 随 d_s 的增加而降低。Chevalier 等^[75] 研究了三种不同尺寸 (35、94 和 190 nm) 的 SiO_2 -乙醇纳米流体, 发现 35 nm 颗粒的黏度高于 94 nm 和 190 nm。类似地, Namburu 等^[83] 的实验表明, SiO_2 -水/乙二醇纳米流体的 μ_e 随 d_s 的增大而下降。此外, Lu 和 Fan^[68] 和 Pastoriza-Gallego 等^[82] 均发现较小颗粒由于更大的表面积导致界面阻力增加, 从而提高了黏度。还有部分研究未发现颗粒尺寸对纳米流体的黏度明确的规律性关系。Prasher 等^[73] 测量了 27、40 和 50 nm 的 Al_2O_3 -丙二醇纳米流体黏

表 3 纳米流体黏度系数实验研究总结

Table 3 Summary of the experimental investigations of the viscosity of the nanofluids

Reference	Nanoparticle	Particle size/nm	Volume fraction/%	Base fluid	Maximum enhancement ratio/%
[65–66]	Al ₂ O ₃	36, 47	1–9	Water	430
[67]	Al ₂ O ₃	45, 150	0.51–2.1	Water	6
[68]	Al ₂ O ₃	35, 45, 90	5	Water	14.1
[69]	Al ₂ O ₃	12, 28, 32, 80, 150	5	Water	88.2
[70]	Al ₂ O ₃	8.2, 14, 53	0.5–4	Water	65
[71]	Al ₂ O ₃	95, 100	0.5–6	Water	77
[72]	Al ₂ O ₃	10, 30	1–3	Water	107
[71]	Al ₂ O ₃	100	0.5–6	Ethylene glycol	30
[68]	Al ₂ O ₃	35, 45, 90	5	Ethylene glycol	28.7
[20]	Al ₂ O ₃	28	1.2–3.5	Ethylene glycol	39
[73]	Al ₂ O ₃	27, 40, 50	0.5–3	Propylene glycol	36.72
[70]	SiO ₂	6.5, 65, 110	0.5–4	Water	49
[74]	SiO ₂	10, 16, 25, 100	2	Ethanol	43
[75]	SiO ₂	35, 94, 190	1.1–7	Ethylene glycol	99
[76]	SiO ₂	25, 50, 100	8	Ethylene glycol, Water	62.5
[77]	SiO ₂	25, 50, 100	6	Ethylene glycol, Water	123.2
[78]	TiO ₂	25	0.25–1.2	Water	11
[79]	TiO ₂	21	0.2–2	Water	15
[29]	TiO ₂	95, 145, 210	0.6	Water	7.16
[80]	TiO ₂	21	0.2–3	Water	135
[81]	TiO ₂	25	0.1–1.86	Ethylene glycol	23
[82]	CuO	8-37	1–10(Mass fraction)	Water	73
[71]	CuO	152	0.5–6	Ethylene glycol	32

度,实验结果显示纳米流体的 μ_e 与 d_s 之间没有明显的规律性关系.这种差异可能与实验方法、纳米颗粒的聚集以及测量技术有关.

颗粒形状 η_s 对纳米流体黏度的影响同样不容忽视. Timofeeva 等^[39]研究了不同形状(包括片状、圆柱状、刀片状和砖块状)的 Al₂O₃–水/乙二醇混合基液中的黏度特性.实验结果表明,在 1% 体积分数条件下,各种颗粒形状的纳米流体其黏度随温度变化呈现明显不同的趋势,其中片状结构的黏度最高,而砖块状结构的黏度最低. Jeong 等^[84]通过 ZnO 纳米颗粒的实验进一步发现,含近似矩形颗粒的纳米流体的黏度比含球形颗粒的纳米流体高出 7.7%. Zhu 等^[44]研究了球形和线状 CuO 纳米颗粒分散在二甲基硅油中的黏度特性.实验结果表明在恒定温度 25 °C 时,随着纳米颗粒浓度的增加,纳米流体的黏度均呈上升趋势.然而,两种不同形状纳米颗粒的纳米流体黏度无显著差异,这可能由于所有测试样本的颗粒体积分数均低于

1%,浓度过低难以充分反映颗粒形状对黏度的影响,推测在更高浓度条件下,颗粒形状对黏度的影响将更为显著.

虽然研究者对于 μ_e 与颗粒尺寸 d_s 之间的关系存在不同的意见,但研究表明 μ_e 随 ϕ_s 的增加而显著增大. Nguyen 等^[66]首先研究了 36 nm 的 Al₂O₃–水纳米流体在不同 ϕ_s (1%、4%、9% 和 12%) 下的黏度.实验结果表明,随着 ϕ_s 的增加,纳米流体的有效黏度相较于水分别增加了 12%、60%、200%、430%.此外,他们还测量了 47 nm 的 Al₂O₃在 ϕ_s 为 2.1%、4.3%、8.5% 和 12.2% 时的黏度,结果同样显示纳米流体的有效黏度相较于水分别增加了 10%、40%、100%、210%. Duangthongsuk 和 Wongwises^[79]对 TiO₂–水纳米流体的实验结果表明,当 $0.2\% \leq \phi_s \leq 2\%$ 时, μ_e 的增加率从 4% 到 15%.此外, Putra 等^[18]的实验结果也表明,当 ϕ_s 在较低范围内(如 1% ~ 5%)时, μ_e 随浓度呈线性增长,类似结论也见于 Chandrasekar 等^[63]的研究.此外,当 ϕ_s 较高时,会

