

# 基于强度理论的岩石损伤弹塑性模型

王利<sup>1)</sup> 高谦<sup>2)</sup>

1) 河南理工大学土木工程学院, 焦作 454000 2) 北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083

**摘要** 根据单轴受力特性曲线唯象地考察岩石材料损伤演化, 定义弹性应变表示的一维损伤变量及其本构模型, 利用双剪强度理论将其推广至三维模型. 塑性是潜在破坏面的摩擦滑移, 在传统塑性理论的框架中, 建立了基于摩尔-库仑强度理论与潜在滑移面摩擦软-硬化特性的各向异性损伤弹塑性本构关系. 结果表明, 计算的损伤演化与 CT 观测结果符合很好, 用本文的弹塑性模型反映损伤材料的力学特性是可行的.

**关键词** 岩石; 损伤模型; 双剪理论; 摩擦塑性

**分类号** TD853.36<sup>+</sup>4; O346.5

## Elastoplastic model of damaged rock based on the strength theory

WANG Li<sup>1)</sup>, GAO Qian<sup>2)</sup>

1) School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China

2) Department of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

**ABSTRACT** The one-dimensional damage variable was defined based on the elasto-brittle behavior of rock under uniaxial loading. To define the damage and its evolution in three-dimensional loading, the twin-shear theory was introduced to generalize the one-dimensional damage model into the three-dimensional model. The elastic behavior of the damaged material under loading can be expressed by reducing the elastic module, and the plastic flow can be represented by the slide on the plane between the two parts of the fractured rock. To establish the elastoplastic model of the damaged material, the concept of effective stress was used to contain the effects of damage in the yielding equation as well as in the function of plastic potential. The model was established in the frame of the classical plasticity theory in which the Mohr-Coulomb criterion was employed as the yielding criterion, and the friction law on the pre-sliding plane was taken as the hardening-softening rule to describe the change of the yielding surface with the progressive yielding. The comparison of the calculated results with tested results by a CT machine shows that the damage model presented in the paper can accurately describe the damage evolution of rock in Nanqiao Sandstone, and that the damage-elasto-plastic model is indeed feasible in describing the mechanical properties of the damaged material.

**KEY WORDS** rock; damage model; twin-shear theory; friction plasticity

岩石中存在着大量的随机分布的微裂纹. 大量细观实验观察表明<sup>[1-3]</sup>, 岩石屈服破坏是一个微裂纹萌生、扩展、贯通以及宏观裂隙面滑移的过程. 在连续介质力学中, 用损伤和塑性来描述材料力学性质的这种不可逆变化.

对于损伤的描述, 从材料的细观损伤机理出发, 反映材料内部微裂纹、微孔洞等损伤单元演化行为的模型已经有很多<sup>[4]</sup>. 但是, 最新揭示的损伤机理<sup>[5]</sup>表明, 现有的细观损伤模型并不能够完全反映

岩石损伤的丰富信息. 所以, 建立在材料基本力学特性基础上的唯象方法仍然是研究材料损伤及其演化的重要方法, 建立了很多损伤模型, 如 Loland、Marzars 模型<sup>[6]</sup>、周维垣的弹脆性损伤模型<sup>[7]</sup>、Lematre<sup>[8]</sup>、Brook、高路彬等人的模型<sup>[9]</sup>. 唯象方法的关键是如何实现从一维模型向三维模型的推广, 各模型基于损伤由拉应变产生、压应变不产生损伤的细观机理, 研究材料单元的单侧受力特性, 在模型中使用一个 Heaviside 算子来屏蔽压应变对损伤的贡献, 并以此建立三维各向异性损伤本构模型. 研究发现, 上述模型适应能力差, 某些情况下不能反映三轴应力下岩石损伤. 本文提出了基于双剪强度理论的三维各向同性损伤模型, 计算结果与 CT 观测

收稿日期: 2007-03-07 修回日期: 2007-10-22

作者简介: 王利(1969-), 男, 副教授, 博士.

E-mail: wlcjwh@163.com

结果一致。

岩石材料塑性流动的细观机理可用裂隙面的摩擦加以解释<sup>[10]</sup>。Dragon等<sup>[11-12]</sup>研究了裂纹摩擦引起的塑性与损伤的耦合问题,但模型较复杂。本文在传统塑性力学的框架内建立基于莫尔-库仑强度理论的弹塑性损伤模型,利用潜在滑移面上的摩擦特性如内聚力和摩擦因数为滑移面塑性位移的函数,较为简单地反映了岩石损伤影响的软-硬化特性。

## 1 损伤本构模型

岩石单轴应力-应变曲线是岩石弹塑性损伤的全部信息的综合反应。本文假定损伤和塑性流动是在不同的准则下发展的,因此如何从全应力-应变曲线分离纯粹的损伤演变信息是模型的关键。

