DOI:10.13374/j.issn1001-053x.2011.05.015
第33卷 第5期 北京科技大学学报 Vol. 33 No. 5
2011年 5月 Journal of University of Science and Technology Beijing May 2011

基于约束满足的板坯设计模型与求解方法

张文学[1,2,3] ✉ 李铁克[1,2]

1) 北京科技大学经济管理学院，北京 100083 2) 钢铁生产制造执行系统技术教育部工程研究中心，北京 100083
3) 宁夏医科大学理学院，银川 750004
✉ 通信作者，E-mail: wxzhang@163.com

摘 要 针对客户订单的重量需求为固定值、客户订单分配过程中有最小重量限制的板坯设计问题，建立了以最小化板坯数量为目标的约束满足模型. 通过三划分问题的多项式归结，证明了该问题是强 NP 难的；针对问题的特殊性质，给出了变量选择策略和值选择策略；提出了基于约束满足技术的求解算法，并证明了算法的收敛性；通过数据实验对算法的有效性进行了验证.

关键词 热轧；板坯；生产计划；约束满足；变量选择；值选择
分类号 TP18；F273.1

Modelling and algorithm for the slab designing problem based on constraint satisfaction

ZHANG Wen-xue[1,2,3] ✉, *LI Tie-ke*[1,2]

1) School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
2) Engineering Research Center of MES Technology for Iron & Steel Production, Ministry of Education of China, Beijing 100083, China
3) School of Sciences, Ningxia Medical University, Yinchuan 750004, China
✉ Corresponding author, E-mail: wxzhang@163.com

ABSTRACT A constraint satisfaction model whose objective is to minimize the slab number was built for slab production in consideration of the slab designing problem with a fixed demand of order weight and a minimum limitation of order weight assigned in one slab. The problem was proved to be NP-hard by reducing a known NP-hard three-partition problem to the discussed problem in polynomial time. Concerning with special characteristics of the problem, variable selection strategies and value selection strategies were presented. A constraint-satisfaction-based algorithm was proposed and it was proved to be convergent. The effectiveness of the proposed algorithm was verified with simulation experiments.

KEY WORDS hot rolling; slabs; production planning; constraint satisfaction; variable selection; value selection

在钢铁企业的热轧板生产中，铁水通过炼钢设备转化为钢水，钢水通过连铸机转换为板坯，板坯通过热轧机组转换为热轧板，热轧板既可作为产品出售，也可作为冷轧的原料被进一步加工. 从生产组织的角度来看，炼钢环节以炉次为单位、连铸环节以浇次为单位、热轧环节以轧制单元为单位进行计划与调度管理. 在生产计划的制定过程中，通常是先通过板坯设计将客户订单分配到板坯中，建立客户订单与板坯的关系，然后由板坯组成炉次，由炉次组成浇次，最后通过板坯的对应关系协调浇次与轧制单元的衔接. 可见，板坯设计是整个生产组织过程中的先行环节，是将客户订单与生产过程连接起来的关键所在. 板坯设计问题就是针对给定的客户订单需求，在满足工艺限制的前提下设计出生产成本最低的板坯集合[1].

板坯设计是钢铁企业生产计划管理中的关键环

收稿日期：2010-07-15
基金项目：国家自然科学基金资助项目(No. 70771008)；中央高校基本科研业务费专项(No. FRF-AS-09-007B)；宁夏医科大学特殊人才科研启动基金项目

节，因其具有重要的应用价值而受到研究者的关注. 目前，该领域的研究文献主要集中在以下几个方面.

(1) 针对客户订单的规格需求为固定值的情况，Frisch 等[2] 分析整理了问题的背景、特点和约束条件; Hnich 等[3] 建立了问题的整数规划模型和约束规划模型; Gargani 等[4] 基于逻辑和全局约束，设计了将特殊的变量和值选择策略嵌入到大规模领域搜索中的求解算法; Van Hentenryck 等[5] 对文献[4]中的方法进行了改进和拓展.