出现颗粒聚集效应, 而聚集对纳米流体黏度同样产生显著影响. 过大时则会出现颗粒聚集的效应, 颗粒聚集在纳米流体的黏度特性中同样发挥着重要作用^[85]. Gaganpreet 和 Srivastava^[14] 研究了分形聚集体及其周围界面层对纳米流体流变特性的影响, 结果表明, 随着聚集体有效半径的增大, 纳米流体的黏度显著上升. 此外, 纳米流体的稳定性对实际应用至关重要, 因为颗粒聚集不仅会提高黏度, 还可能影响流体的长期流变行为. 因此, 通过添加表面活性剂或调控颗粒间相互作用以合理控制聚集状态, 是优化纳米流体性能的重要策略^[86].

大多数研究中表明 μ_e 随温度 T 升高而下降. Nguyen 等^[65-66] 的实验结果表明, 在 21 ~ 75 °C 范围内, Al_2O_3 -水和 CuO -水纳米流体的 μ_e 随 T 的升高明显降低. Kulkarni 等^[87] 的研究显示, 在 35 ~ 50 °C 范围内, 水基 Al_2O_3 、 SiO_2 、 CuO 纳米流体的 μ_e 随温度呈指数下降趋势. Anoop 等^[67] 的研究也发现, CuO -乙二醇、 Al_2O_3 -乙二醇和 Al_2O_3 -水纳米流体在温度为 20 ~ 50 °C 的范围内, 黏度随 T 升高而减小. 此外, 文献 [88-89] 的研究均观察到类似现象. 然而, Prasher 等^[73] 和 Chen 等^[81] 的实验未发现 μ_e 与 T 之间存在显著关系. 这可能由于在不同研究中的纳米流体制备方法及实验条件存在较大差异造成.

纳米流体中能量传递和动量传递是通过流体分子间的相互作用来实现, 特别是颗粒与基液之间的界面效应在这两者的传递中起着至关重要的作用. 界面扩散系数和纳米层的密度对 k_e 和 μ_e 均有显著影响. 当颗粒表面与液体分子之间的交换速率提高时, 不仅能有效提升 k_e , 还能通过减少颗粒间的粘性摩擦, 降低流动阻力, 从而改善流体的黏度特性. 随着颗粒聚集度的增加, 界面纳米层的密度和结构发生变化, 这不仅直接影响热传导, 还会改变流体的黏度特性, 进而影响动量的传递^[90].

在高颗粒体积分数的纳米流体中, 颗粒聚集效应的增强增加了纳米层的密度, 提供更多的声子传导通道, 从而有效提高热导率. 然而, 界面摩擦和颗粒间的相互作用也随之增强, 导致流动阻力增大, 从而使 μ_e 上升. 实验数据和理论分析表明, 导热系数与黏度之间确实存在一定的关联^[91]. 颗粒聚集使得颗粒间界面摩擦加剧, 颗粒与液体的相互作用增强, 进而增加了流动阻力和黏度, 这些变化不仅影响能量传递的效率, 也直接影响动量传递. 因此, 在纳米流体的制备过程中, 需要优化颗粒浓度、聚集形态及其界面效应, 以便在提高

热导率的同时, 尽量控制黏度的增加, 从而实现最佳的传热性能和流动效率.

2.2 纳米流体有效黏度系数的理论模型和经验关联式研究

纳米流体有效黏度的理论模型最早由 Einstein 于 1906 年提出, 他基于线性关系推导出了一个简单的有效介质模型 (EMM) 公式^[92]:

$$\mu_e = (1 + 2.5\phi_s)\mu_f \quad (12)$$

该公式表明 μ_e 与 ϕ_s 呈线性关系, 但忽略了颗粒间的相互作用, 因此适用范围仅限于较低体积分数的 $\phi_s \leq 2\%$ 纳米流体. Brinkman^[93] 基于 Einstein 模型, 考虑了在连续介质中添加溶质分子的影响, 提出了一个适用于中等颗粒体积分数的 $\phi_s \leq 4\%$ 的 EMM 改进模型:

$$\mu_e = \left[\frac{1}{(1 - \phi_s)^{2.5}} \right] \mu_f \quad (13)$$

对于更高颗粒体积分数 $\phi_s \geq 10\%$ 的情况, Batchelor^[94] 提出了考虑颗粒刚性和球形悬浮颗粒的 μ_e 模型:

$$\mu_e = (1 + 2.5\phi_s + 6.5\phi_s^2)\mu_f \quad (14)$$

该模型主要适用于高浓度颗粒悬浮液, 并能有效描述颗粒间相互作用对流体黏度的影响.