### 1.1 一维损伤本构关系

材料损伤表现为力学特性上变形刚度的降低。用唯象方法反映损伤及其演变,损伤为弹性应变的函数。文献[7]基于岩石材料的细观开裂机理给出的弹脆性材料的单轴压缩情形下的损伤演化规律,形式简单,符合实际,具有很强的适应性。本文认为弹脆性损伤模型即为岩石的纯粹损伤模型<sup>[17]</sup>,据此定义一维脆性材料损伤变量为:

$$\Omega = (\epsilon^e / \epsilon_s)^n \quad (1)$$

其中  $\epsilon_s$  表示  $\Omega = 1$  时,即材料完全损伤时的应变变量,对应于图1的D点;  $\epsilon^e$  表示材料的弹性应变,  $n$  为材料脆性指数。对于弹塑性耦合损伤,可以利用图1所示曲线将损伤演变路径分离出来。通过量取变形破坏后试件的塑性变形可得到塑性应变  $\epsilon_p$ 。一般情况下,损伤总是不彻底,即损伤终点对应的弹性应变为  $\epsilon_H^e$ 。从试件总应变  $\epsilon$  中减去塑性应变  $\epsilon_p$ ,便可得到损伤终点的总的弹性应变  $\epsilon_H^e$ 。利用式(2)拟

合曲线  $O-A-B-C-M$  曲线,得到脆性指数  $n$ 。

$$\sigma = E \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon^e}{\epsilon_s} \right)^n \right] \epsilon^e \quad (2)$$

式中,  $E$  为无损材料的弹性模量。与此相似,根据岩石在单轴拉伸作用下的应力应变曲线可以写出拉伸条件下的损伤演化公式。

### 1.2 基于双剪理论的三维损伤本构模型

对于岩石材料而言,初始屈服标志损伤开始演化,因此用强度理论研究损伤问题是一个很好的途径。双剪强度理论综合考虑了岩石损伤特征和静应力效应、正应力效应、中间主应力效应等,比其他岩石强度理论,如莫尔-库仑理论等更能体现岩石的强度特征,因此在物理、材料科学、地球科学和工程中获得成功应用<sup>[13]</sup>。它通过一个应力状态参数,将应力空间划分为等效拉剪和等效压剪状态,用统一的材料参数判定屈服状态,很容易实现从一维损伤模型向三维损伤模型的过渡。此前,李庆斌<sup>[9]</sup>曾用双剪理论研究了混凝土的动、静态损伤问题,但结果尚需充分验证。

#### 1.2.1 双剪应变初始损伤面

根据文献[14]所述,主应变空间的双剪损伤面为:当  $\epsilon_2 \leq \frac{\epsilon_1(1-\alpha\nu) + \epsilon_3(\alpha-\nu)}{(1-\nu)(1+\alpha)}$  时(广义拉伸),

$$F = \left[ \epsilon_1 - \frac{1}{2}(\epsilon_2 + \epsilon_3) \right] + \frac{(1-\alpha)(1+\nu)}{(1+\alpha)(1-\nu)} \cdot \left[ \epsilon_1 + \frac{1}{2}(\epsilon_2 + \epsilon_3) \right] = \frac{2(1+\nu)\epsilon_{th}^t}{1+\alpha} \quad (3)$$

当  $\epsilon_2 > \frac{\epsilon_1(1-\alpha\nu) + \epsilon_3(\alpha-\nu)}{(1-\nu)(1+\alpha)}$  时(广义压缩),

$$F' = \left[ \frac{1}{2}(\epsilon_1 + \epsilon_2) - \epsilon_3 \right] + \frac{(1-\alpha)(1+\nu)}{(1+\alpha)(1-\nu)} \cdot \left[ \frac{1}{2}(\epsilon_1 + \epsilon_2) + \epsilon_3 \right] = \frac{2(1+\nu)\epsilon_{th}^c}{1+\alpha} \quad (4)$$

式中,  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  表示主应变;  $\alpha = \epsilon_{th}^c / \epsilon_{th}^t$ ;  $\epsilon_{th}^c, \epsilon_{th}^t$  是材料在单轴压缩和拉伸屈服时的临界应变,即损伤门槛值,以绝对值表示;  $\nu$  是材料泊松比;屈服面公式右侧部分可用一个材料参数  $C$  表示。当应力状态位于该面内,即当  $|F| < |C|$  或  $|F'| < |C|$  时,岩石无损演化;否则其内部有损伤演化。注意,公式中的应变全部为弹性应变。随着材料的渐进损伤,损伤面也会随着损伤硬化和软化而扩大或收缩,因此材料参数  $C$  也随之增大或变小。但是,利用  $F$  或  $F'$  表示的三维应变强度跟踪材料单轴条件下的损伤演变特性,就可以构造三维损伤模型。

