《工程科学学报》录用稿，https://doi.org/10.13374/j.issn2095-9389.2020.06.25.003 ©北京科技大学 2020

楔横轧内直角小台阶精确轧齐曲线研究*

张凯利，王宝雨✉，沈谨霞

北京科技大学 机械工程学院 100083

✉ 通信作者，E-mail: bywang@ustb.edu.cn

摘 要 内直角台阶的轧齐一直是楔横轧的关键技术之一，一般内直角台阶的轧齐曲线公式和算法不适合小台阶的生产应用。为了解决这一问题，通过改进几何模型，针对内直角小台阶的螺旋体体积提出一种新的计算方法。根据楔横轧工艺的特点，比较轧件初始半径与对应辅助圆半径的大小关系，指出了二辊轧齐过程中内直角小台阶的判断条件。根据轧件大端半径与旋转角度的关系，将轧齐过程分成了三个阶段。通过对小台阶螺旋体的分块，将其近似成三个规则体积的组合，推导出了轧齐过程中各个阶段的体积公式。依据体积平衡原理和楔横轧模具特点，得到了二辊楔横轧内直角小台阶随轧件旋转角度变化的轧齐曲线。最后采用刚塑性有限元软件 Deform-3D 对一定断面收缩率范围内的轴类件进行楔横轧数值模拟，验证了本文所提出的轧齐曲线计算方法的适用性。同时通过对比分析，发现在小断面收缩率轴类件直角台阶成形时展 宽角应尽量取小。

关键词 楔横轧；内直角小台阶；螺旋体体积；轧齐曲线；有限元

分类号 TG142.71

Study on Accurate Shaping Carve of Inside Small Right-angle Step of Cross Wedge Rolling

ZHANG Kai-li，WANG Bao-yu✉,SHEN Jin-xia

School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

✉ Corresponding author, E-mail: bywang@ustb.edu.cn

Abstract: The wedge cross rolling(CWR) die is generally composed of three parts: wedge section, widening section and finishing section. When forming the inside step, in order to avoid the generating of spiral steps, a new transitional phase is made between the widening section and the finishing section. Use the same shape as the inside step to cut the forming surface. The resulting surface is called the shaping surface, and the intersection between it with the base surface of the die is called the shaping curve.The rolling of inside right-angle step has always been one of the key technologies of cross wedge rolling. The general formula and algorithm of rolling alignment curve are not suitable for the production of small right-angle steps. In order to solve this problem, by improving the geometric model, a new calculation method is proposed for the volume of spiral cone of the small right-angle step. According to the characteristics of the cross wedge rolling process, by comparing the initial radius of rolled product and the corresponding auxiliary circle radius,the preliminary judgment conditions for the small inside right-angle step was pointed out. According to the relationship between the radius of large section and the rotation angle, the shaping process is divided into three phases. The volume formula of each phases is deduced by dividing the spiral cone into three regular volumes. Based on the volume fixedness theory, the accurate shaping curve of the small right-angle step with the change of the rolled piece rotatio[1]n angle is obtained. Finally, the finite element software Deform-3D is used to simulate the large diameter part within a certain area reductions range, which verifies the applicability of the calculation method proposed in this paper. At the same time, through comparative analysis, it is found that the stretching angle should be as small as possible when forming large diameter shaft parts with small right-angle steps.

[1]**收稿日期：** 2020-6-25

基金项目： 国家重点研发计划资助项目（2018YFB1307900）

录用稿件，非最终出版稿

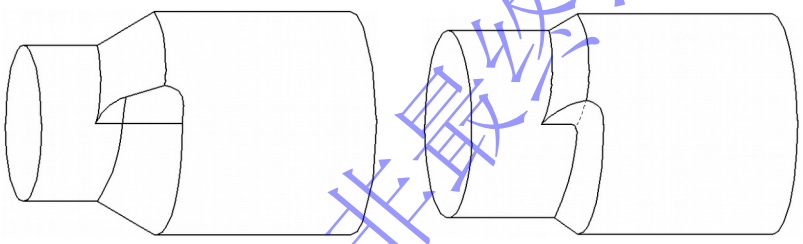
KEY WORDS cross wedge rolling；small right-angle steps；volume of helix；shaping curve；FEM

在楔横轧成形工艺中，楔横轧模具一般由楔入段、展宽段、精整段三部分组成[1-3]。当成形内台阶时，为避免产生螺旋台阶，在展宽段和精整段间新设计一个过度段——轧齐段，即内台阶成形阶段[4-6]。用与内台阶相同的曲面去截成形面，所得曲面称为轧齐曲面，它与轧辊基面的交线称为轧齐曲线[7]。内直角小台阶也是内直角台阶的一种，但是其与一般直角台阶在轧齐过程中的接触面不同，螺旋体体积的变化过程也不同。应用一般内直角台阶轧齐曲线公式指导小台阶轴的生产，会出现台阶无法轧齐，需反复修模的问题。

在内直角台阶轧齐问题上，已经提出了许多简化算法和公式[8-15]。张康生[5]通过分析轧件转角与滚动半径[16]的关系推导出了直角台阶轧齐曲线，是目前一般内直角台阶轧齐的主流应用方法。杜慧萍[6-7]等利用解析法得到的轧齐曲线公式是隐函数，需计算多个点后再拟合曲线，不方便应用。胡发国[8]不考虑二辊楔横轧内直角台阶轧齐过程中轧辊与轧件接触面方程，得到形式简介的轧齐曲线计算公式，但是将螺旋体过于简化，计算结果不精确。目前这些算法求得的公式不适合内直角小台阶的实际生产应用。为此，本文提出了一种针对内直角小台阶精确轧齐计算的新方法，而且所得轧齐曲线的的表达式相对简单，方便实际应用。

1 内直角小台阶判断条件

楔横轧轴类零件，当断面收缩率较大时，轧辊与轧件接触面形状如图 1（a）所示。当轧件轧制前后半径 r_o 与 r_i 相差不大，或展宽角与成形角较大时，轧辊与轧件接触面形状如图 1（b）所示。



（a） （b）

图 1 不同情况下轧辊与轧件接触面形状

Fig1 The shape of the contact surface between the roll and the rolled part under different conditions

轧辊和轧件接触面不同，导致轧件表面的螺旋体体积形状存在差异，因此在计算螺旋体体积时的计算公式要有针对性。目前轧齐曲线的计算方法多是针对图 1（a）形状的一般直角台阶轧齐过程提出来的，对图 1（b）形状的螺旋体体积的计算还需要进一步研究。在求解之前需要对一般台阶和小台阶的轧制条件进行初步划分。在轴类零件轧制过程中，轧辊楔顶部会在轧件轴向方向形成半径为 R 的圆弧，以圆弧端点与轧件圆心的距离 r 为半径做辅助圆，如图 2 所示。