尽管经典的有效黏度理论模型为理解和计算纳米流体的黏度提供了重要的理论基础, 但这些模型在实际应用中仍然存在一定的局限性, 特别是在颗粒尺寸 d_s 对黏度的影响方面, 因此与实验数据之间存在一定的差距. 为了更准确地描述纳米流体的有效黏度, 许多研究者根据实验数据提出了 μ_e 经验关联式, 以弥补经典模型的不足. Nguyen 等^[65] 研究了不同颗粒粒径的纳米流体黏度, 并分别针对 36 nm 和 47 nm 的 Al_2O_3 颗粒提出了两个经验公式:

$$\mu_e = (1 + 0.025\phi_s + 0.015\phi_s^2)\mu_f \quad (15)$$

和

$$\mu_e = 0.904e^{0.148\phi_s}\mu_f \quad (16)$$

该模型显示了颗粒体积分数 ϕ_s 对黏度的影响, 但并未充分体现颗粒尺寸 d_s 对黏度的作用. 虽然颗粒尺寸对纳米流体的有效黏度有显著影响, 但不同研究者对此的看法存在差异. 许多研究表明, 较大的颗粒尺寸可能会增加黏度系数. Hemmat Esfe 等^[95] 对三种不同粒径 (37、71 和 98 nm) 的 Fe-水纳米流体进行了实验研究, 并基于实验数据拟合了纳米流体的有效黏度:

$$\mu_e = 1 + (0.1008\phi_s^{0.6974}d_s^{0.44708}) \quad (17)$$

Graham^[96]考虑了颗粒尺寸及颗粒间的平均间距 ℓ , 并给出了纳米流体有效黏度的广义形式:

$$\mu_e = \left[1 + 2.5\phi_s + 4.5 \left[\frac{1}{\left(\frac{\ell}{d_s} \left(2 + \frac{\ell}{d_s} \right) \right)} \left(1 + \frac{\ell}{d_s} \right)^2 \right] \right] \mu_f \quad (18)$$

Sui 等^[60]则提出了一种结合颗粒尺寸和液体相克努森数 Kn_f 的经验关联式, 该公式进一步考虑了液体的微观运动效应, 具体形式为:

$$\mu_e = \left[(1 - \phi_s) + \phi_s (C_3 + C_4\phi_s) \left(1 + \frac{1}{C_5 Kn_f^{m_3}} \right) \right] \mu_f \quad (19)$$

其中, $Kn_f = \lambda_f/d_s$ 定义为液体分子平均自由程与颗粒尺寸的比值. 经验系数 $C_3 = 1.25$ 、 $C_4 = 15$ 、 $C_5 = 1/0.15$ 、 $m_3 = 7$ 则是依据文献^[65]实验数据的相关性分析得出. 该公式考虑液体相的微观效应, 适用于更为复杂的流体体系. 此外, 还有一些研究者综合考虑了颗粒体积分数 ϕ_s 、颗粒尺寸 d_s 和温度 T 的因素, 并提出了相应的经验关联公式. Khanafer 和 Vafai^[55]基于文献^[97]的实验数据, 利用最小二乘法拟合了经验关联式:

$$\begin{aligned} \mu_e = & -0.4491 + \frac{28.837}{T} + 0.574\phi_s - 0.1634\phi_s^2 + 23.053\frac{\phi_s^2}{T^2} + \\ & 0.0132\phi_s^3 - 2354.735\frac{\phi_s^3}{T^3} + 23.498\frac{\phi_s^2}{d_s^2} - 3.0185\frac{\phi_s^3}{d_s^2} \end{aligned} \quad (20)$$

该模型适用于颗粒粒径 $13 \text{ nm} \leq d_s \leq 131 \text{ nm}$ 、体积分数 $1\% \leq \phi_s \leq 9\%$ 、温度 $20 \sim 70 \text{ }^\circ\text{C}$ 之间的 Al_2O_3 -水纳米流体. Azmi 等^[98]则通过大量实验数据, 提出了一种适用于颗粒粒径 $20 \text{ nm} \leq d_s \leq 170 \text{ nm}$ 、体积分数 $\phi_s \leq 4\%$ 的水基纳米流体的经验公式:

$$\mu_e = \left[C_6 \left(1 + \frac{\phi_s}{100} \right)^{C_7} \left(1 + \frac{T}{100} \right)^{C_8} \left(1 + \frac{d_s}{100} \right)^{C_9} \right] \mu_f \quad (21)$$

其中, C_6 、 C_7 、 C_8 和 C_9 为经验常数系数, 分别为 11.3、0.038、0.061 和 0.017. Masoumi 等^[99]考虑了颗粒与基液之间的相对速度, 并开发出一种基于布朗运动的黏度模型经验关联式. 该公式包含了颗粒体积分数 ϕ_s 、颗粒尺寸 d_s 、温度 T 、颗粒密度 ρ_s 和基液黏度 μ_f 五个参数, 具体形式为:

$$\begin{aligned} \mu_e &= \frac{\rho_s K_B d_s^2}{72 \ell \zeta} + \mu_f, \\ \ell &= \sqrt[3]{\frac{\pi}{6 \phi_s}} d_s, \\ \zeta &= \frac{C_{10} \phi_s + C_{11}}{\mu_f} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, ℓ 为相邻粒子中心之间的平均距离, ζ 为校正因子, C_{10} 和 C_{11} 为经验系数.

