

状态时滞时变离散时间系统的最优预见控制器设计

廖福成¹⁾ 徐玉洁^{1,2)} ✉

1) 北京科技大学数理学院, 北京 100083 2) 北京科技大学自动化学院, 北京 100083

✉ 通信作者, E-mail: xuyujie-ustb@126.com

摘 要 研究了一类具有状态时滞的时变离散时间系统的最优预见控制问题. 所用的方法仍然是通过引入差分算子构造扩大误差系统. 首先克服了差分算子不是线性算子的困难, 成功构造了扩大误差系统. 然后通过提升技术, 把系统转化为形式上没有时滞的普通控制系统. 最后通过引入可预见的目标值信号信息, 得到最终的扩大误差系统. 从这个扩大误差系统出发, 利用时变系统最优控制的有关结果, 设计处理原系统的带有预见作用的控制器. 利用矩阵分解, 把需要求解的高阶 Riccati 方程转化成一个低阶的 Riccati 方程. 仿真实例表明了该设计方法的有效性.

关键词 状态时滞; 时变系统; 最优控制; 预见控制

分类号 TP 273

Design of an optimal preview controller for time-varying discrete-time systems with state time-delay

LIAO Fu-cheng¹⁾, XU Yu-jie^{1, 2)} ✉

1) School of Mathematics and Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

2) School of Automation Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

✉ Corresponding author, E-mail: xuyujie-ustb@126.com

ABSTRACT A type of optimal preview control problem for time-varying discrete-time systems with state time-delay is investigated. The methodology is to first construct an augmented error system by introducing a difference operator, and then transform the system into a traditional control system without time-delay in form by using the lifting technique to solve the problem that the operator is not a linear operator. Finally, preview information of the vector containing the desired tracking is introduced to obtain the ultimate augmented error system. Beginning with this augmented error system, a controller with a preview function which can process the original system is designed by making use of the results on optimal control for time-varying systems. Later, matrix partition is employed to transform the high-order Riccati equation that needs to be solved into a low-order Riccati equation. The effectiveness of the proposed design method is demonstrated by a numerical simulation.

KEY WORDS state time-delay; time varying systems; optimal control; preview control

预见控制是在某些未来目标信号或未来干扰信号为已知的情况下, 充分利用这些未来信息改善控制系统性能的一种方法^[1-4]. 预见控制理论从提出至今已有 50 年, 其间相关学者在这方面做了大量的研究, 尤以带有预见补偿的线性二次型 (LQ) 最优控制问题研究得最为深刻^[3-6]. 随着控制理论的发展, 近些年来, 一些学者将预见控制理论和其他控制方法相结合, 发展了预见控制理论^[7-13]. Hazell 等^[7]

将 H_∞ 控制理论和预见控制理论结合, 针对离散时间系统提出了 H_∞ 预见控制的一种有效算法, 同时还给出了求解离散型代数 Riccati 方程的有效方法. Kojima 和 Ishijima^[9] 基于矩阵 Riccati 方程研究了控制系统的预见控制问题, 提出了 FI 预见控制 (full-information preview control) 的概念. 甄子洋等^[12-13] 从信息融合估计的角度出发提出了信息融合最优预见控制. 这些研究较多地集中在常系数系统上. 其

收稿日期: 2011-01-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61174209)

在实际中经常遇到的是时变系统. 对于时变系统, 对应的差分算子不再是线性的, 从而按常系数系统构造扩大误差系统会遇到困难, 因而时变系统的预见控制问题研究甚少^[14].

本文考虑一类具有状态时滞的时变离散时间系统, 通过构造比常系数系统复杂一些的扩大误差系统, 设计出时变系统的带有预见作用的控制器.

1 系统描述

考虑下面带有状态时滞的离散时变系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_1(k) \mathbf{x}(k-d) + \mathbf{B}(k) \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k) \mathbf{x}(k). \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(k)$ 、 $\mathbf{u}(k)$ 和 $\mathbf{y}(k)$ 分别为系统的状态向量, 输入向量和输出向量, 并且 $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^r$, $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$; $\mathbf{A}(k)$ 、 $\mathbf{A}_1(k)$ 、 $\mathbf{B}(k)$ 和 $\mathbf{C}(k)$ 分别为 $n \times n$ 、 $n \times n$ 、 $n \times r$ 和 $m \times n$ 的时变矩阵; $d > 0$ 为状态通道的时滞, 取整数; 时间变量 $k = 0, 1, \dots, N$.