录用稿件，非最终出版稿

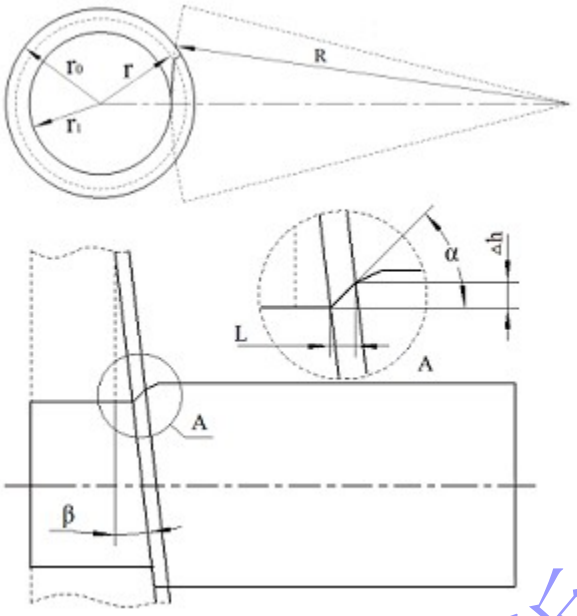


图 2 半径 r 辅助圆示意图

Fig.2 Auxiliary circle diagram of radius r

由于轧辊的展宽角 α，成形角 β 和轧制时压下量不同，r 的大小与轧件初始半径 r_0 的关系也不同，以此为区分条件将一般内直角台阶和内直角小台阶进行粗略划分。轧件转一圈的展宽量 $L=\pi\cdot r_k\cdot\tan\beta$，在径向的高度 $\Delta h=L\cdot\tan\alpha$；辅助圆半径 $r=r_1+\Delta h$。由于 r_0，r_1 相差不大，旋转半径 $r_k=\frac{1}{2}\cdot(r_0+r_1)$。所以：

$$r=\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(r_0+r_1)\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta+r_1 \tag{1}$$

当 $r\geq r_0$ 时，螺旋体形状如图 1（b），可视为内直角小台阶轧齐情况；当 $r<r_0$ 时，螺旋体形状如图 1（a），可视为一般内直角台阶轧齐情况。

2 内直角小台阶轧齐过程

由于大端半径随轧件旋转角度变化，导致螺旋体各部分体积变化过程存在差异，需要对轧齐过程分阶段分析。根据楔横轧内直角小台阶成形过程中螺旋体的变化情况，整个轧齐过程从进入轧齐到轧齐结束可分为如下三个阶段：

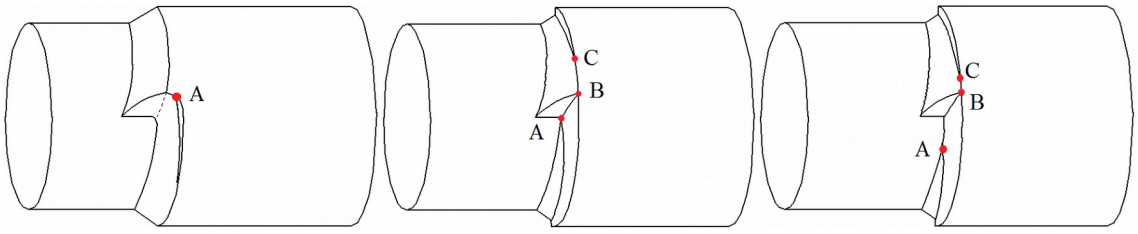
第一阶段：如图 3（a），螺旋体有一部分已经进入轧齐，随着轧件旋转外圆不断进入轧齐。当大端半径变为 r_1 时(A 点的半径变为 r_1)，则进入第一阶段与第二阶段的临界状态，如图 3（b），此时外圆周还未完全进入轧齐（B 点还未进入轧齐）。

第二阶段：如图 3（c），螺旋体的外圆不断进入轧齐(C 点不断向 B 点靠近)，内圆周的半径不断轧至 r_1。当螺旋体的外圆周全部进入轧齐时（C 点到达 B 点），则进入第二阶段与第三阶段的临界状态，如图 3（d）。

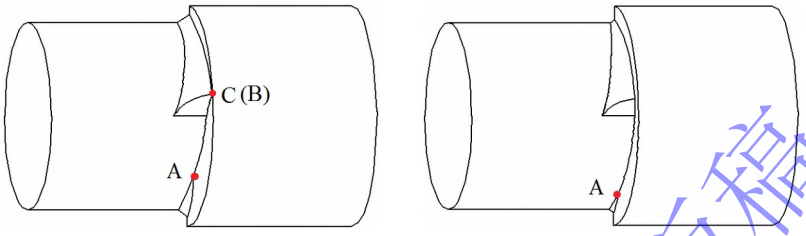
第三阶段：如图 3（e），整个螺旋体全部进入轧齐，内圆周的半径逐渐减小，当螺旋体内圆周半径

录用稿件，非最终出版稿

全部轧至 r_1 时，轧齐结束。



（a）第一阶段　　（b）第一阶段和第二阶段的临界状态　　（c）第二阶段



（d）第二阶段和第三阶段的临界状态　　（e）第三阶段

图 3 内直角小台阶轧齐过程示意图

Fig3 Rectangular small steps in rolling process diagram

3 螺旋体体积计算

3.1 螺旋体体积划分

在楔横轧生产工艺中，轧件是通过轧辊的挤压成型，由于轧辊上成形角 α 和展宽角 β 的存在，轧件受到轧辊的挤压后螺旋体变形区几何形状是一个复杂的曲面。该复杂曲面难以用解析法准确表达，所得出的表达式非常复杂，不利于实际应用，所以对轧件的螺旋体进行几何近似，如图 4 所示。

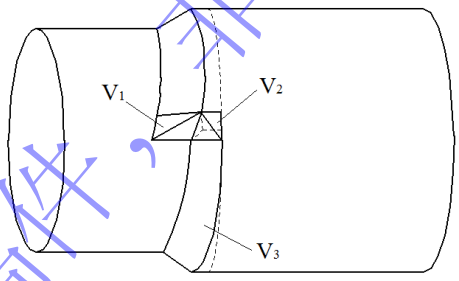


图 4 轧件螺旋体几何近似简图

Fig.4 A simplified geometric approximation of the helix

轧件螺旋体可分为楔顶变形区 V_1、楔侧变形区 V_2 和楔侧变形区 V_3 三部分。楔顶变形区 V_1 是将模具楔顶部与轧件接触面上的曲线边线简化成直线，模具咬入的顶点向先前的成形区边界引垂线，构成底面为平行四边形的四棱锥。楔侧变形区 V_2 是将模具楔侧与轧件接触面上的曲线边线简化成直线，曲面接触面简化成平面，构成三棱柱与四棱锥的结合体。楔侧变形区 V_3 简化成三棱台。