#### 1.2.2 双剪损伤本构模型

由式(1)、(3)两式构造广义拉伸条件下的损伤变量为:

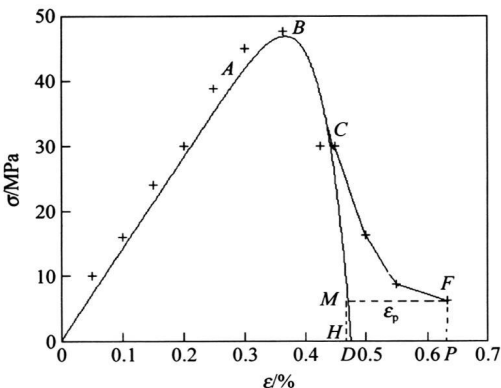


图1 金川橄榄岩单轴压缩应力应变曲线

Fig.1 Stress-strain curve of Jinchuan olivenite under uniaxial compression

$$\Omega = \left( \frac{|F|}{H\epsilon_s} \right)^{n'} \quad (5)$$

式中,  $\epsilon_s'$  表示  $\Omega=1$  时, 即材料拉伸完全损伤时的应变变量. 由式(1)、(4)两式构造广义压缩条件下的损伤变量为:

$$\Omega = \left( \frac{|F'|}{H'\epsilon_s} \right)^n \quad (6)$$

这里,  $H = \frac{2(1+\nu)}{1+\alpha}$ ,  $H' = \frac{2\alpha(1+\nu)}{1+\alpha}$ .

各向同性的损伤本构关系表述为:

$$\epsilon_{ij} = \left[ \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right] (1-\Omega)^{-1} \quad (7)$$

### 1.2.3 应用举例

为了验证模型的正确性, 给出单轴拉伸和压缩两种情形的应用.

(1) 单轴拉伸情形.

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\nu \epsilon_1$$

代入式(3), 在  $\alpha, \nu$  的合理取值范围, 不难验证  $\epsilon_2 \leq \epsilon_1(1-\alpha) + \epsilon_3(\alpha-\nu)$ , 且  $F = \frac{2(1+\nu)}{1+\alpha} \epsilon_1$ , 代入式

(5), 得  $\Omega = \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_s} \right)^{n'}$ , 由此推得损伤本构方程为:

$$\sigma_1 = E\epsilon_1(1-\Omega) \quad (8)$$

(2) 单轴压缩情形.

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = -\nu \epsilon_3$$

代入式(4), 在  $\alpha, \nu$  的合理取值范围, 不难验证  $\epsilon_2 > \epsilon_1(1-\alpha) + \epsilon_3(\alpha-\nu)$ , 且  $F = \frac{-2\alpha(1+\nu)}{1+\alpha} \epsilon_3$ , 代入

式(6), 得  $\Omega = \left( \frac{\epsilon_3}{\epsilon_s} \right)^n$ . 由此推得损伤本构方程为:

$$\sigma_3 = E\epsilon_3(1-\Omega) \quad (9)$$

这与文献[7]的结果完全一致.

双剪损伤模型的双轴情形公式较为复杂, 可参见文献[14]类似的验证. 三轴情形一直没有得到验证, 本文将给出其 CT 实验观测的对比验证结果.

## 2 基于摩擦的塑性本构模型

岩石材料塑性表现为剪切面上的不可逆滑移. 剪切面上复杂的软化、硬化特性可以很好地揭示材料屈服过程复杂的力学特性. 本文基于莫尔-库仑理论, 在传统塑性理论的框架内, 推导出各向异性弹塑性损伤本构关系.

### 2.1 弹塑性损伤本构模型

取塑性屈服函数为摩尔-库仑准则:

$$f = f(\sigma, u_p) = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} \quad (10)$$

其塑性势函数为<sup>[15]</sup>:

$$g(\sigma, u_p) = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi \quad (11)$$

这里, 主应力符号压为负, 且  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ .  $c$  是内聚力,  $u_p$  为塑性内变量, 表示潜在破坏面上的塑性滑移.  $N_\phi$  是内摩擦角  $\phi$  的函数:

$$N_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (12)$$

在考虑强化-软化特性时, 上述材料参数是塑性内变量  $u_p$  的函数  $c(u_p)$ 、 $N_\phi(u_p)$ , 其意义如图 2 所示.