(2) 针对客户订单的规格需求为区间值的情况，Dawande 等[6] 针对重量的需求为区间值的问题，提出了启发式算法; 席阳等[1] 在板坯大小可以任意切割的前提下，针对客户订单对板坯宽度和重量的需求都为区间值的问题，提出了以最小化板坯数量和盈余重量为目标的多项式时间最优算法.

(3) 针对连铸机生产能力为瓶颈的情况，Denton等[7] 研究了以最小化板坯规格数量为目标的板坯设计问题; Vonderembse 等[8] 与 Dash 等[9] 分别研究了连铸机只生产两到三种规格的母板坯，在轧制阶段再将母板坯分割成订单所需规格产品的母板坯设计问题.

近年来，随着市场客户的定制化要求越来越高，钢铁企业中高附加价值产品所占的比重越来越大，为了满足对交货产品单位重量约束、热轧后续的酸洗镀锌和冷轧等工艺约束要求，在将订单分配到板坯的过程中，常常会有最小重量限制. 这些限制破坏了把订单分配到板坯的过程中重量赋值的连续性，改变了问题的复杂性，从而产生了一类新的问题. 其中，客户订单的重量和规格需求都为固定值，板坯的规格相同，具有最小分配重量限制的板坯设计问题是最为基础的问题. 本文以该问题为对象，建立其约束满足模型，分析问题的复杂性，提出基于问题特殊性质的求解策略和算法，旨在为板坯设计研究提供问题复杂性分析基础和有效的求解框架.

1 问题分析和约束满足模型

1.1 问题描述

钢铁企业的热轧板生产包括炼钢、连铸和热轧三个主要工艺环节，在其生产组织过程中，板坯是衔接这些环节的物流单元，也是将客户需求和工艺要求统一起来的关键所在. 在面向订单的生产模式中，一块板坯中可以包括多个订单，一个订单也可以被分配到多块板坯中加工生产. 通常板坯设计的目标是用尽可能少的板坯数给定的客户订单，从而达到客户需求余材的最小化，同时也有利于生产计划与调度的优化管理.

本文考虑的板坯设计问题来自于某国有大型钢铁企业生产管理的实际需求，其前提条件如下:

(1) 因连铸机结晶器的限制，板坯的宽度为一定范围内的确定值;

(2) 为了降低生产组织的复杂性，板坯为定尺规格，即所有板坯的重量相同;

(3) 客户订单要求的产品规格与板坯规格间的对应已经确定，能够被分配到同块板坯的订单必有相同的板坯宽度需求，在这种情况下可以将板坯设计问题分解为多个板坯宽度相同的相互独立的子问题;

(4) 板坯和订单之间可以是多对多的关系，即一个订单可以被分配到多块板坯，一块板坯也可以包含多个订单的分配重量;

(5) 订单在板坯中有最小分配重量限制;

(6) 经过前期的预处理，能够保证给定的问题有可行解.

上述板坯设计问题可以抽象为订单的重量为固定值，板坯的规格(宽度、重量)相同，订单有最小分配重量限制，以最小化板坯数量为目标的组合优化问题. 此问题可由一个三元组 $P = \langle V, D, C \rangle$ 所表示的约束满足问题[10] 来描述. V 为变量集，$V = \{V_1, V_2, \cdots, V_n\}$; D 为定义域集，$D = \{D_1, D_2, \cdots, D_n\}$，其中 D_i 为 V_i 的值域; C 为约束关系集，$C = \{C_1, C_2, \cdots, C_m\}$.

1.2 符号定义

为了便于描述，模型中用到的符号定义如下.

1.2.1 集合和索引

i—订单序号;

j—板坯序号;

O—订单集合，$O = \{1, 2, \cdots, i, \cdots, n\}$;

S—板坯集合，$S = \{1, 2, \cdots, j, \cdots, m\}$.

1.2.2 参数

g_i—订单 i 的重量;

δ_i—订单 i 的最小分配限制重量;

W—板坯的重量.