二辊楔横轧是轴对称轧制过程，所以以半周为对象对螺旋体体积进行计算。根据文献[8]的推导，螺旋体的大端半径 $r(\varphi)$ 随轧件转角 φ 的变化规律为：

$$r(\varphi) = r_0 - r_1 \cdot \tan\alpha \cdot \tan\beta \cdot \varphi \tag{2}$$

3.2 轧齐第一阶段体积计算

轧齐第一阶段大端半径逐渐减小，如图 5 所示，M 点不断向 A 点移动，当 M 移动到 A 点，即 $r(\varphi) = r_1$ 时第一阶段结束。在第一阶段轧件只有部分进入轧齐，进入轧齐部分的半径在 r_1 和 r_0 之间。

录用稿件，非最终出版稿

在轧齐第一阶段中，楔顶变形区 V_1 没有进入轧齐，$V_{\text{I}-\text{I}}$ 体积没有变化。随着大端半径 $r(\varphi)$ 的改变，楔侧变形区 V_2、V_3 的体积不断减小，在第一阶段结束时，$V_{\text{I}-\text{II}}$ 的体积变为0。

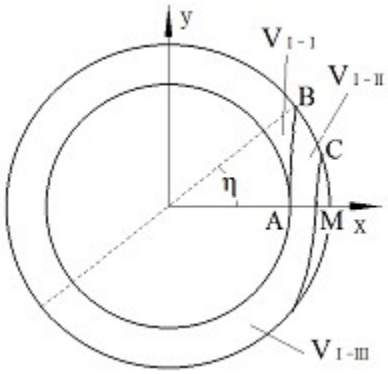


图5 轧齐第一阶段轴向示意图

Fig.5 Schematic diagram of the first stage

楔顶变形区 $V_{\text{I-I}}$ 没有进入轧齐，在轧齐第一阶段为定值，几何近似如图6，其体积计算公式为：

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot P \cdot l \cdot \Delta h \qquad (3)$$

$\Delta h = r_0 - r_1$；$P = \Delta h / \tan\alpha$；$l = r_1 \cdot \eta$。

η ——从轧件轴向上看，轧辊与轧件接触曲线端点和轧件中心的连线与水平线所形成的夹角，如图5所示。轧件初始半径 r_0、轧辊半径 R 和 $r_1 + R$ 构成三角形，根据三角形余弦定理可知

$$\eta = \arccos\left(\frac{r_0^2 + r_1^2 + 2r_1 \cdot R}{2r_0 \cdot (r_1 + R)}\right) \qquad (4)$$

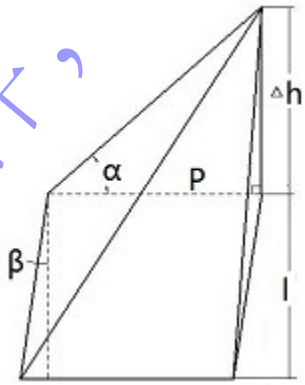


图6 $V_{\text{I}-\text{I}}$ 示意图

Fig.6 $V_{\text{I}-\text{I}}$ Schematic diagram

楔侧变形区 $V_{\text{I}-\text{II}}$ 在第一阶段体积逐渐减小，其中 P 值视为以 φ / φ_c 的速率减少，Δh 随轧件旋转角度增大而减小。在 Δh 减小过程中，初始三棱柱体积形状改变，以三棱柱体积公式对其进行近似计算，如图7。

录用稿件，非最终出版稿

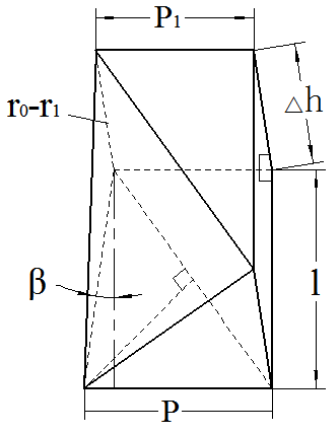


图 7 $V_{\text{I}-\text{II}}$ 示意图

Fig.7 $V_{\text{I}-\text{II}}$ Schematic diagram

$$V_2(\varphi)\approx\frac{1}{2}\cdot P_1\cdot l\cdot\Delta h+\frac{1}{3}\sqrt{P_1^2+l^2}\cdot\frac{P_1\cdot l}{\sqrt{P_1^2+l^2}}\cdot\frac{1}{2}(\Delta h+r_0-r_1) \tag{5}$$

其中 φ 的取值范围为 $0\le\varphi\le\varphi_c$；$l=r_1\cdot\eta$；

$$P_1=(\frac{r_0-r_1}{\tan\alpha}-l\cdot\tan\beta)\cdot(1-\frac{\varphi}{\varphi_c}) \tag{6}$$

$$\Delta h=r(\varphi)-r_1=r_0-r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\varphi-r1 \tag{7}$$

$$\varphi_c=\frac{r_0-r_1}{r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta} \tag{8}$$

楔侧变形区 $V_{\text{I}-\text{III}}$ 在第一阶段为部分进入轧齐的螺旋斜锥体，几何形状如图 8 所示，其横截面分别为直角三角形和直角梯形，可以采用积分方法求解。

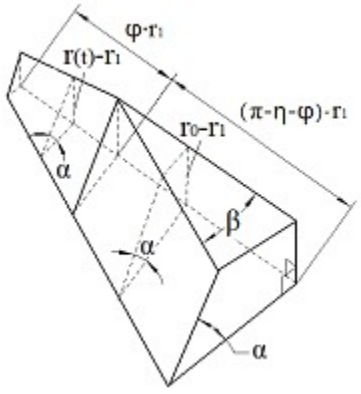


图 8 $V_{\text{I}-\text{III}}$ 示意图

Fig.8 $V_{\text{I}-\text{III}}$ Schematic diagram

$$V_3(\varphi)=\frac{1}{2}\int_0^{\varphi}[r(t)-r_1]^2\cdot\cot\alpha\cdot r_1dt+\frac{1}{2}\int_0^{\pi-\eta-\varphi}[2r_1\cdot t\cdot\tan\beta+(r_0-r_1)\cdot\cot\alpha]\cdot(r_0-r_1)\cdot r_1dt$$

采用稿件，非最终出版稿

（9）

其中 φ 的取值范围为 $0 \le \varphi \le \varphi_c$。

3.3 轧齐第二阶段体积计算

轧齐第二阶段开始时轧齐内圆周的大端半径 $r(\varphi)$ 到达 r_1。随着轧制的进行，楔侧变形区 V_3 的体积不断减小，第二阶段在螺旋体外圆周全部进入轧齐时结束。