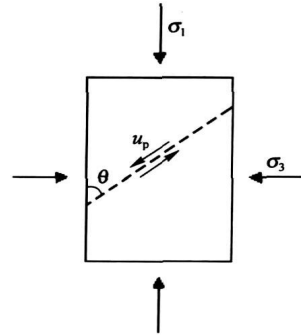


图 2 剪切滑动应变

Fig. 2 Displacement on the sliding plane

$$u_p = \epsilon_1 / \cos \theta \quad (13)$$

塑性应变增量由塑性位势理论给出:

$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (14)$$

$d\lambda$  根据一致性条件  $df=0$  确定, 得:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma + \frac{\partial f}{\partial u_p} du_p = 0 \quad (15)$$

由式(13)和(14), 可得:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma + \frac{\partial f}{\partial u_p} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} d\lambda = 0 \quad (16)$$

又

$$d\sigma = D^e : (d\epsilon - d\epsilon^p) = D^e : \left( d\epsilon - d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right) \quad (17)$$

代入式(16), 得:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : D^e : d\epsilon}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : D^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma} - \beta} \quad (18)$$

代入式(17), 得增量形式的应力应变关系:

$$d\sigma = D^{ep} d\epsilon \quad (19)$$

$D^e$  为无损材料的弹性刚度,  $D^{ep}$  为无损材料的弹塑性切向弹性刚度, 其矩阵表示:

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T D^e}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T D^e \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} - \beta} \quad (20)$$

$\beta$  表示塑性硬化部分:

$$\beta = \frac{\partial f}{\partial u_p} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} = \left[ -\sigma_3 N'_\phi(u_p) + 2c'(u_p) \sqrt{N_\phi} + \frac{c}{\sqrt{N_\phi}} N'_\phi(u_p) \right] \frac{1}{\cos \theta} \quad (21)$$

损伤对材料弹塑性的影响体现在对弹性刚度的损伤和对加载函数、塑性势函数及软-硬化参数的影响,因此,有:

$$\tilde{D}^e = \mathbf{M}(\Omega) \mathbf{D}^e \mathbf{M}(\Omega) \quad (22)$$

$$\tilde{f} = f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, q) = \frac{\sigma_1}{1-\Omega_1} - \frac{\sigma_3}{1-\Omega_3} N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} \quad (23)$$

$$\tilde{g} = g(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, q) = \frac{\sigma_1}{1-\Omega_1} - \frac{\sigma_3}{1-\Omega_3} N_\phi \quad (24)$$

$$\tilde{\beta} = \left[ -\frac{\sigma_3}{1-\Omega_3} N'_\phi + 2c' \sqrt{N_\phi} + \frac{c}{\sqrt{N_\phi}} N'_\phi \right] \frac{1}{1-\Omega_1} \frac{1}{\cos \theta} \quad (25)$$

这里,  $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ , 其含义见图 2.  $\mathbf{M}(\Omega)$  为损伤弹性影响矩阵, 对于各向异性损伤,  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  是与主应力同轴的损伤主分量, 在主应力坐标系下, 有:

$$\mathbf{D}^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ & 1-\nu & \nu \\ S & & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{M}(\Omega) = \begin{bmatrix} 1-\Omega_1 & & \\ & 1-\Omega_2 & \\ & & 1-\Omega_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\left\{ \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \right\} = \left\{ \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \right\} = [\mathbf{M}(\Omega)]^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -N_\phi \end{bmatrix} \quad (28)$$

将以上诸式代入式(20), 得到损伤-弹塑性矩阵:

$$\mathbf{D}^{edp} = \tilde{D}^e - \frac{\tilde{D}^e \left\{ \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \right\} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \right\}^T \tilde{D}^e}{\left\{ \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \right\}^T \tilde{D}^e \left\{ \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \right\} - \beta} \quad (29)$$

增量形式的损伤-弹塑性应力-应变关系为:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{edp} d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (30)$$

### 2.2 软化与硬化特性

材料的抗剪切强度由内聚力和潜在滑移面上的摩擦力构成. 但是, 由于二者不能同时达到最大, 导致复杂的软硬化特性. 根据文献[16], 材料的摩擦特性有两个主要变形临界值  $u_R, u_Q$ . 材料粘聚强度  $c$  在塑性变形  $0 \sim u_Q$  范围内线性降低; 而内摩擦因数在塑性变形  $0 \sim u_R$  范围内增加, 最大值为  $\mu$ . 其变化表示为:

$$c = \begin{cases} c_0(1 - u_p/u_Q), & u_p \leq u_Q \\ 0, & u_p > u_Q \end{cases} \quad (31)$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_0 u_p/u_R, & u_p \leq u_R \\ \mu_0, & u_p > u_R \end{cases} \quad (32)$$