设目标值信号为 $\mathbf{R}(k)$, 其中 $\mathbf{R}(k) \in \mathbf{R}^m$. 定义误差信号为

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{R}(k) - \mathbf{y}(k). \quad (2)$$

我们研究系统 (1) 的最优预见控制问题. 对系统 (1) 作如下基本假设.

在当前时刻 k , 目标值信号 $\mathbf{R}(k)$ 已知, 并且目标值信号的预见步数为 M_R , 即 $\mathbf{R}(k)$, $\mathbf{R}(k+1)$, $\dots$, $\mathbf{R}(k+M_R)$ 为已知, M_R 步以后其值为零, 即

$$\mathbf{R}(k+j) = 0, j = M_R + 1, M_R + 2, \dots$$

注 1 这是关于目标值信号可预见性的假设. 其中认为可预见步数之外相应信号为零是因为在可预见步数之外该信号对当前的控制策略影响不大, 因此可认为它是任何常数.

本文的目的就是在系统 (1) 的控制器设计中引进可以预见的目标值信号 $\mathbf{R}(k)$, 使得输出信号能够更好地跟踪目标信号, 从而提高系统的控制性能.

2 扩大误差系统的推导

本节采用类似于线性定常系统最优预见控制的方法^[4], 通过引入一个误差系统, 把上面的跟踪控制问题转化为调节问题. 本文中的差分算子取为

$$\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1).$$

在下面的推导中, 我们要用到差分算子如下的性质^[14]:

$$\Delta [\mathbf{G}(k) \mathbf{v}(k)] = \mathbf{G}(k) \Delta \mathbf{v}(k) + \Delta \mathbf{G}(k) \mathbf{v}(k-1).$$

式中, $\mathbf{G}(k)$ 和 $\mathbf{v}(k)$ 为适当维数的时变矩阵.

首先计算 $\mathbf{x}(k+1)$ 的一阶差分. 在系统 (1) 的状态方程两边取差分, 利用差分算子的性质得到

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k) \Delta \mathbf{x}(k) + \Delta \mathbf{A}(k) \mathbf{x}(k-1) + \\ &\quad \mathbf{A}_1(k) \Delta \mathbf{x}(k-d) + \Delta \mathbf{A}_1(k) \mathbf{x}(k-d-1) + \\ &\quad \mathbf{B}(k) \Delta \mathbf{u}(k) + \Delta \mathbf{B}(k) \mathbf{u}(k-1). \end{aligned} \quad (3)$$

对误差信号 $\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{x}(k+1)$ 两边取差分, 由差分算子的性质和式 (3) 得到

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{e}(k+1) &= \Delta \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k) \Delta \mathbf{x}(k) - \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \Delta \mathbf{A}(k) \mathbf{x}(k-1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}_1(k) \cdot \\ &\quad \Delta \mathbf{x}(k-d) - \mathbf{C}(k+1) \Delta \mathbf{A}_1(k) \mathbf{x}(k-d-1) - \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \mathbf{B}(k) \Delta \mathbf{u}(k) - \mathbf{C}(k+1) \cdot \\ &\quad \Delta \mathbf{B}(k) \mathbf{u}(k-1) - \Delta \mathbf{C}(k+1) \mathbf{x}(k). \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \mathbf{e}(k) + \Delta \mathbf{e}(k+1) = \\ &\quad \mathbf{e}(k) + \Delta \mathbf{R}(k+1) - [\Delta \mathbf{C}(k+1) + \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k)] \Delta \mathbf{x}(k) - [\Delta \mathbf{C}(k+1) + \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \Delta \mathbf{A}(k)] \mathbf{x}(k-1) - \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}_1(k) \Delta \mathbf{x}(k-d) - \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \Delta \mathbf{A}_1(k) \mathbf{x}(k-d-1) - \\ &\quad \mathbf{C}(k+1) \mathbf{B}(k) \Delta \mathbf{u}(k) - \mathbf{C}(k+1) \Delta \mathbf{B}(k) \mathbf{u}(k-1). \end{aligned} \quad (4)$$

通过式 (3) 和式 (4), 可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k+1) \\ \Delta \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} &= \Phi_A(k) \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k) \\ \Delta \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}(k-1) \end{bmatrix} + \\ &\quad \Phi_{\bar{A}}(k) \Delta \mathbf{x}(k-d) + \Phi_d(k) \mathbf{x}(k-d-1) + \\ &\quad \Phi_B \Delta \mathbf{u}(k) + \Phi_{\bar{B}}(k) \mathbf{u}(k-1) + \Phi_R \Delta \mathbf{R}(k+1). \end{aligned} \quad (5)$$