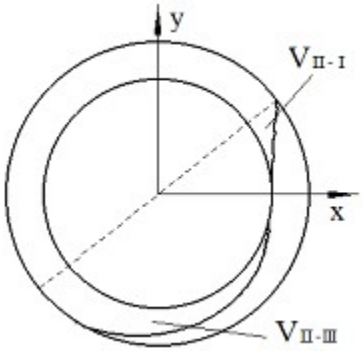


图 9 轧齐第二阶段轴向示意图

Fig.9 Schematic diagram of the second stage

在轧齐的第二阶段 V_1 的体积不变，所以 $V_{\text{II}-\text{I}} = V_{\text{I}-\text{I}}$。在轧齐的第二阶段的体积 V_2 为0，即 $V_{\text{II}-\text{II}} = 0$。$V_3$ 部分螺旋体内圆半径轧至 r_1，已经完成轧齐，部分还尚未进入轧齐，如图 9 所示。

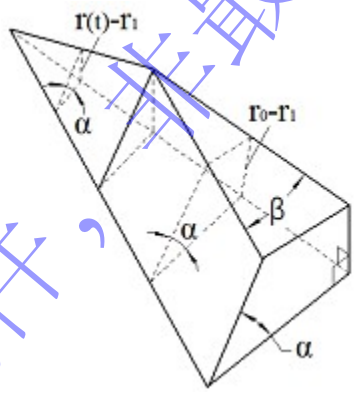


图 10 $V_{\text{II}-\text{III}}$ 示意图

Fig.10 $V_{\text{II}-\text{III}}$ Schematic diagram

楔侧变形区 V_3 在第二阶段几何形状如图 10 所示，其横截面分别为直角三角形和直角梯形，前半部分为三棱锥，体积为定值，不随轧件转角 φ 改变，采用积分方法求解。

$$V_3(\varphi) = \frac{1}{2}\int_0^{\varphi_c}[r(t)-r_1]^2 \cdot \cot\alpha \cdot r_1 dt + \frac{1}{2}\int_0^{\pi-\eta-\varphi}[2r_1 \cdot t \cdot \tan\beta + (r_0-r_1)\cdot\cot\alpha]\cdot(r_0-r_1)\cdot r_1 dt$$

（10）

其中 φ 的取值范围为 $\varphi_c \le \varphi \le \pi - \eta$。

3.4 轧齐第三阶段体积计算

第三阶段开始时，螺旋体全部进入轧齐。随着内圆周半径 $r(\varphi)$ 的变化，楔顶变形区 V_1、楔侧变形

录用稿件，非最终出版稿

区 V_3 的体积不断减小，如图 11 所示。当内圆周半径到都达 r_1 时， V_1、V_3 的体积变为 0，轧齐结束。

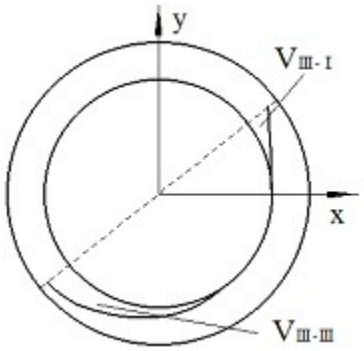


图 11 轧齐第三阶段轴向示意图

Fig.11 Schematic diagram of the third stage

第三阶段图 5 中的 B 点开始进入轧齐， Δh 随 φ 变化，变为 $r(\varphi)-r_1$， V_1 如图 12 所示。

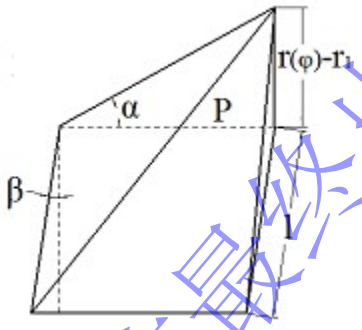


图 12 $V_{\text{III}-\text{I}}$ 示意图

Fig.12 $V_{\text{III}-\text{I}}$ Schematic diagram

$$V_1(\varphi)=\frac{1}{3}\cdot P\cdot l\cdot(r(\varphi)-r_1)=\frac{1}{3\tan\alpha}\cdot r_1\cdot\eta\cdot(r_0-r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\varphi-r_1)^2 \tag{11}$$

其中 φ 的取值范围为 $\pi-\eta\le\varphi\le\varphi_c+\pi-\eta$。

第三阶段 V_3 的体积是一个三棱锥，如图 13 所示。

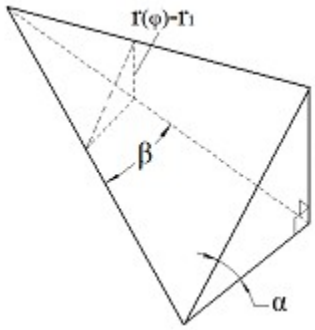


图 13 $V_{\text{III}-\text{III}}$ 示意图

Fig.13 $V_{\text{III}-\text{III}}$ Schematic diagram

录用稿件，非最终出版稿

$$V(\varphi)=\int_{\varphi-(\pi-\eta)}^{\varphi_c}\frac{1}{2}[r(t)-r_1]^2\cdot\cot\alpha\cdot r_1 dt \qquad (12)$$

其中 φ 的取值范围为 $\pi-\eta\le\varphi\le\varphi_c+\pi-\eta$。

4 轧齐曲线的求解

楔横轧是一种塑性成形工艺，轧制过程满足体积平衡原理：在轧齐过程中任意位置，未轧齐的轧件螺旋体体积恒等于轧件轴颈处还需伸长的体积。其数学表达式为：$\sum V(\varphi)_i=V_x$ （13）