这里,  $u_p$  表示剪切面上的塑性滑移. 由于材料强度完全丧失, 产生宏观滑动时, 内摩擦因数一定增加到极限值  $\mu$ , 因此总有  $u_R \leq u_Q$ . 这样, 可知滑移面上摩擦特性变化可分为三个位移区间, 即  $[0, u_R)$ 、 $[u_R, u_Q)$  和  $[u_Q, \infty)$ , 如图 3 所示.  $c(u_p)$  和  $\mu(u_p)$  的导数为:

$$c' = c_0/u_Q, \mu' = \mu_0/u_R \quad (33)$$

$$N_\phi = \frac{\sqrt{1+\mu^2} + \mu}{\sqrt{1+\mu^2} - \mu} \quad (34)$$

$$N'_\phi = \left[ \frac{2\mu'}{\sqrt{1+\mu^2} - \mu} \right]^2 \quad (35)$$

这里,  $\mu = \tan \phi$ .

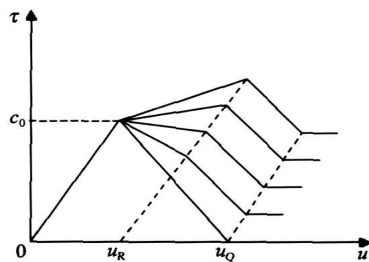


图 3 滑移面的变形屈服过程

Fig. 3 Deformation and yielding of the sliding plane of rock

### 3 验证与讨论

对于岩石而言, 损伤是材料破坏的诱发点, 它导致材料滑移面上粘聚力降低以及摩擦因数增大. 基于此观点, 对于岩石材料的弹塑性损伤分析, 按照以下路线进行, 令  $\Omega_F$  为单元完全破坏的损伤值:

(1) 计算单元的损伤状态. 如果  $0 < \Omega < \Omega_F$ , 继续判断单元滑移面上的应力状态, 如果滑移面上作用压应力, 采用弹塑性损伤耦合模型计算单元塑性应变, 其软、硬化特性视滑移面正应力而定; 如果滑移面上为拉应力, 用损伤弹性模型, 计算单元应变.

(2) 计算单元损伤状态. 如果  $\Omega = \Omega_F$ , 继续判断单元滑移面上的应力状态, 如果滑移面上作用压应力, 采用理想弹塑性损伤耦合模型计算单元塑性应变; 如果滑移面上为拉应力, 则单元完全破坏.

分析实例: 文献[4]曾对陕西蒲白矿物局南桥煤矿西一大巷(巷道埋深 340 m)的砂岩(平均容重  $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 弹性模量  $E = 57.4894 \text{ MPa}$ , 泊松比

$\nu=0.2$ ), 进行 CT 实时损伤观测, 结果见表 1 和表 2.

表 1 南桥砂岩 6<sup>#</sup> 试件单轴压缩实验结果

Table 1 Test results of Nanqiao Sandstone under uniaxial compression

扫描次序	$\sigma_1/\text{MPa}$	$\epsilon_1/\%$	CT 数
1	0	0	1 641.93
2	12.99	0.189	1 645.28
3	25.37	0.440	1 645.00
4	36.57	0.692	1 623.38
5	39.56	0.755	1 606.00
6	2.99	1.069	1 499.40
7	1.32	2.579	1 362.03

表 2 南桥砂岩 5<sup>#</sup> 试件三轴压缩试验实验结果 ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ )

Table 2 Test results of Nanqiao Sandstone under triaxial compression

扫描次序	$\sigma_1/\text{MPa}$	$(\sigma_1 - \sigma_2)/\text{MPa}$	$\epsilon_1/\%$	CT 数
1	11.88	1.88	0.06	1 607.6
2	22.63	12.63	0.25	1 610.5
3	35.92	25.92	0.50	1 612.1
4	45.66	35.66	0.69	1 612.1
5	48.85	38.85	0.76	1 611.2
6	49.47	39.47	0.79	1 607.5
7	51.71	41.71	0.85	1 603.5
8	40.79	30.79	1.16	1 589.1

根据损伤演化 CT 数变化, 定义损伤变量为<sup>[4]</sup>:

$$D = \frac{\alpha_c}{m_0^2} \left( 1 - \frac{1000 + H_m}{1000 + \alpha_c H_{m0}} \right) \quad (36)$$

式中,  $m_0=0.35$  为 CT 机空间分辨率,  $\alpha_c$ 、 $\alpha_c$  分别为初始损伤影响因子和闭合影响系数.  $H_{m0}$ 、 $H_m$  分别为试件初始和任一应力状态的 CT 数.