1.2.3 变量

x_{ij}—订单 i 分配到板坯 j 的重量;

y_{ij}—0－1 变量，值为 1 表示将订单 i 的重量分配到板坯 j，值为 0 表示未将订单 i 的重量分配到板坯 j.

1.3 约束满足模型

基于上述符号，若将变量 x_{ij}、y_{ij} 和 m 映射为变量集合 V; x_{ij} 的值域 $[0, W]$，y_{ij} 的值域 $\{0, 1\}$ 和 m 的

值域 Z^+ 映射为变量的值域 D; 问题的约束映射为约束集合 C, 板坯设计的可行解问题可以映射为约束满足问题. 进一步设问题的目标表示为函数 F, 则可将板坯设计优化问题转化为约束满足优化问题 $P=\langle V,D,C,F\rangle$, 对应的模型如下:

$$[P]\ \min m \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\ \sum_j x_{ij}=g_i,\ \forall i \tag{2}$$

$$\sum_i x_{ij}\leqslant W \tag{3}$$

$$\delta_i\leqslant x_{ij}\leqslant W,\ \text{if } y_{ij}=1,\ \forall i,j \tag{4}$$

$$x_{ij}=0,\ \text{if } y_{ij}=0,\ \forall i,j \tag{5}$$

$$y_{ij}\in\{0,1\},\ \forall i,j \tag{6}$$

上述约束满足模型中, 目标函数(1)是最小化板坯数量; 约束(2)表示某订单分配到所有板坯的重量等于该订单的重量, 约束(3)表示所有订单分配到某板坯的重量受该板坯的重量限制, 约束(2)和约束(3)共同表示订单与板坯之间为多对多关系; 约束(4)表示订单分配到板坯时受该订单的最小分配重量限制; 约束(5)表示某订单不分配到某板坯; 约束(6)表示变量 y_{ij} 的取值范围.

2　问题的复杂性

在上述模型 P 中, 当 $\forall i\in I$, $\exists\delta_i=0$ 时, 板坯的大小可以任意切割, 即订单在板坯中没有最小分配重量限制. 针对这种特殊情况, 下面的定理 1 成立; 当 $\forall i\in I$, $\exists\delta_i=0$ 的条件不成立, 即订单在板坯中有最小分配重量限制时, 下面的定理 2 成立.

定理 1　当 $\forall i\in I$, $\exists\delta_i=0$ 时, 问题 P 有多项式时间最优算法, 其最优解的目标函数值为 $\left\lceil\left(\sum_{i=1}^n g_i\right)\Big/ W\right\rceil$, 其中 $\lceil\ \rceil$ 为向上取整.

证明　当 $\forall i\in I$, $\exists\delta_i=0$ 时, 首先订单重量 g_i 除以板坯重量 W 的整数部分 $W(g_i/W)$ 恰好可生产 g_i/W 块板坯; 然后将小数部分与其他订单的小数部分进行组合与分解, 安排到相应的板坯. 其求算法的伪代码如下:

```
for(i=1,j=0,tot=0;i<=n;i++)
{   p_i=g_i%W;tot+=p_i;
    for(t=1;t<=g_i/W;t++)
        {  j++;x_ij=W;}} //end
if(tot>0)
{   j++;
    for(i=1,t=1,sum=0;i<=n;i++)
        {   sum+=p_i;
            if(sum<=W){x_ij=p_i;tot-=p_i;p_i=0;}
            else{sum-=p_i;x_ij=W-sum;p_i-=x_ij;
                tot-=x_ij;t=i;i--;sum=0;
                if(tot>0)j++;} //end if
        } //end for
} //end if(tot>0)
```

上述算法的时间复杂度为 $O(n\cdot\max\{g_i/W\})$, 解的板坯数 $m=j=\left\lceil\left(\sum_{i=1}^n g_i\right)\Big/ W\right\rceil$, 且最多只有一块板坯有盈余, 故该算法得到的解为最优.　[证毕]

定理 2　问题 P 是强 NP 难的.

证明　只需将已知是强 NP 难的三划分问题多项式归结为问题 P, 即可证明定理成立.