$V(\varphi)_i$ ——轧齐过程中螺旋斜锥体各部分体积之和；$V(x)$ ——轴颈处需伸长部分的体积。

轴颈处需伸长部分的体积 $V_x=\pi\cdot r_1^2\cdot X$ （14）

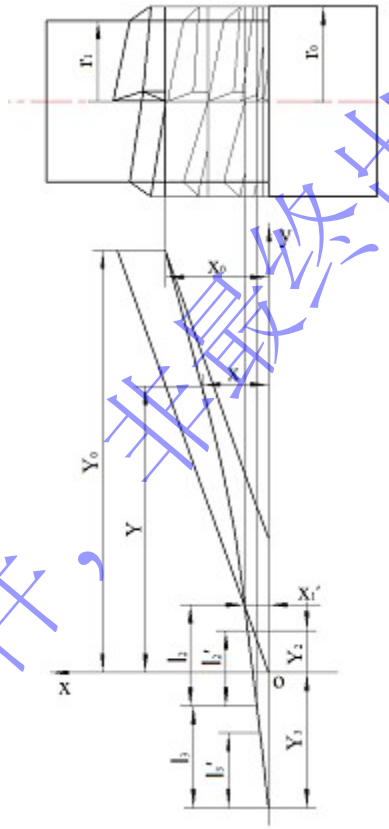


图 14 精确轧齐曲线示意图

Fig.14 Diagram of precise shaping curve

轧齐曲线示意图如图 14 所示。在轧齐第一阶段，根据模具的设计规则，轧齐曲线上任意点的坐标值均满足式（15）的几何关系。

$$Y=[X+(r-r_1)\cdot\cot\alpha]\cdot\cot\beta \qquad (15)$$

将第一阶段的体积带入

录用稿件，非最终出版稿

$$X_1=\frac{2(V_{\text{I}-\text{I}}+V_{\text{I}-\text{II}}+V_{\text{I}-\text{III}})}{\pi\cdot r_1^{\,2}}=\frac{1}{\pi\cdot r_1^{\,2}}\cdot[\frac{2}{3}\cdot\frac{(r_0-r_1)^2}{\tan\alpha}\cdot r_1\cdot\eta+2(\frac{r_0-r_1}{\tan\alpha}-r_1\cdot\eta\cdot\tan\beta)(1-\frac{\varphi\cdot r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta}{r_0-r_1})$$
$$\cdot r_1\cdot\eta\cdot(\frac{2}{3}(r_0-r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\varphi-r_1)+\frac{1}{6}(r_0-r_1))+(\varphi\cdot\cot\alpha+\varphi^2\cdot\tan\beta+\frac{1}{3}\varphi^3\cdot\tan\alpha\cdot(\tan\beta)^2)\cdot r_1^{\,3}$$
$$+r_1\cdot(r_0-r_1)\cdot(\varphi-\pi+\eta)\cdot((r_1-r_0)\cdot\cot\alpha+r_1\cdot\tan\beta\cdot(\varphi-\pi+\eta))-\varphi^2\cdot r_0\cdot r_1^{\,2}\cdot\tan\beta$$
$$+\varphi\cdot r_0\cdot r_1\cdot\cot\alpha\cdot(-2r_1+r_0)]$$

（16）

$$Y_1=[X_1+(r-r_1)\cdot\cot\alpha]\cdot\cot\beta \qquad (17)$$

其中 φ 的取值范围为 $0\le\varphi\le\varphi_c$。

在轧齐的第二阶段，轧件需转过的角度为 $\varphi=\pi-\eta-\varphi_c$，轧件还未滚过的的长度记为 l_2，当 $\varphi=\varphi_c$ 时，l_2 有最小值 l_2'。

$$X_2=\frac{2(V_{\text{II}-\text{I}}+V_{\text{II}-\text{II}}+V_{\text{II}-\text{III}})}{\pi\cdot r_1^{\,2}}=\frac{1}{\pi\cdot r_1^{\,2}}\cdot[\frac{2}{3}\cdot\frac{(r_0-r_1)^2}{\tan\alpha}\cdot r_1\cdot\eta+\frac{(r_0-r_1)^3}{3\cdot(\tan\alpha)^2\cdot\tan\beta}$$
$$+r_1\cdot(r_0-r_1)\cdot(\varphi-\pi+\eta)\cdot(r_1\cdot\cot\alpha-r_1\tan\beta\cdot(\varphi-\pi+\eta))] \qquad (18)$$

$$Y_2=\frac{X_1'}{\tan\beta}-l_2+l_2' \qquad (19)$$

X_1' ——$\varphi=\varphi_c$ 时 X_1 的值；$l_2=r_k\cdot\varphi=\frac{1}{2}\cdot(r_0+r_1)\cdot\varphi$ （20）

$$l_2'=r_k\cdot\varphi_c=\frac{1}{2}\cdot(r_0+r_1)\cdot(\frac{r_0-r_1}{r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta}) \qquad (21)$$

其中 φ 的取值范围为 $\varphi_c\le\varphi\le\pi-\eta$。

$$X_3=\frac{2(V_{\text{III}-\text{I}}+V_{\text{III}-\text{II}}+V_{\text{III}-\text{III}})}{\pi\cdot r_1^{\,2}}=\frac{1}{\pi\cdot r_1^{\,2}}\cdot[\frac{2}{3\tan\alpha}\cdot r_1\cdot\eta\cdot(r_0-r_1\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\varphi-r_1)^2+\frac{(r_0-r_1)^3}{3\cdot(\tan\alpha)^2\cdot\tan\beta}$$
$$+(2\cdot r_0\cdot r_1^{\,2}-r_1^{\,3}-r_0^{\,2}\cdot r_1)\cdot\cot\alpha\cdot(\varphi-\pi+\eta)-(r_1^{\,3}-r_0\cdot r_1^{\,2})\cdot\tan\beta\cdot(\varphi-\pi+\eta)^2$$
$$-\frac{1}{3}r_1^{\,3}\cdot\tan\alpha\cdot(\tan\beta)^2\cdot(\varphi-\pi+\eta)^3]$$

（22）

在轧齐第三阶段，由简单轧齐曲线所得的计算公式[1]近似精确轧齐曲线的纵向长度，其计算起点为轧齐第二段结束点，可得：

$$Y_3=\frac{X_1'}{\tan\beta}+l_2'-l_2''-l_3'+l_3 \qquad (23)$$

$$l_2''=r_k\cdot(\pi-\eta)=\frac{1}{2}\cdot(r_0+r_1)\cdot(\pi-\eta) \qquad (24)$$

采用稿件，非最终出版稿

$$l_3' = \frac{r_0^3 - r_1^3}{3 \cdot r_1^2 \cdot \tan\beta \cdot \tan\alpha} \tag{25}$$