式中,

$$\Phi_A(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m & -\Delta \mathbf{C}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k) & -\Delta \mathbf{C}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \Delta \mathbf{A}(k) \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{A}(k) & \Delta \mathbf{A}(k) \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{I}_n & \mathbf{I}_n \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\Phi_A^-(k) &= \begin{bmatrix} -C(k+1)A_1(k) \\ A_1(k) \\ \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}, \\ \Phi_d(k) &= \begin{bmatrix} -C(k+1)\Delta A_1(k) \\ \Delta A_1(k) \\ \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}, \\ \Phi_B(k) &= \begin{bmatrix} -C(k+1)B(k) \\ B(k) \\ \mathbf{0}_{n \times r} \end{bmatrix}, \\ \Phi_{\bar{B}}(k) &= \begin{bmatrix} -C(k+1)\Delta B(k) \\ \Delta B(k) \\ \mathbf{0}_{n \times r} \end{bmatrix}, \quad \Phi_R = \begin{bmatrix} I_m \\ \mathbf{0}_{n \times m} \\ \mathbf{0}_{n \times m} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

系统(5)的性能指标函数取为

$$\tilde{X}(k) = [e^T(k) \quad \Delta x^T(k) \quad x^T(k-1) \quad \vdots \quad x^T(k-2) \quad \cdots \quad x^T(k-d+1) \quad \vdots \quad x^T(k-d) \quad x^T(k-d-1)]^T,$$

则可以得到

$$\tilde{X}(k+1) = \tilde{A}(k)\tilde{X}(k) + \tilde{B}(k)\Delta u(k) + \tilde{D}(k)u(k-1) + \tilde{E}\Delta R(k+1). \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned}\tilde{A}(k) &= \begin{bmatrix} \Phi_A(k) & \mathbf{0} & \Phi_A^-(k) & \Phi_d(k) - \Phi_A^-(k) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & I_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}(k) &= \begin{bmatrix} \Phi_B(k) \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \tilde{D}(k) &= \begin{bmatrix} \Phi_{\bar{B}}(k) \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{E} = \begin{bmatrix} \Phi_R \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

$$\text{再记 } \bar{X}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{X}(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}, \quad \bar{A}(k) =$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}(k) & \tilde{D}(k) \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}, \quad \bar{B}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{B}(k) \\ I \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} \tilde{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{化简式}$$

(6), 可以得到初始系统(1)的误差系统^[4]如下:

$$\begin{aligned}\bar{X}(k+1) &= \\ \bar{A}(k)\bar{X}(k) + \bar{B}(k)\Delta u(k) + \bar{E}\Delta R(k+1).\end{aligned} \quad (7)$$

此时系统(7)的性能指标函数为

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [e^T(k) Q_e e(k) + \Delta u^T(k) H \Delta u(k)].$$

式中, $Q_e \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 和 $H \in \mathbf{R}^{r \times r}$ 均为正定矩阵.

我们不希望系统(5)中出现 $\Delta x(k-d)$, 为此, 利用 $\Delta x(k-d) = x(k-d) - x(k-d-1)$, 式(5)即化为

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} e(k+1) \\ \Delta x(k+1) \\ x(k) \end{bmatrix} &= \Phi_A(k) \begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix} + \\ &\Phi_A^-(k)x(k-d) + (\Phi_d(k) - \Phi_A^-(k))x(k-d-1) + \\ &\Phi_B(k)\Delta u(k) + \Phi_{\bar{B}}(k)u(k-1) + \Phi_R\Delta R(k+1).\end{aligned}$$

进一步地, 引进新的形式状态向量

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{X}^T(k) Q \bar{X}(k) + \Delta u^T(k) H \Delta u(k)]. \quad (8)$$

$$\text{式中, } Q = \begin{bmatrix} Q_e & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

由基本假设可以得到包含未来目标值信号的扩大误差系统

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \bar{X}(k+1) \\ X_R(k+1) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \bar{A}(k) & G_R \\ \mathbf{0} & A_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}(k) \\ X_R(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}(k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta u(k).\end{aligned} \quad (9)$$