为了展示颗粒尺寸对纳米流体有效黏度的影响, 图 2 比较了部分 Al_2O_3 -水纳米流体在不同颗粒尺寸 d_s 和体积分数 ϕ_s 下的实验数据与理论模型及经验公式的预测结果. 实验数据显示, 纳米流体的有效黏度 μ_e 随颗粒尺寸和体积分数的增加而显著增大. 传统的理论模型 (如 Brinkman 模型^[93]和 Batchelor 模型^[94]) 虽然能够预测 μ_e 随 ϕ_s 增加呈线性增长趋势, 但其预测值明显低于实验数据, 且未能体现颗粒尺寸对黏度的影响. 与传统模型相比, 基于实验数据提出的经验公式 (如 Sui 等^[60]和 Nguyen 等^[65]) 在一定程度上能够反映颗粒尺寸的影响, 提供了更为精确的预测. 具体而言, Sui 等的经验公式^[60]表明, μ_e 随 d_s 的增加而增大. 图中, 36 nm 和 47 nm 颗粒对应的 μ_e 曲线虽然略低于实验数据, 但其变化趋势与实验结果^[66]高度一致, 两条曲线均显示 μ_e 随 ϕ_s 增加呈非线性增长, 进一步证明颗粒尺寸对黏度的影响. Nguyen 等的经验公式^[65]同样能够体现颗粒尺寸的影响. 在颗粒尺寸为 47 nm 时, 该公式预测的结果与实验数据较为接近; 但在颗粒尺寸为 36 nm 时, 公式预测值明显低于实验结果. 这表明 Nguyen 等的公式在较小 d_s 情况下捕捉颗粒尺寸效应的准确性不足.

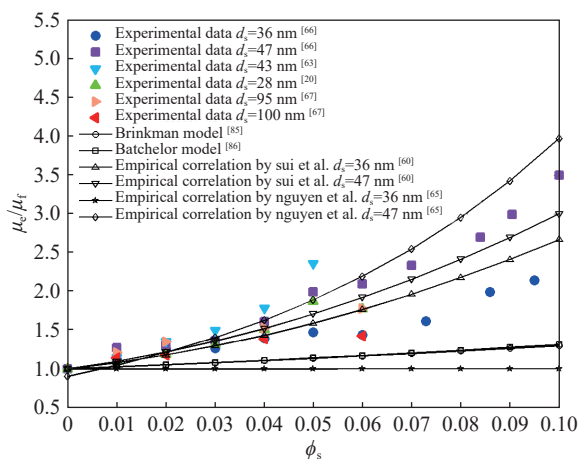


图 2 Al_2O_3 -水纳米流体有效黏度系数随不同颗粒尺寸和体积分数变化的实验数据与理论模型和经验关联式的比较

Fig. 2 Comparison of the experimental data with theoretical models and correlations for the effective viscosity of Al_2O_3 -water nanofluid at different particle sizes and volume fractions

综上所述, 纳米流体的有效黏度 μ_e 受颗粒尺寸 d_s 、颗粒形状 η_s 、体积分数 ϕ_s 和温度 T 等多重因素的综合影响. 通常, 随着 ϕ_s 的增加, μ_e 会显著提高. 同时, 适当增大颗粒尺寸也可能导致 μ_e 升高,

但当颗粒尺寸过大时,易引起颗粒聚集,从而使黏度进一步显著上升.使用表面活性剂可以有效改善纳米流体的稳定性,进而调控流变特性.此外,颗粒形状 η_s 对黏度的影响也不容忽视,在低体积分数条件下,颗粒形状对黏度的影响可能不明显,而在较高浓度下,不同形状的颗粒可能会引起显著差异.现有的不同的理论模型和经验公式提供了多种描述这些因素对黏度影响的途径.传统模型通常基于黏度与体积分数的线性关系适用于一些简单情况,但未能充分考虑颗粒尺寸和其他因素的复杂性.近年来随着研究的深入,更多非线性模型和修正公式得以发展,这些模型不仅能更准确地预测实际流体体系中的黏度行为,还揭示了颗粒尺寸、体积分数及温度等因素对纳米流体有效黏度的关键作用.此外,纳米流体中能量传递与动量传递密切相关,界面效应通过影响纳米层密度和颗粒间相互作用显著改变 k_e 和 μ_e .随着颗粒聚集度的增加,虽然 k_e 得到提升,但界面摩擦和颗粒间相互作用的增强导致 μ_e 上升.因此,优化颗粒体积分数和聚集形态可以在提高导热系数的同时控制纳米流体的有效黏度.

3 结论

近二十年来,纳米流体的研究呈现指数级增长,并在工程领域显示出广泛的应用前景.纳米流体的有效导热系数 k_e 和黏度系数 μ_e 在实际应用中具有至关重要的作用,而颗粒尺寸 d_s 是影响这些物性参数的关键因素.本文结合实验数据、理论模型及经验关联式对现有文献中不同颗粒尺寸下纳米流体的 k_e 和 μ_e 进行了系统回顾,并分析了颗粒形状 η_s 、体积分数 ϕ_s 和温度 T 对纳米流体物性参数的影响,得出以下主要结论:

(1) 实验研究普遍表明, k_e 随颗粒尺寸 d_s 的减小和体积分数 ϕ_s 的增加而显著提高.当 d_s 减小时,颗粒的表面积/体积比增加,同时布朗运动得到增强,从而在液体分子周围产生微对流效应,有利于热传递.此外,较高的 ϕ_s 和温度升高也会进一步增强布朗运动.

(2) 部分研究发现存在一个最佳颗粒尺寸 d_s .当颗粒尺寸较小时,声子传输效应增强,提升了 k_e ,但当颗粒尺寸进一步减小至某一临界值后,界面散射作用抑制了传热性能.而在颗粒尺寸过大时,界面热阻趋于饱和、布朗运动减弱以及颗粒团聚效应显现,使导热系数 k_e 的变化趋于平稳甚至下降.