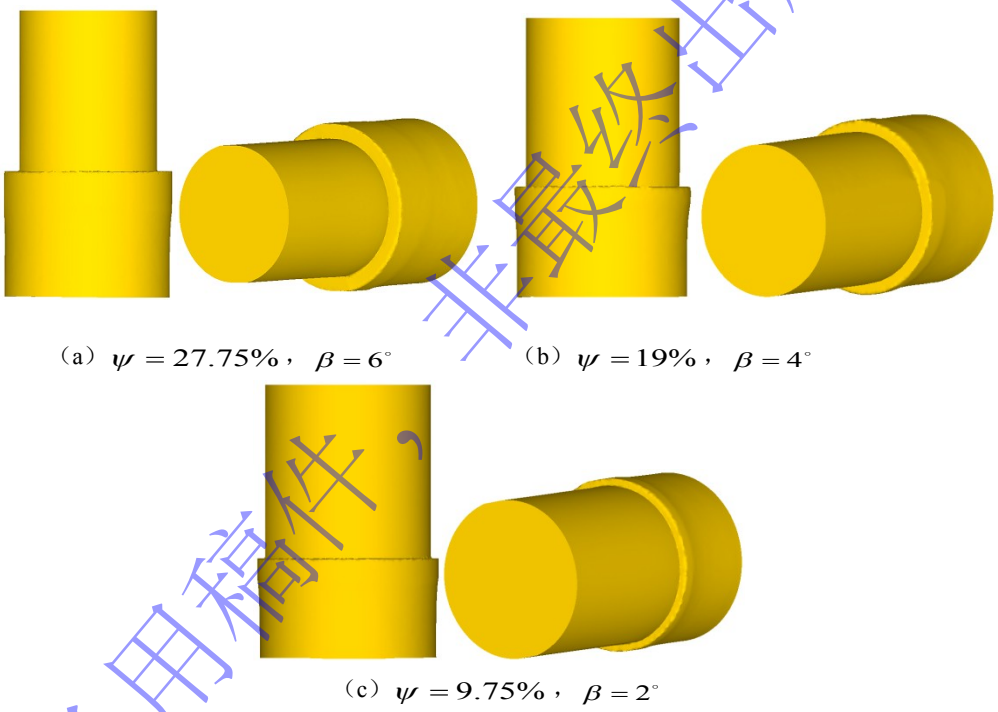
$$l_3 = \frac{r^3 - r_1^3}{3 \cdot r_1^2 \cdot \tan\beta \cdot \tan\alpha} = \frac{(r_0 - r_1 \cdot \tan\alpha \cdot \tan\beta \cdot (\varphi + \eta - \pi))^3 - r_1^3}{3 \cdot r_1^2 \cdot \tan\beta \cdot \tan\alpha} \tag{26}$$

其中 φ 的取值范围为 $\pi - \eta \le \varphi \le \varphi_c + \pi - \eta$。

5 有限元模拟

5.1 对不同断面收缩率的适应性

利用 MATLAB 软件根据本文推导的轧齐曲线公式编写计算程序，在定义的 function 函数中依次输入 α、β、r_0、r_1、R 五个参数，运行之后可以得出对应的轧齐曲线，用得到的轧齐曲线修模。采用刚塑性有限元软件 Deform-3D 分别对断面收缩率为 27.75%、19%和 9.75%的轧件进行台阶轧齐仿真，主要工艺参数为 $\alpha = 34^\circ$、$r_0 = 100mm$、$R = 1000mm$。仿真结果对应图 15 各图。



（a）$\psi = 27.75\%$，$\beta = 6^\circ$　（b）$\psi = 19\%$，$\beta = 4^\circ$

（c）$\psi = 9.75\%$，$\beta = 2^\circ$

图 15 不同断面收缩率仿真结果

Fig.15 The simulation results with different sectional shrinkage rates

为了进一步说明轧齐效果，对仿真情况进行定量描述。在 DEFORM-3D 软件中，将仿真结果的三维图形以.stl 的格式输出，然后导入 UG 软件，进行尺寸测量。对轧件进行等量划分，每 30°取一个平面，共得到 12 组数据，测量切面台阶处的直径 d 和台阶的角度 θ，如图 16 所示。为方便表述，将直径 d 转换成半径 r 绘制在图中，得到台阶角度 θ 和半径 r 在轧件周向的尺寸变化图，计算测量值的平均值 $\bar{x}$ 和标准偏差 S，如图 17 所示。

录用稿件，非最终出版稿

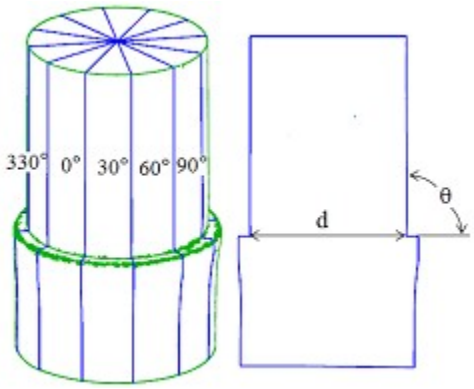
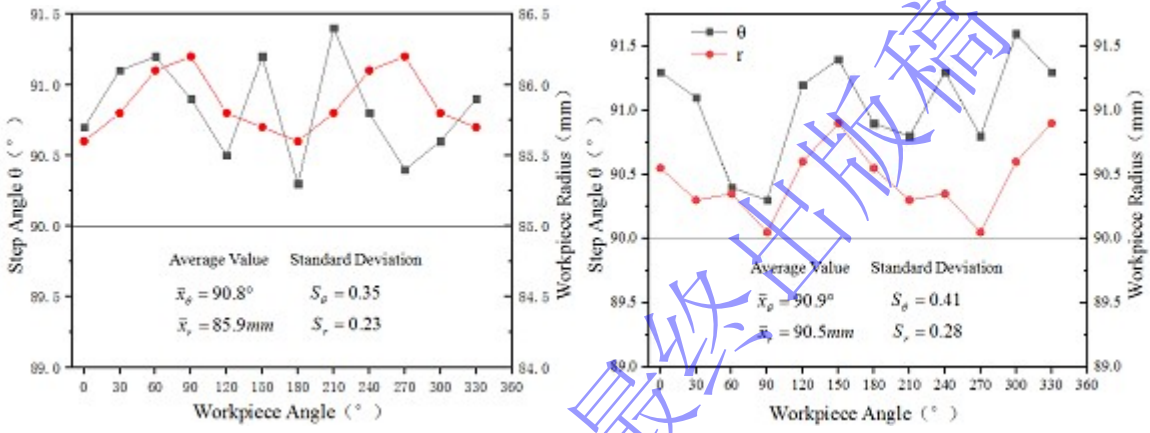
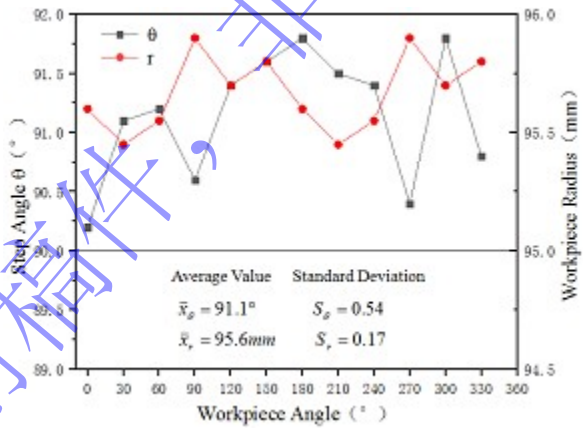