式中,

$$\begin{aligned}X_R(k) &= \\ [\mathbf{R}^T(k) \quad \mathbf{R}^T(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{R}^T(k+M_R)]^T, \\ G_R &= [-\bar{E} \quad \bar{E} \quad \mathbf{0} \quad \cdots \quad \mathbf{0}],\end{aligned}$$

$$A_R = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_m & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \ddots & I_m \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

$$\text{令 } X_F(k) = \begin{bmatrix} \bar{X}(k) \\ X_R(k) \end{bmatrix}, A_F(k) = \begin{bmatrix} \bar{A}(k) & G_R \\ \mathbf{0} & A_R \end{bmatrix},$$

$$B_F(k) = \begin{bmatrix} \bar{B}(k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{ 式(9) 可简记为}$$

$$X_F(k+1) = A_F(k) X_F(k) + B_F(k) \Delta u(k). \quad (10)$$

性能指标函数(8) 可写为

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [X_F^T(k) \tilde{Q} X_F(k) + \Delta u^T(k) H \Delta u(k)]. \quad (11)$$

$$\text{式中, } \tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

现在,问题转化为在性能指标函数为式(11) 所定义的 J 下,求扩大误差系统(10) 的最优控制 $\Delta u(k)$.

3 扩大误差系统的最优控制

对于扩大误差系统(10), 根据数字最优调节理论^[4], 可得到以下定理.

定理 1 使性能指标函数(11) 取最小值的系统(10) 的最优控制 $\Delta u^*(k)$ 为

$$\Delta u^*(k) = -[H + B_F^T(k) P(k+1) B_F(k)]^{-1} \times B_F^T(k) P(k+1) A_F(k) X_F(k). \quad (12)$$

式中, 对称矩阵 $P(k)$ 为满足如下所给边界条件的 Riccati 方程的半正定解:

$$\begin{cases} P(k) = \tilde{Q} + A_F^T(k) P(k+1) A_F(k) - \\ A_F^T(k) P(k+1) B_F(k) \times [H + \\ B_F^T(k) P(k+1) B_F(k)]^{-1} \cdot \\ B_F^T(k) P(k+1) A_F(k), \\ P(N+1) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

通过以上构造扩大误差系统的过程, 不难看出 $P(k)$ 是一个 $(d+2)n + (M_R+2)m + r$ 阶的矩阵, 显然当预见步数 M_R 比较大时, 求解 Riccati 方程就会比较困难. 为此下面将矩阵 $P(k)$ 进行分解, 以降低求解 Riccati 方程的阶数.

考虑到 $A_F(k)$ 和 $B_F(k)$ 的结构, 将 $P(k)$ 进行如下分块:

$$P(k) = \begin{bmatrix} P_{11}(k) & P_{12}(k) \\ P_{12}^T(k) & P_{22}(k) \end{bmatrix}.$$

可以得到系统(10) 的最优控制 $\Delta u^*(k)$ 为

$$\begin{aligned} \Delta u^*(k) = & -[H + \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{B}(k)]^{-1} \bar{B}^T(k) \cdot \\ & \{P_{11}(k+1) \bar{A}(k) \bar{X}(k) + [P_{11}(k+1) G_R + \\ & P_{12}(k+1) A_R] X_R(k)\}. \end{aligned} \quad (14)$$

因此要得到 $\Delta u^*(k)$, 只需计算出矩阵 $P(k)$ 中的矩阵分块 $P_{11}(k)$ 和 $P_{12}(k)$. 将各个矩阵的分块代入 Riccati 方程(13) 中的第一个式子可以得到

$$\begin{aligned} P_{11}(k) = & Q + \bar{A}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{A}(k) - \\ & \bar{A}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{B}(k) [H + \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{B}(k)]^{-1} \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{A}(k), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} P_{12}(k) = & \bar{A}^T(k) \{I - P_{11}(k+1) \bar{B}(k) [H + \\ & \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{B}(k)]^{-1} \bar{B}^T(k)\} \times \\ & [P_{11}(k+1) G_R + P_{12}(k+1) A_R], \end{aligned} \quad (16)$$

且满足边界条件 $P_{11}(N+1) = \mathbf{0}, P_{12}(N+1) = \mathbf{0}$. 此时求解 $P_{11}(k)$ 的 Riccati 方程的阶数为 $m + (d+2)n + r$ 阶, 与预见步数 M_R 无关.