(3) 纳米颗粒的导热系数 k_s 也是影响 k_e 的因

素,颗粒与基液之间的声子频率匹配度在热传导中起着至关重要的作用.良好的声子匹配可以显著提升纳米流体的热导率,即使颗粒本体 k_s 较低.

(4) 纳米颗粒的聚集程度显著影响 k_e ,尤其在小颗粒情况下.聚集形成的有效热通道增加了声子自由程,减少了界面散射,从而促进热传导.此外,通过调节颗粒表面电荷,混合态结构可显著提高 k_e .

(5) 黏度系数 μ_e 随体积分数 ϕ_s 的增加和温度 T 的降低而升高.这主要是因为在高体积分数和低温条件下,颗粒间相互作用增强、团聚效应更为显著,从而使颗粒间距离减小、流体流动阻力增大.

(6) 关于 μ_e 与颗粒尺寸的关系,文献中存在一定分歧.一些研究表明 μ_e 随颗粒尺寸的减小而增加,而另一些研究则认为其随颗粒尺寸的增大而增加.多数实验数据支持后者观点,认为较大的颗粒尺寸增强了界面效应,减弱了布朗运动和聚集行为,从而提高了流体的流动阻力并增加黏度.

(7) 纳米颗粒形状 η_s 对热导率和黏度的影响也需要进一步深入研究.有研究发现,立方体形状的纳米颗粒相较于棒状或球形颗粒具有更高的热导率,这可能与其较高的表面积/体积比有关,从而增强了传热能力,但这种关系可能受到颗粒具体尺寸参数(如半径和高度)的影响.同时,现有研究表明,在低体积分数条件下,颗粒形状对纳米流体黏度的影响较小,形状变化并未显著改变流体的黏度.

(8) 纳米流体中能量传递与动量传递密切相关,界面效应通过调整纳米层的密度及颗粒间的相互作用,显著改变 k_e 和 μ_e .随着颗粒聚集度的增加,虽然 k_e 得到提升,但粒子间相互作用的加剧也会导致 μ_e 明显增大.因此,优化颗粒浓度和聚集形态是提高热导率的同时控制黏度增加的关键.

参 考 文 献

- [1] Choi S U S, Zhang Z G, Yu W, et al. Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspensions. *Appl Phys Lett*, 2001, 79(14): 2252
- [2] Su Y, Sui P X, Davidson J H. A sub-continuous lattice Boltzmann simulation for nanofluid cooling of concentrated photovoltaic thermal receivers. *Renewable Energy*, 2022, 184: 712
- [3] Madhi H, Aljabair S, Imran A A. A review of photovoltaic/thermal system cooled using mono and hybrid nanofluids. *Int J Thermofluids*, 2024, 22: 100679
- [4] Rahnama Z, Ansarifard G R. Nanofluid application for heat transfer, safety, and natural circulation enhancement in the NuScale nuclear reactor as a small modular reactor using computational fluid dynamic (CFD) modeling via neutronic and thermal-hydraulics