图 16 轧件划分切面示意图

Fig.16 The schematic diagram of workpiece section



（a）$\psi = 27.75\%$，$\beta = 6°$　　（b）$\psi = 19\%$，$\beta = 4°$



（c）$\psi = 9.75\%$，$\beta = 2°$

图 17 台阶角度和半径尺寸变化图

Fig.17 The change in value of step angle and radius

从图 17 中可知台阶角度平均偏差最大 1.1°，偏差率 1.2%；台阶处直径平均偏差最大 1.8mm，偏差率 1.1%。偏差程度较小，轧齐效果较好。综上可以说明，本文提出的轧齐曲线推导公式适合一定断面收缩率范围内的内直角小台阶的成形。

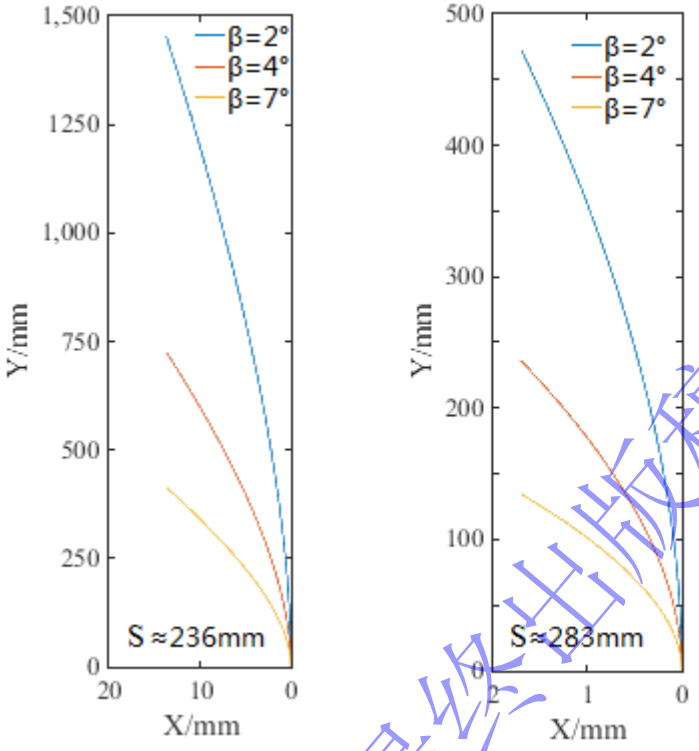
5.2 展宽角的影响

展宽角是楔横轧工艺的关键参数之一。为从本质上说明展宽角对直角台阶成形的影响，暂不考虑由成形面形成的螺旋斜锥体的螺旋体部分，这样在轧齐过程中任意位置的内台阶将都是回转体。根据这种简化了的台阶模型导出的轧齐曲线称为简单轧齐曲线[1]。

对比分析一般断面收缩率和小断面收缩率的简单轧齐曲线。为使展宽角对直角台阶成形的影响效果显

录用稿件，非最终出版稿

著，选择大直径的轴类零件进行分析。对主要工艺参数为 $\alpha=34^\circ$、$r_0=100mm$，展宽角分别为 2°、4° 和 7°，断面收缩率分别为43.75%和19%的轧件进行简单轧齐曲线计算，结果如图18所示。



（a）断面收缩率43.75%　　（b）断面收缩率19%

图18 简单轧齐曲线实例

Fig.18 Example of simple shaping curve

为使轧齐充分，轧齐过程应至少绕轧件一周。所以轧齐曲线的Y值应不小于轧件内圆半周长S——$S=\pi\cdot r_1$。由图18（a）中可以看出，一般断面收缩率轴类件的展宽角取值较大时，如 $\beta=7^\circ$ 时，简单轧齐曲线的Y值大于内圆半周长，满足轧齐的条件。由图19（b）可以看出，小断面收缩率轴类件的展宽角取值较大时，如 $\beta=7^\circ$，简单轧齐曲线的Y值远小于内圆半周长，轧齐段过早结束，台阶无法轧齐；展宽角小时，如 $\beta=2^\circ$ 时，Y值远大于内圆半周长，满足轧齐条件；展宽角较小时，如 $\beta=4^\circ$ 时，Y值与内圆半周长相近。因此可以得出结论：小断面收缩率轴类件内直角台阶轧齐时应选用小的展宽角。

由图14可以看出，按本文计算方法轧齐曲线得到延长，Y值范围扩大，因而对应的展宽角 β 取值范围相对简单轧齐而言稍有扩大。综合分析得到表1不同断面收缩率直角小台阶轧齐对应的展宽角阈值。

表1 断面收缩率与直角小台阶轧齐展宽角的关系

Table 1 Relationship between area reductions rate and stretching angle

Process parameter Area reductions rate φ/%	<10%	10%~20%	20%~30%
stretching angle	$1.5^\circ\sim3^\circ$	$2^\circ\sim6^\circ$	$4^\circ\sim8^\circ$

6 结论

录用稿件，非最终出版稿

（1）二辊轧制过程中内直角小台阶成形的判断条件：轧辊在轧件轴向形成的圆弧端点与轧件圆心的连线距离大于轧件初始半径时，可视为属于小台阶轧齐情况。

（2）将复杂的螺旋斜锥体几何近似，用数学几何推导出螺旋斜锥体体积随轧件转角变化的关系，得到了内直角小台阶不同阶段的轧齐曲线公式。

（3）通过仿真验证，本文提出的轧齐曲线的推导公式适合一定断面收缩率范围内的内直角小台阶成形。

（4）小断面收缩率轴类产品（尤其是较大直径的零件）直角台阶成形，应尽量选择小的展宽角，同时给出了不同断面收缩率下台阶轧齐的展宽角取值范围。

参考文献

[1] Hu Z H,Zhang K S, Wang B Y, et al. *The Forming Technology and Simulation of Shafts with Cross Wedge Rolling*[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2004

（胡正寰，张康生，王宝雨，等.楔横轧零件成形技术与模拟仿真[Ml.北京:冶金工业出版社，2004.）

[2] Zhang J G,Cui S ,Qin S Y,et al.Current situation and development trend of technology in China cross wedge rolling[J].Forging & Stamping Technology,2020,45(06):1

(张军改,崔松松,秦思晓,石小猛,安若维,张招,薛红燕,韩娜.国内楔横轧技术现状与发展趋势[J].锻压技术,2020,45(06):1)

[3] Wei L J.Application and research of cross wedge rolling technology[J].China Metalforming Equipment& Manufacturing Technology,2017,52 (1) : 95

(魏烈军.楔横轧技术应用与研究[J].锻压装备与制造技术,2017,24 (1) : 95)

[4] Zhang K S,Hu Z H,B. Basic theory of step shaping of cross wedge rolling[J]. *Forging&Stamping Technology*，1996,(6):30

（张康生，胡正寰．楔横轧轧齐基本理论研究．锻压技术[J].1996,(6):30）

[5] Zhang K S,Hu Z H. Shaping curve of right angle step in cross wedge rolling[J]. *Forging&Stamping Technology*,1996，21(6): 27

（张康生，胡正寰.楔横轧精确直角台阶轧齐曲线[J].锻压技术，1996，21(6):27）

[6] Du H P,Zhang K S,Hu Z H.Study on Accurate Shaping Carve of Inside Right-angle Step of Cross Wedge Rolling[J].*China Mechanical Engineering*,2005, 16(12): 1100

（杜惠萍，张康生，胡正寰.楔横轧内直角台阶精确轧齐曲线的研究[J].中国机械工程，2005,16(12): 1100）

[7] Du H P. *Study of the Key Subjects on the Accurate Shaping of Work-piece for Cross Wedge Rolling* [D].Beijing: University of Science and Technology Beijing，2006.