下面我们来证明, 求得 $P_{11}(k)$ 以后, $P_{12}(k)$ 的列向量可以通过递推方式求出. 记

$$\xi(k) = \{I - \bar{B}(k) [H + \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{B}(k)]^{-1} \times \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1)\} \bar{A}(k), \quad (17)$$

则

$$P_{12}(k) = \xi^T(k) [P_{11}(k+1) G_R + P_{12}(k+1) A_R]. \quad (18)$$

根据矩阵 A_R 的结构, 将 $P_{12}(k)$ 进行下面的分解:

$$P_{12}(k) = [P_{12}^{(1)}(k) \ P_{12}^{(2)}(k) \ \cdots \ P_{12}^{(M_R)}(k) \ P_{12}^{(M_R+1)}(k)].$$

把 $P_{12}(k)$ 的分解式和 G_R, A_R 的表达式代入式(18) 可以得到求 $P_{12}(k)$ 的列向量的迭代式

$$\begin{cases} P_{12}^{(1)}(k) = -\xi^T(k) P_{11}(k+1) \bar{E}, \\ P_{12}^{(2)}(k) = \xi^T(k) P_{11}(k+1) \bar{E} + \xi^T(k) P_{12}^{(1)}(k+1), \\ P_{12}^{(3)}(k) = \xi^T(k) P_{12}^{(2)}(k+1), \\ \vdots \\ P_{12}^{(M_R)}(k) = \xi^T(k) P_{12}^{(M_R-1)}(k+1), \\ P_{12}^{(M_R+1)}(k) = \xi^T(k) P_{12}^{(M_R)}(k+1), \end{cases} \quad (19)$$

并且满足边界条件 $P_{12}^{(i)}(N+1) = 0, i = 1, 2, \dots, M_R + 1$.

将 $P_{11}(k)$ 和 $P_{12}(k)$ 的表达式代入式(14) 可以得到下面的定理.

定理 2 使性能指标函数(11) 取最小值的系统(10) 的最优控制 $\Delta u^*(k)$ 为

$$\Delta u^*(k) = -[H + \bar{B}^T(k) P_{11}(k+1) \bar{B}(k)]^{-1} \times$$

$$\begin{aligned} & \bar{B}^T(k) \{ P_{11}(k+1) \bar{A}(k) \bar{X}(k) + \\ & P_{11}(k+1) \bar{E}(k) [R(k+1) - \\ & R(k)] + \sum_{i=1}^{M_R} P_{12}^{(i)}(k+1) R(k+i) \}. \end{aligned}$$

式中, $P_{11}(k+1)$ 和 $P_{12}^{(i)}(k+1)$ ($i=1, 2, \dots, M_R$) 分别由式(15)和式(19)确定, 式(19)中的 $\xi(k)$ 由式(17)确定.

通过 $\Delta u^*(k)$, 就可以求出系统(1)的最优控制.

4 仿真实例

在系统(1)中, 取

$$\begin{aligned} A(k) &= \begin{bmatrix} 0.01 & -0.2 & 0 \\ 0.02 \sin k & 0 & 0.01 \\ 0.1 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, \\ A_1(k) &= \begin{bmatrix} 0.01 \sin k & -0.02 & 0.01 \\ -0.25 \cos k & 0 & 0.03 \\ 0.01 \cos k & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, \\ B(k) &= \begin{bmatrix} 0.1 \sin k \\ 2 \\ 0.32 \end{bmatrix}, C(k) = \begin{bmatrix} -0.5 \\ k \\ 0.3 \end{bmatrix}, \\ d &= 2, N = 70. \end{aligned}$$

系统的状态初始值和输入初始值均取 0, 目标值 $R(k) = k \sin \frac{k}{4}$, 可以预见的步数 M_R 为 20, 性能指标函数中取 $Q_e = 100, H = 10$. 利用定理 2 以及 Matlab 仿真可以得到系统(1)的输出响应曲线(图1). 在控制器中将可以预见的目标值信息移除, 可以得到系统(1)在没有预见控制器作用下的输出响应曲线(图2). 通过两个图像的比较, 不难看出系统(1)在预见控制器的作用下, 输出信号能较好地跟踪目标信号.