- coupling. *Prog Nucl Energy*, 2021, 138: 103796
- [5] Al-Fatlawi A W, Niazmand H. Thermal analysis of hybrid nanofluids inside a microchannel heat exchanger for electronic cooling. *J Therm Anal Calorim*, 2024, 149(9): 4119
 - [6] Evans W, Fish J, Koblinski P. Role of Brownian motion hydrodynamics on nanofluid thermal conductivity. *Appl Phys Lett*, 2006, 88(9): 093116
 - [7] Evans W, Prasher R, Fish J, et al. Effect of aggregation and interfacial thermal resistance on thermal conductivity of nanocomposites and colloidal nanofluids. *Int J Heat Mass Transfer*, 2008, 51(5-6): 1431
 - [8] Su Y, Davidson J H. A three-dimensional phonon energy transport model based on the non-dimensional lattice Boltzmann method. *Int J Heat Mass Transfer*, 2018, 127: 303
 - [9] Song D X, Jing D W, Ma W G, et al. Effect of particle aggregation on thermal conductivity of nanofluids: Enhancement of phonon MFP. *J Appl Phys*, 2019, 125(1): 015103
 - [10] Xie H Q, Wang J C, Xi T G, et al. Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles. *J Appl Phys*, 2002, 91(7): 4568
 - [11] Feng P, Chen N X. Amplification of interfacial optical phonons under intense field. *J Univ Sci Technol Beijing*, 1992(3): 393
(冯澎, 陈难先. 强场下界面声子的增益. 北京科技大学学报, 1992(3): 393)
 - [12] Wang S X, Cui L K, Yu X L, et al. Nanomicro heterogeneous topic: Pore size suspended particle retention law and seepage field characteristics. *Chin J Eng*, 2025, 47(3): 411
(王世玺, 崔连可, 俞晓鸾, 等. 基于二维孔隙网络模型的悬浮颗粒微观尺度滞留规律及渗流场特征. 工程科学学报, 2025, 47(3): 411)
 - [13] Sui P X. Lattice Boltzmann method simulated effect of nanoparticle size on natural convection patterns of nanofluids. *Acta Phys Sin*, 2024, 73(23): 150
(隋鹏翔. 颗粒尺寸对纳米流体自然对流模式影响的格子 Boltzmann 方法模拟. 物理学报, 2024, 73(23): 150)
 - [14] Gaganpreet, Srivastava S. Viscosity of nanofluids: Particle shape and fractal aggregates. *Phys Chem Liq*, 2015, 53(2): 174
 - [15] Tawalbeh M, Shomope I, Al-Othman A. Comprehensive review on non-Newtonian nanofluids, preparation, characterization, and applications. *Int J Thermofluids*, 2024, 22: 100705
 - [16] Chambre P A, Schaaf S A. *Flow of Rarefied Gases*. Princeton: University Press, 2017
 - [17] Das S K, Putra N, Thiesen P, et al. Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *J Heat Transfer*, 2003, 125(4): 567
 - [18] Putra N, Roetzel W, Das S K. Natural convection of nano-fluids. *Heat Mass Transfer*, 2003, 39(8): 775
 - [19] Lee S, Choi S U, Li S, et al. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. *J Heat Transfer*, 1999, 121(2): 280
 - [20] Wang X W, Xu X F, Choi S U S. Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture. *J Thermophys Heat Transfer*, 1999, 13(4): 474
 - [21] Chon C H, Kihm K D, Lee S P, et al. Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al_2O_3) thermal conductivity enhancement. *Appl Phys Lett*, 2005, 87(15): 153107
 - [22] Li C H, Peterson G P. The effect of particle size on the effective thermal conductivity of Al_2O_3 -water nanofluids. *J Appl Phys*, 2007, 101(4): 044312
 - [23] Mintsa H A, Roy G, Nguyen C T, et al. New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids. *Int J Therm Sci*, 2009, 48(2): 363
 - [24] Beck M P, Yuan Y H, Warrier P, et al. The effect of particle size on the thermal conductivity of alumina nanofluids. *J Nanopart Res*, 2009, 11(5): 1129
 - [25] Timofeeva E V, Gavrilov A N, McCloskey J M, et al. Thermal conductivity and particle agglomeration in alumina nanofluids: Experiment and theory. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 2007, 76(6): 061203
 - [26] Patel H E, Sundararajan T, Das S K. An experimental investigation into the thermal conductivity enhancement in oxide and metallic nanofluids. *J Nanopart Res*, 2010, 12(3): 1015
 - [27] Lee J H, Lee S H, Jang S P. Do temperature and nanoparticle size affect the thermal conductivity of alumina nanofluids? *Appl Phys Lett*, 2014, 104(16): 161908
 - [28] Murshed S M S, Leong K C, Yang C. Enhanced thermal conductivity of TiO_2 -Water based nanofluids. *Int J Therm Sci*, 2005, 44(4): 367
 - [29] He Y R, Jin Y, Chen H S, et al. Heat transfer and flow behaviour of aqueous suspensions of TiO_2 nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50(11-12): 2272
 - [30] Eastman J A, Choi U S, Li S, et al. Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids. *MRS Online Proc Libr*, 1996, 457(1): 3
 - [31] Liu M S, Lin M C C, Tsai C Y, et al. Enhancement of thermal conductivity with Cu for nanofluids using chemical reduction method. *Int J Heat Mass Transfer*, 2006, 49(17-18): 3028
 - [32] Eastman J A, Choi S U S, Li S, et al. Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles. *Appl Phys Lett*, 2001, 78(6): 718
 - [33] Chen G, Yu W H, Singh D, et al. Application of SAXS to the study of particle-size-dependent thermal conductivity in silica nanofluids. *J Nanopart Res*, 2008, 10(7): 1109
 - [34] Sun C Z, Bai B F, Lu W Q, et al. Shear-rate dependent effective thermal conductivity of $\text{H}_2\text{O}+\text{SiO}_2$ nanofluids. *Phys Fluids*, 2013, 25(5): 052002
 - [35] Xie H, Wang J, Xi T, et al. Thermal conductivity of suspensions containing nanosized SiC particles. *Int J Thermophys*, 2002, 23(2): 571