（杜慧萍，张康生，胡正寰.楔横轧精确成形关键问题的研究[D].北京：北京科技大学，2006.）

[8]Hu F G, Wang B Y, Hu Z H. Study on shaping curve of right-angle step for two-roll cross wedge rolling[J].*Forging&Stamping Technology*，2009,6.45

（胡发国，王宝雨，胡正寰.楔横轧直角台阶轧齐曲线的研究[J].锻压技术，2009,6.45）

[9] Liao C X. *The Study of Accurate Shaping of Inside-Right-Angle Step of Cross Wedge Rolling* [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2009

（廖垂鑫，楔横轧内直角台阶精确成形的研究[D].北京:北京科技大学，2009）

[10] Hu F G, Wang B Y, Hu Z H. Shaping curve of the right-angle step of a cross wedge rolling elliptical shaft. [J] *Univ Sci Technol Beijing*, 2010, 32(4): 520

（胡发国，王宝雨，胡正寰.楔横轧椭圆轴直角台阶轧齐曲线[J].北京科技大学学报，2010, 32(4): 520）

[11] Jiao S J.*The Study and Application on Shaping Curve of the Narrow Step Precision Forming Technology of the Cross Wedge Rolling*.[D]. Ningbo University.2013

（焦思佳. 楔横轧窄台阶精确成形的轧齐曲线研究及应用[D].宁波大学,2013）

[12] Zhao R.*Study on Precise Shaping for Shaft with Heavy Section Shrinkage and Narrow Steps on Cross Wedge Rolling*.[D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2012

（赵然.楔横轧大断面窄台阶精确成形问题研究[D].北京：北京科技大学.2012）

[13] Zhao R， Zhang K S.Differential equation solution of shaping curves for narrow steps in cross wedge

录用稿件，非最终出版稿

rolling[J].*Univ Sci Technol Beijing*,2013,35(03):358
（赵然，张康生.楔横轧窄台阶轧齐曲线的微分方程解法[J].北京科技大学学报，2013,35(03):358）
[14] Lu H Y，Yan H J，Zhang S J，et al.Reserch on optimization of rolling curve for multi-step shaft in cross wedge rolling [J].Forging &Stamping Technology,2019,44 (12) : 41.
(路红岩，闫华军，张双杰等．楔横轧多台阶轴轧齐曲线优化研究[J]．锻压技术,2019,44 (12) :41)
[15] Gao M.*Key technology research of cross wedge rolling hollow shaft with mandrel* [D].Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2018
(高铭.带芯棒楔横轧空心轴关键技术研究[D]北京：北京科技大学.2018)
[16] Wang B Y, Hu F G, Hu F S, et al. Experimental research on rolling radius of formed part for cross wedge rolling. [J].*Mech Eng*, 2010, 46(24): 22
（王宝雨，胡发国，胡福生，等.楔横轧轧件滚动半径变化规律的试验研究[J].机械工程学报，2010, 46(24): 22）
[17] Shu X D,Chen T Z,Chang Y,et al.Closed-open combined rolling and microstructure distribution characteristics of shafts[J].Journal of Harbin Engineering University，2019，40 (11) :1925
(束学道,陈泰珠,常莹等.轴类件闭开联合轧制及其微观组织分布特征[J].哈尔滨工程大学学报,2019,40 (11) :1925)
[18] Shen J X,Wang B Y,Zhou J,et al. Numerical and experimental research on cross wedge rolling hollow shafts with a variable inner diameter[J]. Archives of Civil and Mechanical Engineering,2019,19(4)
[19] Z Pater,J Tomczak,T Bulzak.Cavity formation in cross-wedge rolling processes[J]Journal of Iron and Steel Research International, 2019, Vol.26 (1), 1
[20] Huang X M,Wang B Y,Li J L,et al.Numerical simulation and experimental study on thermodynamic coupling in cross wedge rolling performing for Ti-6Al-4V blade[J].Forging & Stamping Technology,2018,43(04):70
（黄晓敏,王宝雨,李俊玲,等.Ti-6Al-4V 叶片楔横轧制坯热力耦合数值模拟与实验研究[J].锻压技术,2018,43(04):70）
[21] Zhu D B,Shu X D.Influence of process parameters on force and energy parameters of cross wedge rolling GH4169 alloy shaft parts[J].Journal of Plasticity Engineering.2018, 25(1),52
（朱德彪,束学道.工艺参数对楔横轧 GH4169 合金轴类件力能参数的影响[J].塑性工程学报,2018,25(01):52）
[22] Huang X, Wang B Y, Zhou J,et al.Comparative study of warm and hot cross-wedge rolling:numerical simulation and experimental trial[J].The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, Vol.92 (9-12), 3541
[23] Liu W K.*Theoretical and Experimental Research on Forming Light Area Reduction Shafts by Cross Wedge Rolling*[D].Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2012
（刘文科.小断面收缩率轴类零件楔横轧成形理论及实验研究[D].北京：北京科技大学.2012）
[24] Yang C P,Zheng Z H,Zhou J,et al.Study on the spiral microstructure defect of workpiece with a small area reduction formed via cross wedge rolling[J].Chinese Journal of Engineering ,2018,40
(02):233)
(杨翠苹,郑振华,周靖,等.楔横轧小断面收缩率轧件螺旋组织缺陷研究[J].工程科学学报,2018,40(02):233)
[25] Min H T,Peng W F,Wu H M,et al.Influence of the area reduction on interfacial bonding properties of the cross-wedge rolled 42CrMo/Q235 laminated shaft[J].Journal of Harbin Engineering University,2018,39(07):1239
(闵海涛,彭文飞,吴焕铭,等.断面收缩率对楔横轧 42CrMo/Q235 层合轴界面结合特性的影响[J].哈尔滨工程大学学报,2018,39(07):1239)

录用稿件，非最终出版稿