对三划分问题的任一实例: 给定正整数 $c_1,c_2,\cdots,c_n,\cdots,c_{3n},B$, 记集合 $A=\{1,2,\cdots,3n\}$, 使得对 $\forall i\in A$, 有 $\frac{B}{4}<c_i<\frac{B}{2}$ 且 $\sum_{i=1}^{3n}c_i=nB$. 映射问题 P 的一个判定实例: 每个订单的重量都不超过板坯的重量, 令 $\delta_i=g_i=c_i$, $\forall i\in A$; 板坯数为 n, 板坯重量为 B. 判定存在集合 A 的一个划分 $S_1,S_2,\cdots,S_n$, 使得对 $1\leqslant j\leqslant n$, $\sum_{i\in S_j}c_i=B$ 的充分必要条件是恰好在 n 个重量为 B 的板坯中可以装入这 $3n$ 个订单.

充分性: 当三划分有解时, 存在集合 A 的一个划分 $S_1,S_2,\cdots,S_j,\cdots,S_n$, $1\leqslant j\leqslant n$, 其中板坯 j 的订单集合 S_j 满足 $\sum_{i\in S_j}c_i=B$. 此时问题 P 有最优解, 板坯数为 n.

必要性: 当问题 P 有最优解时, 由 $\forall i\in A$, $\exists\frac{B}{4}<c_i<\frac{B}{2}$ 可得板坯数为 n 且每块板坯中包含三个订单. 若令板坯 j 所包含的订单集合为 S_j, $1\leqslant j\leqslant n$, 可得 $\sum_{i\in S_j}c_i=B$. 所以有 n 个不相交的子集 $S_1,S_2,\cdots,S_j,\cdots,S_n$ 形成对集合 A 的一个三划分. 故定理 2 得证.　[证毕]

上述定理 2 表明本文考虑的板坯设计问题具有强 NP 难的性质; 而定理 1 则表明将所有订单的重量 $\sum_{i=1}^n g_i$ 看成是某个订单的重量, 且订单没有最小分配重量限制时, 可得问题 P 的一个下界 $\left\lceil\left(\sum_{i=1}^n g_i\right)\Big/ W\right\rceil$.

3　求解方法

3.1　算法框架及相关定义

由于板坯设计问题具有强 NP 难的性质, 如何设计有效的近似算法成为解决该问题的关键. 为

此，本文提出每次选择一个订单–板坯对，并对其进行订单重量分配的循环求解框架，进而在此框架下开发求解算法.

[循环求解框架]

1. Initialize
2. While (not terminate-condition) do
   2.1 select O_i and S_j
   2.2 if (not exist S_j) then add a new S_j for O_i
   2.3 assign the weight of O_i to S_j
   2.4 update variable

显然在上述求解框架中，算法的可行性和有效性主要取决于在每次循环中：(1) 如何选取订单–板坯对；(2) 对已选取的订单–板坯对，如何将订单重量分配到板坯. 为了对这些问题做进一步的探讨，给出以下相关定义.

定义 1 订单 i 的未分配重量 p_i 是指该订单的重量 g_i 减去该订单已经分配到板坯中的重量后所剩余量；板坯 j 的盈余量 c_j 是指其重量中没有订单对应的部分.

定义 2 订单 i 能够被分配到板坯 j 是指满足下面条件：板坯 j 尚未包含订单 i (记为 $O_i \notin S_j$)，$\delta_i \leqslant \min\{p_i, c_j\}$，且若 $c_j < p_i$ 时必须有 $2\delta_i \leqslant p_i$；此时称 (i, j) 为可分配订单–板坯对.

定义 3 订单 i 的自由度 $|\Psi_i|$ 是指该订单能够分配的板坯数，其中 Ψ_i 表示订单 i 能够被分配的板坯集合.

定义 4 板坯 j 的自由度 $|\Phi_j|$ 是指能够被分配到该板坯的订单数，其中 Φ_j 表示能够被分配到板坯 j 的订单集合.