实验过程的 CT 数变化表中给出,  $\alpha_c = 1.05$ ,  $\alpha_c = 1\ 645.28/1\ 641.93 = 1.002$ . 本文利用相同数据, 损伤模型计算参数  $\alpha=0.65$ ,  $\epsilon_s=0.85$ ,  $n=8$ , 计算相同荷载下的损伤值, 两种方法计算的损伤值对比见图 4 和图 5 所示. 曲线 1 为弹性应变表示的损伤演化, 它对应于由弹性应变引起的纯粹损伤的情形. 实际上, 材料在损伤到某一极限值后, 总伴有塑性位移发生, 这样实际观测到的损伤演变路径为曲线 2, 但材料仍为弹性损伤律.

从图 6 和图 7 看出, 塑性位移均开始出现于靠近峰值后的某个位移点上, 这是由于在峰值强度前, 岩石内微裂隙损伤没有贯通为宏观大裂纹. 当外加荷载达到峰值强度时, 宏观大裂纹出现, 此时几乎所

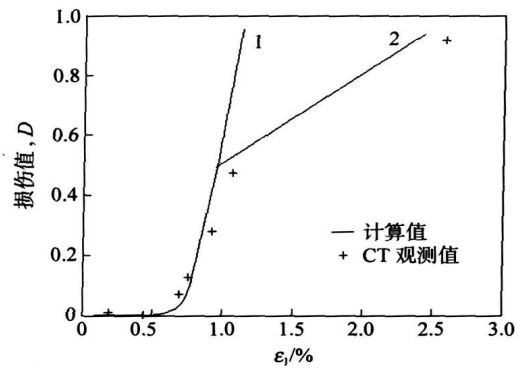


图 4 南桥砂岩单轴压缩损伤演化曲线

Fig. 4 Damage evolution curve of Nanqiao Sandstone under uniaxial compression

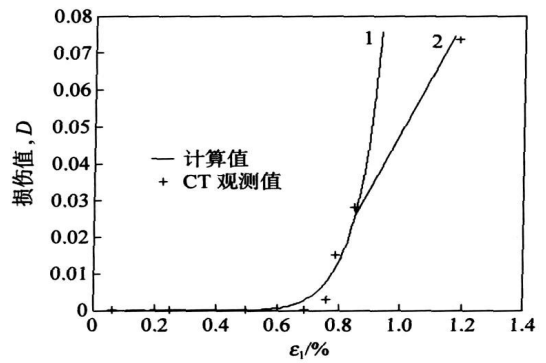


图 5 南桥砂岩三轴压缩损伤演化曲线

Fig. 5 Damage evolution curve of Nanqiao Sandstone under triaxial compression

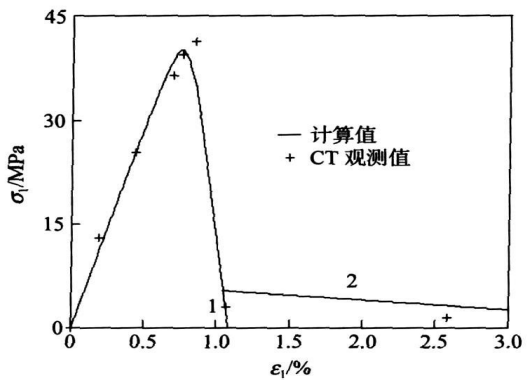


图 6 南桥砂岩单轴压缩应力-应变曲线

Fig. 6 Stress-strain curve of Nanqiao Sandstone under uniaxial compression

有岩石都出现应力跌落, 其幅度视岩石强弱和围压大小而定. 大量岩石实验已经反映了这样的事实. 岩石内宏观裂纹出现为塑性摩擦提供了条件. 这可以理解为, 在峰值后区, 由于损伤影响使材料刚度降低, 结构柔性增加, 微裂隙以及已经贯通的宏观裂隙之间产生相对滑动. 这种相对滑动对应于断裂力学