- [36] Satti J R, Das D K, Ray D. Investigation of the thermal conductivity of propylene glycol nanofluids and comparison with correlations. *Int J Heat Mass Transfer*, 2017, 107: 871
- [37] Xuan Y M, Li Q. Heat transfer enhancement of nanofluids. *Int J Heat Fluid Flow*, 2000, 21(1): 58
- [38] Colangelo G, Favale E, de Risi A, et al. Results of experimental investigations on the heat conductivity of nanofluids based on diathermic oil for high temperature applications. *Appl Energy*, 2012, 97: 828
- [39] Timofeeva E V, Routbort J L, Singh D. Particle shape effects on thermophysical properties of alumina nanofluids. *J Appl Phys*, 2009, 106(1): 014304
- [40] Song D X, Jing D W, Ma W G, et al. High thermal conductivity of nanoparticles not necessarily contributing more to nanofluids. *Appl Phys Lett*, 2018, 113(22): 223104
- [41] Jin X, Guan H Q, Wang R J, et al. The most crucial factor on the thermal conductivity of metal-water nanofluids: Match degree of the phonon density of state. *Powder Technol*, 2022, 412: 117969
- [42] Zhang R H, Zhang X H, Qing S, et al. Investigation of nanoparticles shape that influence the thermal conductivity and viscosity in argon-based nanofluids: A molecular dynamics simulation. *Int J Heat Mass Transfer*, 2023, 207: 124031
- [43] Maheshwary P B, Handa C C, Nemade K R. A comprehensive study of effect of concentration, particle size and particle shape on thermal conductivity of titania/water based nanofluid. *Appl Therm Eng*, 2017, 119: 79
- [44] Zhu D H, Wang L L, Yu W, et al. Intriguingly high thermal conductivity increment for CuO nanowires contained nanofluids with low viscosity. *Sci Rep*, 2018, 8: 5282
- [45] Selvakumar R D, Wu J. A comprehensive model for effective density of nanofluids based on particle clustering and interfacial layer formation. *J Mol Liq*, 2019, 292: 111415
- [46] Yu W, Xie H Q, Chen L F, et al. Investigation of thermal conductivity and viscosity of ethylene glycol based ZnO nanofluid. *Thermochim Acta*, 2009, 491(1–2): 92
- [47] Altan C L, Bucak S. The effect of Fe₃O₄ nanoparticles on the thermal conductivities of various base fluids. *Nanotechnology*, 2011, 22(28): 285713
- [48] Guan H Q, Su Q M, Wang R J, et al. Why can hybrid nanofluid improve thermal conductivity more? A molecular dynamics simulation. *J Mol Liq*, 2023, 372: 121178
- [49] Wang R J, Feng C, Zhang Z, et al. What quantity of charge on the nanoparticle can result in a hybrid morphology of the nanofluid and a higher thermal conductivity? *Powder Technol*, 2023, 422: 118443
- [50] Li C H, Peterson G P. Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids). *J Appl Phys*, 2006, 99(8): 084314
- [51] Shima P D, Philip J, Raj B. Role of microconvection induced by Brownian motion of nanoparticles in the enhanced thermal conductivity of stable nanofluids. *Appl Phys Lett*, 2009, 94(22): 223101
- [52] Maxwell Garnett J C. Colours in metal glasses and in metallic films. *Philos Trans R Soc London Ser A*, 1904, 203: 385
- [53] Bruggeman D A G. Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen I. dielektrizitätskonstanten und leitfähigkeiten der mischkörper aus isotropen substanzen. *Annalen der Physik*, 1935, 416(7): 636
- [54] Hamilton R L, Crosser O K. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. *Ind Eng Chem Fund*, 1962, 1(3): 187
- [55] Khanafer K, Vafai K. A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids. *Int J Heat Mass Transfer*, 2011, 54(19-20): 4410
- [56] Xuan Y M, Li Q, Hu W F. Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids. *AIChE J*, 2003, 49(4): 1038
- [57] Prasher R, Bhattacharya P, Phelan P E. Thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluids). *Phys Rev Lett*, 2005, 94(2): 025901
- [58] Jang S P, Choi S U S. Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids. *Appl Phys Lett*, 2004, 84(21): 4316
- [59] Kumar D H, Patel H E, Rajeev Kumar V R, et al. Model for heat conduction in nanofluids. *Phys Rev Lett*, 2004, 93(14): 144301
- [60] Sui P X, Su Y, Sin V, et al. Effects of Knudsen numbers on natural convection patterns of nanofluids with a sub-continuous lattice Boltzmann model. *Int J Heat Mass Transfer*, 2022, 187: 122541
- [61] Fattahi E, Farhadi M, Sedighi K, et al. Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids. *Int J Therm Sci*, 2012, 52: 137
- [62] Sheikholeslami M, Hayat T, Alsaedi A. Numerical study for external magnetic source influence on water based nanofluid convective heat transfer. *Int J Heat Mass Transfer*, 2017, 106: 745
- [63] Chandrasekar M, Suresh S, Chandra Bose A. Experimental investigations and theoretical determination of thermal conductivity and viscosity of Al₂O₃/water nanofluid. *Exp Therm Fluid Sci*, 2010, 34(2): 210
- [64] Pak B C, Cho Y I. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Exp Heat Transfer*, 1998, 11(2): 151
- [65] Nguyen C T, Desgranges F, Roy G, et al. Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids—Hysteresis phenomenon. *Int J Heat Fluid Flow*, 2007, 28(6): 1492
- [66] Nguyen C T, Desgranges F, Galanis N, et al. Viscosity data for Al₂O₃–water nanofluid—hysteresis: Is heat transfer enhancement using nanofluids reliable? *Int J Therm Sci*, 2008, 47(2): 103
- [67] Anoop K B, Sundararajan T, Das S K. Effect of particle size on the convective heat transfer in nanofluid in the developing region. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, 52(9-10): 2189
- [68] Lu W Q, Fan Q M. Study for the particle's scale effect on some