3.2 基于约束满足的求解策略

约束满足是求解大规模组合优化问题的一种有效的智能近似方法，其用一个变量集、变量的值域和限制变量取值的约束集描述组合优化问题[11]. 约束满足问题的求解是从变量的值域中寻找一组满足约束的值赋给变量，主要求解技术包含一致性技术、约束传播技术、变量选择和值选择搜索算法[10]. 搜索算法通过不断选择下一个待赋值变量并为该变量选择一个值来逐步实现问题的求解，该过程称为变量选择和值选择. 变量的选择顺序和值的选择顺序直接决定求解效率和寻优性能，通常要根据问题的特征构造变量选择和值选择启发式搜索算法；变量选择顺序一般遵循困难变量优先赋值的规则，值选择顺序遵循将最有希望构成全局解的值优先赋给变量.

本文利用约束满足技术中的变量选择和值选择策略进行订单–板坯对的选择和订单重量分配. 基于上述定义 1 ~ 定义 4，可以将基于约束满足技术的可分配订单–板坯对的选择以及订单重量分配方法的要点叙述如下.

3.2.1 最小自由度优先策略

作为针对 y_{ij} 的变量选择方法：参照困难变量优先赋值的思想，并结合板坯设计问题的特点，提出下述的最小自由度优先策略.

[最小自由度优先策略]

订单选择规则： 计算 Ψ_i；除去 $|\Psi_i| = 0$ 的订单外，选择 $\min\{|\Psi_i|\}$ 的 O_{i^*}；当 $|\Psi_i| = |\Psi_{i'}|$ 时，选择 $\min\{y_{ij}, y_{i'j'}\}$ 的 O_{i^*}；当 $y_{ij} = y_{i'j'}$ 时，选择 $\min\{p_i/\delta_i, p_{i'}/\delta_{i'}\}$ 的 O_{i^*}.

板坯选择规则： 对 O_{i^*}，计算 $\Phi_j, j \in \Psi_{i^*}$；除去 $|\Phi_j| = 0$ 的板坯外，优先选择 $|\Phi_j|$ 小的 S_{j^*}；当 $|\Phi_j| = |\Phi_{j'}|$ 时，优先选择 $\min\{c_j, c_{j'}\}$ 的 S_{j^*}.

通过上述最小自由度优先策略可确定优先赋值的变量 y_{ij}，并得到一个可分配订单–板坯对 (i^*, j^*). 这种选择策略具有计算量小，可以避免构造不可行的部分解的优点.

3.2.2 最大可行量分配策略

作为针对 x_{ij} 的值选择方法：按照最先成功原则赋值，即给变量赋予使得尽可能多的约束成立的值. 参照最先成功原则并结合板坯设计问题的特点，提出下述的最大可行量分配策略. 即，对已选取的可分配订单–板坯对 (i, j)，按以下规则处理.

[最大可行量分配策略]

规则 1 若 $p_i \leqslant c_j$，则 $x_{ij} = p_i$；

规则 2 若 $p_i > c_j$ 和 $p_i - c_j \geqslant \delta_i$，则 $x_{ij} = c_j$；

规则 3 若 $p_i > c_j$ 和 $p_i - c_j < \delta_i$，则 $x_{ij} = p_i - \delta_i$.

最大可行量分配策略具有以下特点：保证解的可行性；每个订单–板坯对之间最多只进行一次订单重量分配；将变量 x_{ij} 的赋值的可行域由连续转变为离散. 这些特点为开发高效的近似算法提供了基础.

3.3 算法描述

在上述分析的基础上，设 O' 为待分配订单集合，S' 为所需板坯集合，可将本文提出的采用约束满足技术最小化板坯数 (constraint satisfaction for minimizing slab quantity，CSMSQ) 算法描述如下.

[CSMSQ 算法]

Step 1 (初始化)

输入订单数据和相关参数；$O' = O$，$S' = \varnothing$，$m = 0$，$\Phi_j = \varnothing$，$\Psi_i = \varnothing$，$p_i = g_i$ 和 $c_j = W$，$\forall i, j$.