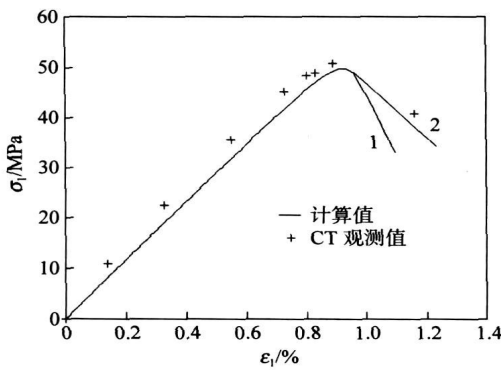


图7 南桥砂岩三轴压缩应力-应变曲线

Fig.7 Stress-strain curve of Nanqiao Sandstone under triaxial compression

的Ⅱ型裂纹断裂模型,通过裂纹面的相对滑动在裂尖产生翘变拉应力致使裂纹扩展,因此峰值后区的损伤必然伴随塑性位移,但是其损伤机制仍然是间接的拉应变所致.在单轴作用下,最易开裂、扩展、贯通的是大尺寸的裂纹,因此损伤演化表现出强烈的局部化特征,这使得潜在滑移面上的损伤得以充分发展,结构破坏脆性特征明显.而在围压作用下,大的裂隙扩展受到抑制,却给更小级别的裂隙提供了充分发育的条件,因此围压下的损伤较单轴时的损伤发育更为均匀,材料趋于整体性大变形破坏,结构破坏表现出延性特征.从损伤数值显示,单轴破坏时损伤值较多轴时大,这也说明结构破坏不仅由损伤大小决定,还与其分布有关.围压起到使材料损伤分布均匀,抑制局部化损伤发展的作用,因为材料最终破坏总是局部发生的,所以围压作用提高了材料强度,并且对材料的力学性能起到由脆性向延性的改变,如图8所示.这一点也可以从CT损伤观测的图像<sup>[4]</sup>得以证实.塑性计算结果表明,粘聚力决定了材料峰值前塑性大小.对于一些粘聚强度较

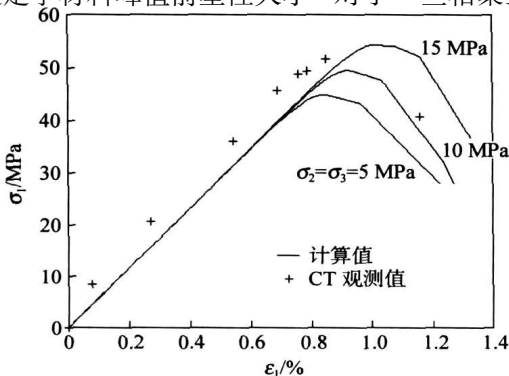


图8 不同围压下南桥砂岩压缩应力-应变曲线

Fig.8 Stress-strain curve of Nanqiao Sandstone under different surrounding compressions

差的材料,峰值前会发生很大的塑性位移,这种岩石的脆性特征很不明显,通常可以做出完整的应力-应变曲线.材料屈服后所表现的复杂的软硬化特性,是由其粘聚力的损伤程度与滑移面的摩擦特性共同决定,这通常与加载方式和材料性质有关,如图9和图10所示.

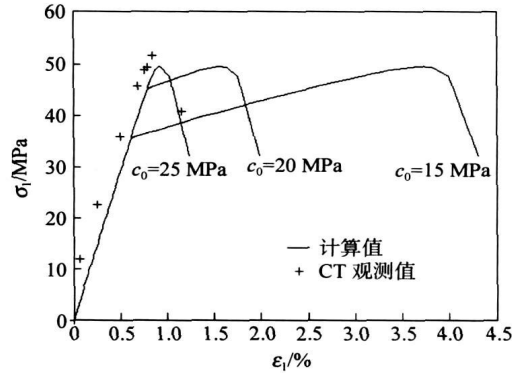


图9 不同塑性参数条件下南桥砂岩压缩应力-应变曲线

Fig.9 Stress-strain curve of Nanqiao Sandstones at different plastic parameters

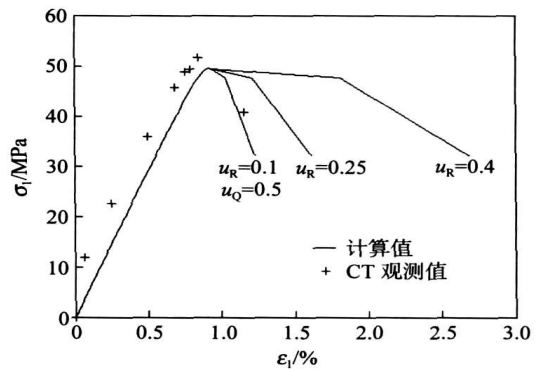


图10 不同粘聚力条件下南桥砂岩压缩应力-应变曲线

Fig.10 Stress-strain curve of Nanqiao Sandstones with different cohesions

取塑性参数  $\mu = 0.66$ ,  $u_R = 0.01$ ,  $u_Q = 0.5$ ,  $c_0 = 25 \text{ MPa}$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$  可以很好地拟合单轴和三轴作用下的应力-应变曲线 ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ ),并可对不同的围压下的应力-应变曲线进行了推测.

### 4 结论

(1) 损伤和塑性采用不同的发生准则,这符合岩石裂隙发生及摩擦滑动的实验事实.

(2) 损伤计算与观测结果取得了很好的一致性,说明定义在弹性应变及双剪强度理论基础上的损伤变量及其演化方程可以反映岩石材料损伤演化的主要特征.