- thermophysical properties of nanofluids by a simplified molecular dynamics method. *Eng Anal Bound Elem*, 2008, 32(4): 282
- [69] Kwek D, Crivoi A, Duan F. Effects of temperature and particle size on the thermal property measurements of Al_2O_3 -water nanofluids. *J Chem Eng Data*, 2010, 55(12): 5690
- [70] Meriläinen A, Seppälä A, Saari K, et al. Influence of particle size and shape on turbulent heat transfer characteristics and pressure losses in water-based nanofluids. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 61: 439
- [71] Anoop K B, Kabelac S, Sundararajan T, et al. Rheological and flow characteristics of nanofluids: Influence of electroviscous effects and particle agglomeration. *J Appl Phys*, 2009, 106(3): 034909
- [72] Turgut A, Saglanmak S, Doganay S. Experimental investigation on thermal conductivity and viscosity of nanofluids: particle size effect. *J Fac Eng Archit Gazi Univ*, 2016, 31: 95
- [73] Prasher R, Song D, Wang J L, et al. Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications. *Appl Phys Lett*, 2006, 89(13): 133108
- [74] Minakov A V, Guzei D V, Pryazhnikov M I, et al. Study of turbulent heat transfer of the nanofluids in a cylindrical channel. *Int J Heat Mass Transfer*, 2016, 102: 745
- [75] Chevalier J, Tillement O, Ayela F. Rheological properties of nanofluids flowing through microchannels. *Appl Phys Lett*, 2007, 91(23): 233103
- [76] Namburu P K, Kulkarni D P, Dandekar A, et al. Experimental investigation of viscosity and specific heat of silicon dioxide nanofluids. *Micro Nano Lett*, 2007, 2(3): 67
- [77] Namburu P K, Das D K, Tanguturi K M, et al. Numerical study of turbulent flow and heat transfer characteristics of nanofluids considering variable properties. *Int J Therm Sci*, 2009, 48(2): 290
- [78] Chen H S, Witharana S, Jin Y, et al. Predicting thermal conductivity of liquid suspensions of nanoparticles (nanofluids) based on rheology. *Particuology*, 2009, 7(2): 151
- [79] Duangthongsuk W, Wongwises S. Measurement of temperature-dependent thermal conductivity and viscosity of TiO_2 -water nanofluids. *Exp Therm Fluid Sci*, 2009, 33(4): 706
- [80] Turgut A, Tavman I, Chirtoc M, et al. Thermal conductivity and viscosity measurements of water-based TiO_2 nanofluids. *Int J Thermophys*, 2009, 30(4): 1213
- [81] Chen H S, Ding Y L, He Y R, et al. Rheological behaviour of ethylene glycol based titania nanofluids. *Chem Phys Lett*, 2007, 444(4-6): 333
- [82] Pastoriza-Gallego M J, Casanova C, Legido J L, et al. CuO in water nanofluid: Influence of particle size and polydispersity on volumetric behaviour and viscosity. *Fluid Phase Equilib*, 2011, 300(1-2): 188
- [83] Namburu P K, Kulkarni D P, Misra D, et al. Viscosity of copper oxide nanoparticles dispersed in ethylene glycol and water mixture. *Exp Therm Fluid Sci*, 2007, 32(2): 397
- [84] Jeong J, Li C G, Kwon Y, et al. Particle shape effect on the viscosity and thermal conductivity of ZnO nanofluids. *Int J Refrig*, 2013, 36(8): 2233
- [85] Wang L, Chen H S, Witharana S. Rheology of nanofluids: A review. *Recent Pat Nanotechnol*, 2013, 7(3): 232
- [86] Zhou M Z, Xia G D, Li J, et al. Analysis of factors influencing thermal conductivity and viscosity in different kinds of surfactant solutions. *Exp Therm Fluid Sci*, 2012, 36: 22
- [87] Kulkarni D P, Das D K, Vajjha R S. Application of nanofluids in heating buildings and reducing pollution. *Appl Energy*, 2009, 86(12): 2566
- [88] Li J M, Li Z L, Wang B X. Experimental viscosity measurements for copper oxide nanoparticle suspensions. *Tsinghua Sci Technol*, 2002, 7(2): 198
- [89] Lee S W, Park S D, Kang S, et al. Investigation of viscosity and thermal conductivity of SiC nanofluids for heat transfer applications. *Int J Heat Mass Transfer*, 2011, 54(1-3): 433
- [90] Pereira J, Moita A, Moreira A. Noble nanofluids and their hybrids for heat transfer enrichment: A review and future prospects coverage. *Applied Sci*, 2023, 13(17): 9568
- [91] Torre A F M, Ianiro A, Discetti S, et al. Evaluation of anisotropic tangential conduction in printed-circuit-board heated-thin-foil heat flux sensors. *Int J Heat Mass Transfer*, 2018, 127: 1138
- [92] Einstein A. Eine neue bestimmung der moleküldimensionen. *Ann Der Phys*, 1906, 324(2): 289
- [93] Brinkman H C. The viscosity of concentrated suspensions and solutions. *J Chem Phys*, 1952, 20(4): 571
- [94] Batchelor G K. The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles. *J Fluid Mech*, 1977, 83: 97
- [95] Hemmat Esfe M, Saedodin S, Wongwises S, et al. An experimental study on the effect of diameter on thermal conductivity and dynamic viscosity of Fe/water nanofluids. *J Therm Anal Calorim*, 2015, 119(3): 1817
- [96] Graham A L. On the viscosity of suspensions of solid spheres. *Appl Sci Res*, 1981, 37(3): 275
- [97] Frankel N A, Acrivos A. On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres. *Chem Eng Sci*, 1967, 22(6): 847
- [98] Azmi W H, Sharma K V, Mamat R, et al. Correlations for thermal conductivity and viscosity of water based nanofluids. *IOP Conf Ser Mater Sci Eng*, 2012, 36(1): 012029
- [99] Masoumi N, Sohrabi N, Behzadmehr A. A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids. *J Phys D Appl Phys*, 2009, 42(5): 055501