Step 2 (变量选择：选取可分配订单–板坯对)

按最小自由度优先策略从订单和板坯中选取可分配订单-板坯对(i^*, j^*)；若不存在(i^*, j^*)，则为O_{i^*}新增一块板坯$S_{j'}$，令$j^* = j'$.

Step 3　(值选择：订单重量分配)

针对已选取的(i^*, j^*)，按最大可行量分配策略为$x_{i^* j^*}$赋值；并更新O'、S'、m、p_{i^*}和c_{j^*}.

Step 4　(终止条件)

重复 Step 2 到 Step 3，直到$O' = \varnothing$；输出结果并终止算法.　[算法结束]

上述 CSMSQ 算法是一个循环求解的过程，下面的定理 3 表明这个循环求解过程一定是收敛的.

定理 3　CSMSQ 算法在有限步骤内收敛.

证明　对给定的订单集合O，其总订单重量$\sum_{i=1}^{n} g_i$为固定值. 根据最大可行量分配策略，在 CSMSQ 算法的每一次循环中，订单的未分配总重量$\sum_{i=1}^{n} p_i$都以离散值$\{p_i, c_j, p_i - \delta_i\}$的形式单调递减. 因此，由 CSMSQ 算法的终止条件$O' = \varnothing$可知，其一定在有限步骤内收敛.　[证毕]

4　数据实验

4.1　参照算法

由于目前还未能找到针对客户订单的规格需求为固定值，且订单有最小分配重量限制的板坯设计问题的相关文献与算法，因此为了评价 CSMSQ 算法，本文给出以下两个参照算法.

(1) 问题P的下界算法(lower algorithm，LA)：根据定理 1，将变量x_{ij}的取值范围放宽，变为连续变量，即不考虑订单的最小分配重量限制，则可求出问题的下界. 当然，该算法所得结果只是一个下界，并不一定是可行解.

(2) 降序最佳适应(best fit deceasing，BFD)算法：先对订单按$g_i \% W$(%为取余运算)的值降序排序，当该值相同时按δ_i降序排序；再对每个板坯进行标记，若已经有订单被分配到该板坯则标记为 1，否则标记为 0；接着对每个订单，检查所有标记为 1 的板坯，分配到最适合该订单的板坯中，如果没有该板坯，则开启标记为 0 的板坯，并将该订单分配到新开启的板坯，直到分配完所有订单. BFD 算法是针对装箱问题行之有效的经典算法[12].

4.2　实验结果与分析

为了评价本文提出的 CSMSQ 算法的有效性，根据钢铁企业的实际生产情况，按如下方式生成实验数据：订单重量$g_i \in U[90, 300]$，单位为 t，其中$U[a, b]$表示在区间$[a, b]$上的均匀分布；板坯的固定重量$W = 28$ t；订单的最小分配重量为 10 t. 每一组实验独立运行 30 次，记录板坯数量平均值和运行时间平均值. 实验中采用 Microsoft Visual VC++ 6.0 实现算法. 实验环境为 Pentium4/1 GHz/512 MB/Windows XP Professional. 实验结果如表 1 所示.

表 1　实验结果

Table 1　Experimental results

订单数	LA		CSMSQ			BFD		
	C^L	CT/s	C^C	PRD^C/%	CT/s	C^B	PRD^B/%	CT/s
50	357	0.01300	360	0.84	0.01143	372	4.20	0.04458
75	531	0.02133	537	1.13	0.02133	569	7.16	0.06746
100	705	0.03280	714	1.28	0.03436	753	6.81	0.06804
125	879	0.05153	891	1.37	0.05103	950	8.08	0.09903
150	1054	0.07083	1069	1.42	0.07083	1159	9.96	0.07950
175	1230	0.09583	1248	1.46	0.09686	1374	11.71	0.12493
200	1403	0.12446	1424	1.50	0.12236	1572	12.05	0.14012

注：C^L、C^C和C^B分别为算法 LA、CSMSQ 和 BFD 所得板坯数；$PRD^C = 100\% \times (C^C - C^L)/C^L$，$PRD^B = 100\% \times (C^B - C^L)/C^L$. CT 是算法所用计算时间，s.