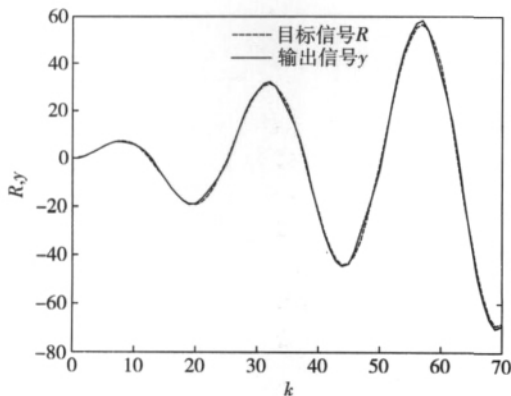


图1 预见控制器作用下系统的输出响应

Fig. 1 Output responses of the system with preview control

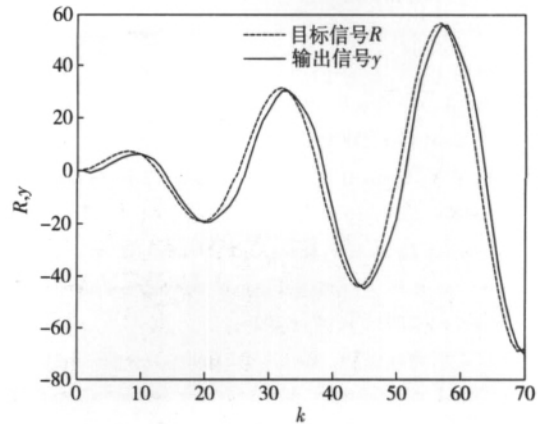


图2 没有预见控制作用下系统的输出响应

Fig. 2 Output responses of the system without preview control

5 结论

本文通过构造扩大误差系统, 将带有时滞的线性时变时滞系统转化为形式上不含时滞的一般线性时变系统, 通过最优控制理论和预见控制理论得到了满足性能指标的原系统的最优控制器. 在最优控制器中包含了可以预见的未来目标值, 进而使系统能够实时跟踪目标. 最后的仿真实例说明了控制器的有效性.

参考文献

- [1] Moelja A A, Meinsma G. H_2 control of preview systems. *Automatica*, 2006, 42(6): 945
- [2] Liao F C, Takaba K, Katayama T, et al. Design of an optimal preview servomechanism for discrete-time systems in a multirate setting. *Dyn Contin Discrete Impuls Syst Ser B*, 2003, 10(5): 727
- [3] Tsuchiya T, Egami T. *Digital Preview and Predictive Control*. Liao F C, Translated. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1994
(土谷武士, 江上正. 最新自动控制技术——数字预见控制. 廖福成译. 北京: 北京科学技术出版社, 1994)
- [4] Liu H P, Liao F C. Design of an optimal preview controller for multirate systems with general previewable signal. *Pure Appl Math*, 2008, 24(4): 634
(刘贺平, 廖福成. 一般目标信号和干扰信号下多采样率系统的最优预见控制器设计. 纯粹数学与应用数学, 2008, 24(4): 634)
- [5] Yu L M, Wang Z L. Optimal preview compensative tracking control for pilot-vehicle systems. *Acta Autom Sin*, 2001, 27(3): 421
(于黎明, 王占林. 人机系统最优预见补偿跟踪控制研究. 自动化学报, 2001, 27(3): 421)
- [6] Prabakar R S, Sujatha C, Narayanan S. Optimal semi-active preview control response of a half car vehicle model with magnetorheological damper. *J Sound Vib*, 2009, 326(3-5): 400
- [7] Hazell A, Limebeer D J N. An efficient algorithm for discrete-time H_∞ preview control. *Automatica*, 2008, 44(9): 2441

- [8] Running K D, Martins N C. Optimal preview control of markovian jump linear systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2009, 54(9): 2260
- [9] Kojima A, Ishijima S. H_∞ performance of preview control systems. *Automatica*, 2003, 39(4): 693
- [10] Wang H X, Zhang H S. Finite horizon H_∞ preview control. *Acta Autom Sin*, 2010, 36(2): 327
- [11] Zhao H G, Zhang H S, Zhang C H. Optimal robust estimation for linear uncertain systems with single delayed measurement. *Acta Autom Sin*, 2008, 34(2): 202
- [12] Zhen Z Y, Wang Z S, Wang D B. Optimal preview tracking control based on information fusion in error system. *Control Theory Appl*, 2009, 26(4): 425
(甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于误差系统的信息融合最优预见跟踪控制. 控制理论与应用, 2009, 26(4): 425)
- [13] Zhen Z Y, Wang Z S, Wang D B. Information fusion estimation based preview control for discrete linear system. *Acta Autom Sin*, 2010, 36(2): 347
(甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合估计的离散线性系统预见控制. 自动化学报, 2010, 36(2): 347)
- [14] Liao F C, Cui Y H, Shen Z W. Optimal preview control for linear time-variant discrete systems // *Proceedings of the Eighth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Baoding, 2009: 1954