(3) 硬化-软化模型可以反映岩石屈服后的应

力-应变曲线特征,因此用潜在滑移面上的塑性位移作软化变量是可行的。

(4) 模型简单,概念清晰,无需任何假设,只需岩石单轴应力-应变曲线及剪切位移曲线,编程计算方便。同时需要说明,本文的损伤模型只适用于各向同性损伤,在实际的各向异性损伤分析计算时,选用文献[7]所建立各向异性损伤模型比较方便。

## 参 考 文 献

- [1] Xu J, Li H, Xian X F. Experimental research on the whole course of micro-fracture developing in sandstone under uniaxial compression. *Mech Eng*, 1986, 8(4): 16  
(许江,李贺,鲜学福.对单轴应力状态下砂岩微观断裂发展全过程的实验研究.力学与实践,1986,8(4):16)
- [2] Zhao Y H, Huang J F, Wang R. Study of instantaneous observation of microcracks developing in SEM. *Chin J Rock Mech Eng*, 1992, 11(3): 284  
(赵永红,黄杰藩,王仁.岩石微破裂发育的扫描电镜即时观测研究.岩石力学与工程学报,1992,11(3):284)
- [3] Li L, Xu Y, Li Q G, et al. Microcosmic research on gradual fracturing of granite. *Chin J Rock Mech Eng*, 2002, 21(7): 940  
(李炼,徐钺,李启光,等.花岗岩渐进破坏的微观研究.岩石力学与工程学报,2002,21(7):940)
- [4] Ge X R, Ren J X, Fu Y B, et al. *Macro-mesoscopic Experimental Research on Rock Damage Mechanics*. Beijing: Science Press, 2004: 153  
(葛修润,任建喜,蒲毅彬,等.岩土损伤力学宏观实验研究.北京:科学出版社,2004:153)
- [5] Yu Sh W, Feng X Q. *Damage Mechanics*. Beijing: Tsinghua University Press, 1997: 78  
(余寿文,冯西桥.损伤力学.北京:清华大学出版社,1997:78)
- [6] Yu T Q, Qian J Ch. *Damage Theory and Its Application*. Beijing: Science Press, 1993: 1  
(于天庆,钱济成.损伤理论及其应用.北京:科学出版社,1993:1)
- [7] Zhou W Y, Shan G R, Yang R Q. Elasto-brittle damage constitutive model of rock and its application in engineering. *Chin J Geotech Eng*, 1998, 20(5): 54  
(周维垣,剡公瑞,杨若琼.岩体弹脆性损伤本构模型及工程应用.岩土工程学报,1998,20(5):54)
- [8] Lemaitre J. *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Elsevier Science Ltd, 2002: 235
- [9] Li Q B. Static, dynamic damage constitutive theory of concrete. *J Hydraul Eng*, 1995(2): 27  
(李庆彬.混凝土静、动力双剪损伤本构理论.水利学报,1995(2):27)
- [10] Chen Y. *Rock Properties of the Earth's Crust*. Beijing: Seism Press, 1988  
(陈隅.地壳岩石的力学性能.北京:地震出版社,1988.)
- [11] Basista M, Gross D. The sliding crack model of brittle deformation; an internal variable approach. *Int J Solids Struct*, 1998, 35(5/6): 487
- [12] Dragon A, Halm D, Desoyer T. Anisotropic damage in quasi-brittle solids; modeling, computational issues and applications. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2000, 183 (3/4): 331
- [13] Yu M H, Yoshimine M, Qiang H F, et al. Advances and prospects for strength theory. *Eng Mech*, 2004; 21(6): 2  
(俞宏茂, Yoshimine M, 强洪夫,等.强度理论的发展和展望.工程力学,2004,21(6):2)
- [14] Yu M H. *Twin Shear Theory and Its Applications*. Beijing: Science Press, 1988  
(俞宏茂.双剪理论及其应用.北京:科学出版社,1998)
- [15] Liu B, Han Y H. *Guide to Principle, Examples and Applications of FLAC*. Beijing: China Communications Press, 2005: 18  
(刘波,韩彦辉. FLAC 原理、实例与应用指南.北京:人民交通出版社,2005:18)
- [16] You M Q. *Strength and Deformation Course of Rock Samples*. Beijing: Geology Press, 2000: 128  
(尤明庆.岩石试样的强度及其变形破坏过程.北京:地质出版社,2000:128)
- [17] Wang L. *Elasto-Plastic Damage Model and Its Applications* [Dissertation]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2007  
(王利.岩石弹塑性损伤模型及其应用研究[学位论文].北京:北京科技大学2007.)