从表 1 的实验结果中可以得到以下几点：(1) 针对板坯设计问题特点开发的 CSMSQ 算法得到的解，无论在板坯数上还是在相对稳定性上，都明显优于 BFD 算法. 而且随着问题规模的增大，其优势更加显著. (2) CSMSQ 算法得到的板坯数量与问题的下界(LA 的结果)的偏差很小，在上述实验中不超过 1.5%. 这表明本文提出的关于变量选择的最小自由度优先策略、关于值选择的最大可行量分配策略有效地利用了问题的特点. (3) CSMSQ 算法具有很高的计算效率(在上述实验中，计算时间都小于

1 s)，即使是对 200 个订单分配到 1 403 个板坯的较大规模的问题，计算时间仅为 0. 122 36 s，完全能够满足生产实际的需要.

5 结论

在钢铁企业的生产过程中，板坯是衔接各个关键工序的物流单元，也是将客户需求和工艺要求统一起来的关键所在，合理的板坯设计对提高生产效率起着重要的作用. 本文从钢铁企业生产管理的实际需求出发，针对板坯的规格相同、客户订单分解过程中有最小重量限制的板坯设计问题，建立了以最小化板坯数量为目标的约束满足模型; 通过三划分问题的多项式归结，证明了该问题是强 NP 难的. 进而，结合问题的特殊性质提出了基于约束满足的求解算法，并证明了该算法的收敛性. 数据实验表明本文提出的算法具有很好的效果和能够满足实际应用的计算效率.

参 考 文 献

[1] Xi Y, Li T K. An optimal algorithm for slab designing of fixed weight slabs. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2008, 30(10): 1179
(席阳，李铁克. 针对固定重量板坯的板坯设计优化算法. 北京科技大学学报，2008，30(10): 1179)

[2] Frisch A M, Miguel I, Walsh T. Modeling a steel mill slab design problem//*Proceedings of the IJCAI-01 Workshop on Modelling and Solving Problems with Constraints*. Seattle, 2001: 39

[3] Hnich B, Kiziltan Z, Miguel I, et al. Hybrid modelling for robust solving. *Ann Oper Res*, 2004, 130(1-4): 19

[4] Gargani A, Refalo P. An efficient model and strategy for the steel mill slab design problem//*Proceedings of the 13th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*. Providence, 2007: 77

[5] Van Hentenryck P, Michel L. The steel mill slab design problem revisited//*Proceedings of the 13th International Conference on Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*. Paris, 2008: 377

[6] Dawande M, Kalagnanam J, Lee H S, et al. The slab-design problem in the steel industry. *Interfaces*, 2004, 34(3): 215

[7] Denton B, Gupta D, Jawahir K. Managing increasing product variety at integrated steel mills. *Interfaces*, 2003, 33(2): 41

[8] Vonderembse M A, Haessler R W. A mathematical programming approach to schedule master slab casters in the steel industry. *Manage Sci*, 1982, 28(12): 1450

[9] Dash S, Kalagnanam J, Reddy C, et al. Production design for plate products in the steel industry. *IBM J Res Dev*, 2007, 51(3/4): 345

[10] Sun S H, Xiao Y J, Li T K. Solving the inventory matching problem of hot rolling strips based on the constraint satisfaction method. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2008, 30(6): 680
(孙树慧，肖拥军，李铁克. 基于约束满足方法求解热轧带钢库存匹配问题. 北京科技大学学报，2008，30(6): 680)

[11] Sapena O, Onaindia E, Garrido A, et al. A distributed CSP approach for collaborative planning systems. *Eng Appl Artif Intell*, 2008, 21(5): 698

[12] Johnson D S, Demers A, Ullman J D, et al. Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packing algorithms. *SIAM J Comput*, 1974, 3(4): 299